

G U A N L I Y U N C H O U X U E



普通高等教育“十二五”规划教材

# 管理运筹学

——模型与方法

张延飞 颜七笙 丁木华 编著



同济大学出版社  
TONGJI UNIVERSITY PRESS

本教材由教育部人文社会科学研究青年基金项目(12YJC630298)、东华理工大学教材

普通高等教育“十二五”规划教材

# 管理运筹学

——模型与方法

张延飞 颜七笙 丁木华 编著

 同济大学出版社  
TONGJI UNIVERSITY PRESS

## 内 容 提 要

本书在介绍管理运筹学基本知识的基础上,系统讲解规划论中线性规划、运输问题、整数规划、目标规划、动态规划的基本原理和方法及其应用案例分析.详细介绍图论中图与树的概念、最短路问题、网络最大流问题、网络最小费用最大流问题、中国邮递员问题,以及网络计划中网络图的绘制、关键路线和网络优化方法等及其应用案例分析.简单介绍在不同决策准则下的不确定性决策问题的决策分析,以及在不同需求情况下的确定性和非确定性的存储策略问题.通过附录介绍管理运筹学软件包 WinQSB 2.0 及其在管理运筹学中的应用实例.本书共 11 章,各章后均附有习题,以帮助读者复习基本知识和检查学习效果.

本书案例丰富,内容紧凑、明了,通过大量各具特色的案例分析,提高读者运用管理运筹学解决实际问题的能力.本书实用性强,易于自学,可作为高等院校经济管理类、理工类专业本科生、研究生及 MBA 的教材或教学参考书,亦可供广大企业管理者和工程技术人员阅读和参考.

### 图书在版编目(CIP)数据

管理运筹学模型与方法 / 张延飞,颜七笙,丁木华编  
著. -- 上海: 同济大学出版社, 2013. 12  
ISBN 978-7-5608-5037-5

I. ①管… II. ①张… ②颜… ③丁… III. ①管理  
学—运筹学—高等学校—教材 IV. ①C931.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 286934 号

---

普通高等教育“十二五”规划教材

### 管理运筹学——模型与方法

张延飞 颜七笙 丁木华 编著

责任编辑 陈佳蔚 责任校对 徐春莲 封面设计 潘向葵

---

出版发行 同济大学出版社 [www.tongjipress.com.cn](http://www.tongjipress.com.cn)  
(地址:上海市四平路 1239 号 邮编:200092 电话:021-65985622)

经 销 全国各地新华书店

印 刷 同济大学印刷厂

开 本 787 mm×1 092 mm 1/16

印 张 20.25

印 数 1—3 100

字 数 505 000

版 次 2013 年 12 月第 1 版 2013 年 12 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5608-5037-5

---

定 价 42.00 元

---

本书若有印装质量问题,请向本社发行部调换 版权所有 侵权必究

# 前 言

运筹学是近70年来逐步发展起来的一门研究资源优化配置及其应用的科学,它是实现管理现代化和进行科学决策的有力工具.如今,运筹学已发展成为一门理论完善、门类齐全、有着广泛应用前景的科学学科.但由于它所研究问题的广泛性和复杂性,人们一直还没能形成一个统一且精确的运筹学定义.从管理的角度来看,运筹学是用定量化方法把复杂的管理系统归结为模型(多数为数学模型),然后使用数学方法和计算机求解与分析,从而得到系统最优运行方案,为管理与决策者提供决策依据的一门学科.

运筹学作为一门定量决策科学,利用数学、计算机科学以及其他科学的理论与方法,研究各种系统尤其是经济管理系统中运行的数量化规律,合理使用与统筹安排人力、物力、财力等资源,为决策者提供有决策依据的最优方案,以实现有效的管理并获得满意的经济效益和社会效果.运筹学已广泛应用于工商管理、农业、国防、交通、能源及科学技术和工程管理等领域,以解决各行各业中的最优设计、最优分配、最优计划、最优决策和最优管理等最优化问题.其特点是应用多学科交叉的方法,从全局追求总体效益最优,具有显著系统分析特征,强烈实践性、效果连续性、应用广泛性的综合性学科.因此,管理与决策者掌握一些运筹学的基本原理和方法是十分必要的.目前高等学校中的经济与管理类专业、应用数学专业、部分工程类专业均开设了此课程.

通过教学实践,我们认为,要使学生掌握运筹学的模型与方法,应在清晰叙述模型特点的基础上配以各种模型应用,从而使内容更紧凑、更明了,同时通过大量各具特色的例题和习题来加强对学生建立运筹学模型能力的训练,培养他们运用运筹学解决实际管理问题的能力,进而激发他们学习运筹学的兴趣.由于实际问题的解决总是在计算机上进行的,因此,对运筹学软件的介绍和运用,也是十分必要的.

