

儀徵余恆編纂

中學校
師範學校

平面三角法

中華書局刊行

民國五年十一月印刷
民國五年十一月發行

(新編平面三角法)

全一冊定價銀五角

編輯者

恆

儀徵

發行者

費達

印刷者

無錫俞復

有不著准作翻權印

印刷所

上海靜安寺路一九三號

總發行所

上海

中華書局

分發行所

北京長春漢天津昌平南奉天

吉林瀋陽瀋北太原山西

廣州

桂林香港

杭州長沙開封

溫州

中華書局

中華書局

中華書局

福州

南轉角路

蘭州

都

夏門

陽江

新嘉坡

吉隆坡

亞庇

黑龍江

張家口

哈爾濱

新嘉坡

漢口

武昌

長春

天津

漢口

上海

南京

廣州

福州