基于上述原因,我们编写了本书.其特点是大量的案例分析,并尽量避免冗长复杂的定理证明(该部分内容以附录形式出现,作为选学知识),并附有管理运筹学软件包 WinQSB 2.0 的实验训练.且本书的绝大部分内容我们已经作为教学内容在教学过程中使用了多年,同学们普遍反映运筹学的学习不仅没有想象的那么困难,而且学习起来十分有趣.本书是在徐辉、张延飞编著的《管理运筹学》基础上补充、修改而成,力求为读者提供一本内容丰富、实用性强、易于自学的教材.

全书共分11章,各章的主要内容简介如下:

第1章绪论介绍运筹学的发展简史,从管理科学的角度强调了管理运筹学学习的重要性——简要介绍了运筹学工作步骤、运筹学与计算机之间的关系、运筹学研究的特点及其在管理科学中的应用,同时说明了管理运筹学软件包 WinQSB 2.0 的作用与功能.

第2章讲解线性规划模型及其应用,并采用图解法的几何语言叙述,使得单纯形算法及理论结合得更加紧密和更具有形象的几何意义,便于学生学习和掌握其相关内容.此外,将重要

定理的证明作为阅读参考附在后面,供数学基础好的学生进一步学习。

第3章在介绍线性规划对偶问题实际背景的基础上,讲述对偶问题的建立规则与基本性质、对偶问题最优解的计算及其经济解释,以及线性规划的灵敏度分析和参数线性规划。

第4章讲解运输问题的数学模型及求解运输问题的表上作业法,并介绍产销不平衡的运输问题转化为平衡运输问题的方法,随后给出运输问题的若干案例分析。

第5章介绍整数规划及其应用,重点放在构造模型解决广泛的管理问题上,并进行案例分析。

第6章讲解目标规划的基本概念、建模方法、图解法和单纯形法,并给出了若干案例分析。

第7章讨论动态规划模型,重点讲解模型构造,并选择若干实际问题进行案例分析。

第8章介绍图与树的概念、最短路问题、网络最大流问题、网络最小费用最大流的算法和中国邮递员问题,并给出相关案例分析。

第9章介绍网络图的绘制、网络计划的关键路线及网络优化方法。

第10章探讨基于不同决策准则下的不确定性决策问题的决策方法、风险决策的决策树方法、效用曲线的决策方法、层次分析法和马尔可夫决策方法。

第11章介绍存储论中的最优存储策略的相关参数,确定性存储模型中的不允许缺货模型、允许缺货模型和批量折扣模型,单周期随机性存储模型中的离散型存储模型、连续型存储模型以及ABC分类存储方法。

附录通过一系列实验,介绍管理运筹学软件包WinQSB 2.0在线性规划、对偶理论与灵敏度分析、运输问题、整数规划与指派问题、目标规划、动态规划、最大流问题、网络计划、决策分析、存储论等方面的计算机实例应用。

本书第1章、第2章、第3章、第8章、第11章及附录(实验指导书)由东华理工大学张延飞编写,第5章、第6章和第9章由东华理工大学颜七笙编写,第4章、第7章、第10章由东华理工大学丁木华编写。

管理运筹学的理论与实践还在日新月异地发展,本书的内容尚存在局限和不足之处,恳请读者提出宝贵建议。我们愿与大家在对现有知识的分享阅读和对新知识的持续学习中共同得到知识的更新与学术研究的提高。

本书是在借鉴诸多学者和专家辛勤劳动成果的基础上编著而成的,这些成果已列于参考文献中,在此谨向这些文献的作者致以诚挚的谢意!因文献查阅较多,如有遗漏敬请谅解。

本书的编写得到了东华理工大学教务处刘义保教授、理学院刘光萍教授、理学院王泽文教授、广东财经大学徐辉教授的大力支持和帮助。同时,本书的出版得到了教育部人文社会科学研究青年基金项目(12YJC630298)和东华理工大学教材建设基金资助项目的资助,作者在此一并表示诚挚的敬意和衷心的感谢。

限于笔者学识水平,书中难免存在缺憾和不足之处,殷切期望广大读者批评指正,提出宝贵意见。

编者

2013年10月

# 目 录

## 前言

<b>1 绪论</b> .....	1
1.1 运筹学发展简史 .....	1
1.2 管理决策中的定性方法和定量方法 .....	2
1.3 运筹学的模型与方法 .....	3
1.4 运筹学与计算机 .....	6
1.5 运筹学研究的特点及其在管理科学中的应用 .....	8
本章小结 .....	9
习题 1 .....	10
<b>2 线性规划与单纯形法</b> .....	11
2.1 什么是线性规划 .....	11
2.1.1 线性规划问题的具体实例 .....	12
2.1.2 线性规划问题的数学模型 .....	15
2.2 求解线性规划问题的基本原理 .....	18
2.2.1 图解法 .....	19
2.2.2 关于线性规划问题求解的一些基本定理 .....	21
2.2.3 基、基解和基可行解 .....	23
2.3 线性规划的单纯形法 .....	25
2.3.1 单纯形法的基本原理 .....	25
2.3.2 最优性检验与解的判别 .....	28
2.3.3 单纯形列表算法 .....	29
2.4 人工变量法 .....	33
2.4.1 大 $M$ 法 .....	34
2.4.2 两阶段法 .....	36
2.5 案例分析 .....	40
* 2.6 几个基本定理的证明 .....	46
本章小结 .....	48

习题 2 .....	48
<b>3 对偶理论与灵敏度分析</b> .....	54
3.1 线性规划的对偶问题.....	54
3.1.1 问题的提出 .....	54
3.1.2 对偶问题的形式 .....	56
3.2 对偶问题的基本性质.....	60
3.3 对偶单纯形法.....	67
3.3.1 对偶单纯形法的基本原理 .....	67
3.3.2 对偶单纯形法的计算步骤 .....	68
3.4 对偶问题的经济解释——影子价格.....	70
3.4.1 影子价格的概念 .....	70
3.4.2 对偶问题的经济解释.....	71
3.4.3 影子价格在经济管理中的应用 .....	72
3.5 灵敏度分析.....	74
3.5.1 目标函数中价值系数 $c_j$ 的变化分析 .....	75
3.5.2 右端资源数量 $b_i$ 的变化分析 .....	79
3.5.3 系数矩阵中技术系数 $a_{ij}$ 的变化分析 .....	82
3.5.4 增加一个新变量的变化分析 .....	84
3.5.5 增加一个约束条件的变化分析 .....	86
* 3.6 参数线性规划.....	87
3.6.1 目标函数中价值系数 $c_j$ 的参数变化分析 .....	87
3.6.2 约束条件中右端常数 $b_i$ 的参数变化分析 .....	89
3.7 案例分析.....	91
本章小结 .....	97
习题 3 .....	97
<b>4 运输问题</b> .....	103
4.1 运输问题的建模 .....	103
4.1.1 运输问题的数学模型 .....	103
4.1.2 运输问题数学模型的特点 .....	104
4.2 平衡运输问题的表上作业法 .....	106
4.2.1 给出初始基可行解 .....	107
4.2.2 解的最优性检验 .....	110
4.2.3 基可行解的改进 .....	112

4.2.4	平衡运输问题表上作业法的运算过程 .....	114
4.2.5	对运输问题需要说明的几个问题 .....	114
4.3	不平衡运输问题 .....	115
4.4	案例分析 .....	116
	本章小结 .....	125
	习题 4 .....	125
<b>5</b>	<b>整数规划</b> .....	129
5.1	整数规划的建模 .....	129
5.2	整数规划的分枝定界法 .....	130
5.3	0—1 型整数规划 .....	132
5.3.1	0—1 型整数规划的建模 .....	132
5.3.2	0—1 型整数规划的解法 .....	135
5.4	指派问题 .....	136
5.4.1	指派问题的标准形式及数学模型 .....	136
5.4.2	指派问题的匈牙利解法 .....	138
5.4.3	非标准形式的指派问题 .....	141
5.5	案例分析 .....	141
	本章小结 .....	146
	习题 5 .....	146
<b>6</b>	<b>目标规划</b> .....	149
6.1	目标规划问题及其数学模型 .....	149
6.1.1	目标规划问题的提出 .....	149
6.1.2	目标规划问题的基本概念及其建模 .....	150
6.2	目标规划的图解法 .....	151
6.3	目标规划的单纯形法 .....	153
6.4	案例分析 .....	155
	本章小结 .....	161
	习题 6 .....	161
<b>7</b>	<b>动态规划</b> .....	165
7.1	多阶段决策问题 .....	166
7.2	动态规划的基本概念和基本方程 .....	166
7.2.1	动态规划的基本概念 .....	166



7.2.2 动态规划的基本思想与基本方程 .....	169
7.3 动态规划应用举例 .....	172
7.3.1 资源分配问题 .....	172
7.3.2 生产与存储问题 .....	176
7.3.3 背包问题 .....	180
7.3.4 设备更新问题 .....	182
本章小结 .....	183
习题 7 .....	183
<b>8 图论及其应用</b> .....	<b>186</b>
8.1 图论导引 .....	186
8.2 树及最小支撑树问题 .....	188
8.2.1 树与树的基本性质 .....	189
8.2.2 支撑树和最小支撑树 .....	190
8.3 最短路问题 .....	190
8.3.1 Dijkstra 算法 .....	190
* 8.3.2 最短路的 Floyd 算法 .....	193
8.4 最大流问题 .....	195
8.4.1 基本概念和基本定理 .....	195
8.4.2 寻找最大流的标号法(Ford-Fulkerson 算法) .....	197
8.5 最小费用最大流问题 .....	199
8.6 中国邮递员问题 .....	201
8.6.1 一笔画问题 .....	201
8.6.2 中国邮递员问题 .....	202
8.7 案例分析 .....	203
本章小结 .....	205
习题 8 .....	205
<b>9 网络计划</b> .....	<b>209</b>
9.1 计划网络图的绘制 .....	209
9.1.1 网络图的基本概念 .....	209
9.1.2 网络图的绘图规则与步骤 .....	210
9.2 网络计划的关键路线 .....	212
9.2.1 时间参数的计算 .....	212
9.2.2 关键路线 .....	213

9.3 网络优化与调整 .....	214
9.3.1 时间的优化 .....	214
9.3.2 时间-费用优化 .....	215
9.3.3 时间-资源优化 .....	217
本章小结 .....	218
习题 9 .....	218
<b>10 决策分析</b> .....	<b>221</b>
10.1 概述 .....	221
10.1.1 决策问题举例 .....	221
10.1.2 决策模型 .....	222
10.1.3 决策问题的分类 .....	222
10.2 不确定型决策 .....	223
10.2.1 等可能性准则 .....	223
10.2.2 乐观准则 .....	223
10.2.3 悲观准则 .....	224
10.2.4 折衷准则 .....	225
10.2.5 后悔值准则 .....	225
10.3 风险型决策 .....	226
10.3.1 最优期望损益值决策准则 .....	226
10.3.2 决策方法 .....	226
10.3.3 完全情报及其价值(Expected Value of Perfect Information, 简记为EVPI) .....	230
10.3.4 贝叶斯(Bayes)决策 .....	231
10.4 效用理论 .....	234
10.4.1 效用及效用曲线 .....	235
10.4.2 最大期望效用值决策准则及其应用 .....	237
10.5 层次分析法 .....	239
10.5.1 层次分析法基本原理 .....	239
10.5.2 层次分析法的方法 .....	239
10.5.3 层次分析法的应用 .....	242
10.6 马尔可夫决策 .....	245
10.6.1 马尔可夫决策的基本原理 .....	245
10.6.2 马尔可夫决策的应用 .....	247
本章小结 .....	249
习题 10 .....	250

<b>第 11 章 存储论</b> .....	252
11.1 存储问题及其基本概念 .....	252
11.1.1 存储问题 .....	253
11.1.2 存储模型中的基本概念 .....	253
11.2 确定性存储模型 .....	255
11.2.1 不允许缺货模型 .....	255
11.2.2 允许缺货模型 .....	258
11.2.3 批量折扣模型 .....	262
11.3 单周期的随机性存储模型 .....	264
11.3.1 单周期离散型随机存储模型 .....	264
11.3.2 单周期连续型随机存储模型 .....	265
11.3.3 ABC 分类存储方法 .....	267
本章小结 .....	270
习题 11 .....	271
<b>附录 A WinQSB 应用及管理运筹学实验</b> .....	274
A1 实验教学目的与要求 .....	274
A2 实验项目名称和学时分配 .....	274
A3 单项实验的内容和要求 .....	274
A3.1 线性规划 .....	274
A3.2 对偶理论与灵敏度分析 .....	282
A3.3 运输问题 .....	285
A3.4 整数规划与指派问题 .....	288
A3.5 目标规划 .....	291
A3.6 动态规划 .....	293
A3.7 最大流问题 .....	295
A3.8 网络计划 .....	296
A3.9 决策分析 .....	303
A3.10 存储论实验 .....	306
<b>参考文献</b> .....	313

# 1 绪 论

## 本章要求

- ◎ 了解运筹学发展简史.
- ◎ 理解管理决策中的定性方法和定量方法.
- ◎ 了解和掌握运筹学的模型与方法.
- ◎ 了解管理运筹学与计算机的关系.
- ◎ 了解运筹学研究的特点及其在管理科学中的应用.

## 1.1 运筹学发展简史

运筹学起源于 20 世纪 40 年代. 在第二次世界大战期间, 由于战争的需要, 英国、美国、法国、加拿大等国军事部门先后成立了由多学科科学家组成的研究工作小组, 解决如何充分利用有限的战争资源取得军事最强战斗力的问题. 如在雷达站与整个防空作战系统的协调配合、深水炸弹的最佳定深规范、保持飞机最强战略力量的巡航比率、空军基地飞机种类的合理配置及远航轰炸的最佳编队、海运商船与护航军舰的最佳编队等方面做了大量卓有成效的工作, 为取得战争的最终胜利作出了巨大贡献, 这些研究工作称之为“Operational Research”, 缩写为“OR”, 即为作战研究或运用研究, 也就是 OR(运筹学)的来源, 在美国称之为“Operations Research”.

第二次世界大战期间, 虽然运筹学已经诞生, 但是由于战时的特殊环境, 其研究方向主要集中于军事应用方面, 其中绝大多数工作都是其他科学中的方法和手段的移植, 并未形成一门学科的理论体系. 因此, 这一时期只是运筹学的初创时期. 第二次世界大战之后, 恢复和发展经济成为各个国家的主导工作, 合理调配并充分利用战后稀缺的经济资源以取得最佳经济效果便成为亟待解决的问题. 而经济组织内与日俱增的复杂性和专门化所产生的各种决策问题, 也比战前更为显著地引起社会的关注. 尤其是那些战时曾在军界运筹学小组工作过, 现已成为企业顾问的科学家们, 逐渐认识到现时所面临的这些问题同战时军界所面临的问题基本上是一致的, 于是积极促成学术界和企业界对运筹学的开发和利用. 1948 年, 在英国成立了世界上第一个运筹学专业学术团体——英国运筹学俱乐部, 并于 1950 年创办了世界上第一种运筹学刊物《运筹学季刊》; 1952 年, 美国成立了运筹学会(ORSA), 并后来创办了《运筹学》刊物. 1957 年, 在美国的建议下, 英国在牛津大学召开了第一届国际运筹学会议; 1959 年, 国际运筹学会联合会(IFORS)正式成立, 为促进运筹学的国际交流及其在全世界的发展做出了重大贡献, 使运筹学成为一种广泛的世界性学术活动. 1995 年, 美国运筹学会和美国管理科学学会合并为

国际运筹学与管理科学学会. 在学术界与企业界的共同推动下,短短几十年里运筹学就扎下了牢固的根基. 现如今,运筹学已发展成为一门理论完善、门类齐全、有着广泛应用前景的科学学科.

在我国,运筹学的研究和应用起步较晚,在 20 世纪 50 年代中期才由钱学森与许国志等老一辈科学家由西方引入,并借助于《史记·高祖本纪》中的“夫运筹帷幄之中,决胜于千里之外”之佳话,将 Operational Research 翻译为运筹学,包含运用、筹划、以谋略取胜等含义. 1957 年,运筹学开始应用于建筑业和纺织业. 1958 年运筹学在交通运输、工农业生产等方面都得到了应用,产生了独具风格的“图上作业法”. 1970 年后,在华罗庚教授的直接指导下,在全国范围内推广了统筹法和优选法,并取得了卓著成效. 1980 年,中国运筹学会成立,并于 1982 年加入国际运筹学会联合会. 1984—1985 年,中国运筹学会参与了亚太运筹学会联合会(APORS)的筹建工作,是八个创始国之一. 1992 年,中国运筹学会从数学学会中独立出来,成为国家一级学会. 近年来,运筹学的应用已趋于研究规模大和复杂的问题,如部门计划、区域经济规划等,并已与系统工程融为一体,渗透于国民经济的各行各业,取得了丰硕成绩.

由于运筹学所研究问题的广泛性和复杂性,人们一直还未能形成一个统一且精确的运筹学定义. 从管理的角度来看,运筹学是为决策机构在对其控制下的业务活动进行决策时提供以数量化为基础的科学方法,它是一门应用科学,它广泛应用现有的科学技术知识和数学方法,解决实际中提出的专门问题,为决策者选择最优决策提供定量依据,同时,它又是一种给出问题坏的答案的艺术,否者的话问题的结果会更坏. 一方面,运筹学把复杂的管理系统归结为模型,然后使用数学方法和计算机求解与分析,从而得到系统的最优运行方案,强调最优决策. 另一方面,运筹学强调最优决策过分理想,在现实中很难实现,于是用次优、满意等概念来代替最优.

西方许多学者往往把“运筹学”称为“管理科学”(Management Science,缩写为 MS). 我们认为与运筹学同义的管理科学只是狭义的管理科学(何况,二者之间在理论研究的深度还是有些差别的). 一般来说,管理科学包含的内容要比运筹学更广泛一些. 可以说,运筹学是管理科学最重要的组成部分.

## 1.2 管理决策中的定性方法和定量方法

决策是指人们对未来行动目标及其实现方案进行合理抉择的分析、判断过程,它是管理活动的核心. 制定决策的两个基本方法是定性方法和定量方法.

定性方法亦称“非数量分析法”,是决策者根据已知的情况和现有资料直接利用个人的知识经验对问题作出主观的判断和分析,并推断出问题规律的方法. 主要是依靠决策者个人的直觉和判断能力以及过去的经验. 因此,定性方法主要用于确定问题的性质,解决“有没有”、“是不是”等问题. 它的一个显著特征是较大程度上依赖于决策者的素质. 定性方法解决管理问题通常包含以下几方面内容:提出需要研究或解决的管理问题,明确研究对象,提出研究假设,拟定分析方案,建立理论模型等,也有运用知识经验和判断直接给出问题解决方案或验证研究假设、构建理论模型等.

常用的定性方法有:经验判断法、专家调查法、德尔菲法和头脑风暴法等.

定量方法是管理决策者从问题中提取量化资料和数据,对其进行分析后再用数学表达式把问题的目标、约束条件和其他关系表示出来,最后通过一种或多种定量的方法,得出决策结果.如果管理决策者缺乏经验,或研究的问题是复杂的、特别重要的问题、新问题、重复性的问题等,定量方法就显得非常重要了,管理决策者应该予以重视.在条件具备时,定量方法得出的决策结果一般较为客观,准确性较高,而且便于采用计算机辅助计算和进行多方案的选优.但它也有局限性,在于很多实际的管理问题无法完全理性地加以描述,如人的需求、动机和行为就不是完全可用数学方法就能加以预测和管理的.

一般来说,制定决策的过程应做到定性方法和定量方法相结合.定量方法并不制定决策,而是在决策制定过程中起协助作用,最后的“拍板权”应属于管理决策者.过分依赖定量方法是有害的,但不去很好地利用定量方法也许会造成更为不利的结果.简而言之,定量方法不能代替决策者的判断和经验,但它对决策者是很有价值的,如图 1-1 所示.

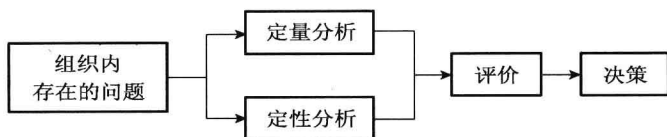


图 1-1 决策的定量和定性分析

### 1.3 运筹学的模型与方法

运筹学研究和解决问题的核心是正确建立和使用模型.通常,模型是指为了某个特定目的,对真实系统或现象所作的一种简化表述,是帮助人们认识、分析和解决问题的有力工具.为了协助解决实际问题,模型应具有简单和精确这两个特征,它应包含与分析问题有关的主要因素,同时,能反映各有关因素之间的相互关系.模型有三种基本形式:

(1) 形象模型. 规模缩小或放大的由实物制成的模型,如建筑模型、航空模型、物质的原子结构模型等.

(2) 模拟模型. 这种模型是用具有某些性质的简单东西去代替具有另一种性质的复杂东西,当然,这两种不同性质的东西要具有相同的对应关系.体温表就是模拟模型的一个例子,体温表上的刻度用来代表温度的度数.同样,一把计算尺也是一个模拟模型.

(3) 符号或数学模型. 它是用符号和数学工具来描述现实系统的一种数学结构,也是目前使用最广泛、作用最大的一种模型.

数学模型是运筹学中最常用的模型.运筹学中所使用的数学模型,一般由决策变量、约束或限制条件以及目标函数所构成,其实质表现为在约束条件允许的范围内,寻求目标函数的最优解.运筹学模型的一个显著特点是它们大都是最优化模型.这类模型的一般形式可表述为

$$\text{目标函数} \quad \max(\text{或} \min)V = F(x_i, y_i, u_i); \quad (1.1)$$

$$\text{约束条件} \quad \text{s. t.} \quad G(x_i, y_i, u_i) \geq (\text{或} =, \text{或} \leq) 0. \quad (1.2)$$

其中,  $x_i$  为决策变量(又称为可控变量),是模型所代表的系统中受到控制或能够控制的变量,

在模型中表现为未知参数; $y_i$  为已知参数(也称为状态变量); $u_i$  为随机因素. 模型的约束条件是决策变量客观上必须满足的限制条件,它反映出实际问题中不受控制系统变量或环境变量对受控制的决策变量的限制关系. 目标函数是模型所代表的性能指标或有效性的宏观度量,在模型中表现为决策变量的函数,反映了实际问题所要达到的理想目标.

运筹学发展到今天,内容已相当丰富,运筹学模型分类也很多. 当目标函数和约束条件都是线性函数时,称模型为线性模型,否则称为非线性模型. 当决策变量只取离散值时,称为离散模型,否则称为连续模型. 当模型中不含随机因素时,称它为确定性模型,否则称为随机性模型. 比如,确定性模型包括的运筹学分支有:线性规划、整数规划、目标规划、非线性规划、动态规划、图与网络;随机性模型包括的运筹学分支有:决策论、对策论、排队论、存储论、维修更新理论、搜索论、可靠性和质量管理等. 此外,还可以按模型的用途、使用的数学工具、求解方法来给运筹学模型分类,这里不再赘述.

针对实际问题所建立的运筹学模型,一般应满足两个要求:一是要能完整地描述所研究的系统,以便能代替现实供我们研究;二是要在适合所研究问题的前提下,模型尽量简单. 但是,要实现这些要求,在开始建模时,往往不容易做到,而且选择什么样的模型和确定建立模型的范围,在开始阶段也很难判断,需要有丰富的实践经验和熟练的技巧,有时需要多次反复修改,最后才能确定下来,所以建立模型是一种创造性劳动.

运用运筹学方法分析和解决问题,作为一个过程实际上是一个科学决策的过程,这个过程的核心是建立运筹学模型和对模型进行分析、求解. 正确地进行这个过程一般要经过如下步骤:

(1) 提出问题,明确目标. 从现实系统分析开始,通过对系统中错综复杂的现状分析,找出影响系统的主要因素,提出要解决的实际问题. 具体分析问题的性质和环境,明确目标,弄清有关因素及其变化范围和相互关系,并将可控制因素与不可控制因素分开,从解决问题的困难程度,获得成功的可能性,技术、经济和操作的可行性等方面进行分析,做到心中有数,目的明确.

(2) 搜集数据与建立模型. 搜集数据与建立模型,两者是紧密关联的. 我们根据实际问题拟采用的模型去搜集和整理有关数据,或根据实际问题搜集和整理的的数据去构建有关模型. 这里,所使用数据必须强调真实性和精确性,因为只有真实的数据才能反映客观事实. 对于大型问题,搜集精确的数据往往是一件费时、费力的艰巨工作. 实际上,有时由于难以得到足够的所需数据而必须改变拟采用模型的结构或类型. 而一个只要求少量数据但适用的近似模型,往往比一个虽然精确但对数据要求太高的模型更受到人们的欢迎.

建立模型是运筹学的关键工作步骤. 运筹学模型是一个能有效地达到一定目标(或多个目标)行动的系统,因此,目标一经确定,就要用数学语言描述问题,建立目标函数,分析问题所处的环境,确定约束条件,探求与问题有关的决策变量等,并选用合适的方法,建立运筹学模型.

(3) 分析并求解模型. 根据所建模型的性质及其数学特征,选择适当的求解方法. 对于一些较简单的模型,可用经典的数学分析方法求解,但这种情况实际上是很少的. 求解由式(1.1)和式(1.2)所表示的数学模型,常用的有迭代法. 所谓迭代法,就是用某种方法找出一个初始解,然后检验它是否为最优解,若不是最优解,它将会提供某种信息,说明如何可以求得一个比当前解有所改善(或至少一样好)的新解. 重复进行这一过程,直到确认问题无最优解,或求得一个最优解为止(对于一些复杂的问题,有时只可能求得近似最优解,次优

解、满意解或满足最优解必要条件的解)。运筹学中大多数有名的算法都是迭代法,在后面各章我们将作更详细的介绍。当然,在实际上,必须借助于计算机进行求解,而解的精度要求可由决策者来决定。

除了迭代法,运筹学中另一种常用的解法称为模拟法或仿真法。主要用来求解复杂、带有随机因素的模型,这里不多作介绍。

(4) 检验并评价模型。模型分析和求解得到的结果只是解决问题的一个初步方案,此方案是否满意,尚需按照它能否解决实际问题,主要考虑达成目标的情况,选择合适的标准,并通过一定的方法,如灵敏度分析法、参数规划法、相关分析法等,对模型结构和一些基本参数进行检验与评价。如果不能接受,就要考虑模型的结构和逻辑关系的合理性、采用数据的完整性和科学性,并对模型进行修正或更改。另外,由于模型只能包含实际问题的主要方面,有许多因素如政策因素、社会因素等都不能包含进去,因而要对求解结果进行全面评价,分析求解结果是否符合实际问题。所以,只有经过反复修改验证的模型,才能最终给管理者提供一项既有科学依据,又符合实际的可行方案。

(5) 结果分析与实施。借助模型求出的结果,不是运筹学研究的终结,还必须对结果进行分析,对求解出的结果,决不能理解为一个或一组最优解(满意解)。对结果进行分析,要让管理人员和建模人员共同参与。要让他们了解求解的方法步骤,对结果赋予经济含义,并从中获取求解过程中提供的多种宝贵的经济信息,使双方对结果取得共识。让管理人员参加对结果分析的全过程,有利于掌握分析的方法和理论,便于以后完成日常分析工作,保证结果分析的真正实施。

对结果分析的实施,关系到研究系统总体效益能否有较理想的提高,也是运筹学研究的最终目的。因此,在实施过程中,不仅要求加强系统内部科学管理,保证按支持结果的管理理论和方法进行,而且要求管理人员密切关注系统外部的市场需求、价格波动、资源供给和系统内部的情况变化,以便及时调整系统的目标、模型中的参数等。从某种意义上说,将分析结果成功地实施,是运筹学研究的最重要的一步。

应当说明,以上虽然将运筹学解决问题的过程划分为五个独立的阶段,但在实际应用中,很少能够将它们截然分开并加以区分,各个阶段之间经常是相互影响和彼此重迭,有时要经过多次反复。例如,建立模型这关键的一步就经常受到现有的求解方法的影响,有时甚至当运筹学研究进入到后面几个阶段时,由于对原来形成的问题有了新的认识,也会对前面工作阶段的内容作进一步的修改、补充,甚至推倒重来。具体如图 1-2 所示。

从运筹学模型的构建与应用的整个过程可以看出,提出问题和明确目标依赖于企业对系统外部环境和内部管理经济信息的掌握;构建模型需要所提问题的有关(经过科学加工处理的)数据信息作支撑;求解模型的结果又产生新的经济信息,它必须用现实环境作检验;在对结果分析和实施中更需要密切关注整个内部经济活动和外部市场动态的经济信息,并及时反馈给企业的管理决策者,以使运筹学模型保持适应外部市场和企业内部经济环境的动态平衡。缺乏经济信息的支持,运筹学模型将不可能达到预期的目标。它们之间的关系如图 1-3 所示。

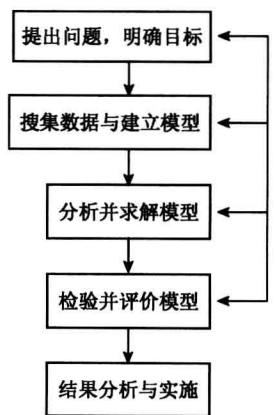


图 1-2 工作步骤



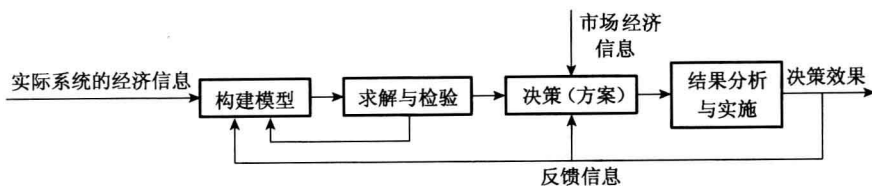


图 1-3 运筹学模型构建与经济信息之间的关系

总之,运筹学模型的构建和应用离不开过去、现在和将来(通过预测获得)有关的经济信息. 这些宝贵的信息获取来自于企业的管理信息系统.

## 1.4 运筹学与计算机

数十年来,运筹学之所以能迅猛发展,除了它本身能适应社会的发展,有效地解决各个领域很多依靠经验难以解决的问题以及一些运筹学家在理论和方法上作出了杰出贡献之外,计算机技术的快速发展起了重要的推动作用. 因为运筹学着重定量解决问题,往往要做大量的运算和数据分析才能获得结果. 如果用手工计算,不仅耗时、费力,甚至有时是不可能完成的. 因此,计算机就成了不可缺少的工具,如果没有计算机,绝大多数运筹学技术是完全不能实现的. 更重要的是,计算机能快速利用运筹学应用工作中所需的各种类型的管理信息,没有这些信息,许多运筹学工作就会变得毫无意义. 所以,计算机是推动运筹学应用的基本因素. 毫无疑问,随着时间的推移,运筹学与计算机之间的关系将会愈加密切. 如今,运筹学方法已成为计算机基础信息系统(Computer-Based Information System, 缩写为 CBIS)的一个主要部分. CBIS 包含有管理信息系统、决策支持系统、人工智能和专家系统等,运筹学模型在这些系统中是大有作为的.

本书主要使用的管理运筹学软件包是 WinQSB 2.0 版. WinQSB 是 QSB 的 Windows 版,可以在 Windows 7/XP 平台下运行. WinQSB 是 Quantitative Systems for Business 的缩写,它是一种教学软件,对于非大型的问题一般都能计算,较小的问题还能演示中间的计算过程. 该软件可用于管理科学、决策科学、管理运筹学及生产运作管理等领域的求解问题. 内容包括:线性规划及整数规划、目标规划、分配问题、运输问题、最短路问题、最小部分树问题、网络最大流问题、货郎担问题、计划评审技术、二人零和对策、决策分析等.

WinQSB 2.0 共有 19 个子系统,分别用于解决管理运筹学不同方面的问题,详见表 1-1.

表 1-1 WinQSB 2.0 的 19 个子系统

序号	程 序	启动程序名称	内 容	应用范围
1	Acceplance Sampling Analysis	ASA	抽样分析	各种抽样分析、抽样方案设计、假设分析
2	Aggregate Planning	AP	综合计划编制	具有多时期正常、加班、分时、转包生产量、需求量、存储费用、生产费用等复杂的整体综合生产计划的编制方法,将问题归结到求解线性规划模型或运输模型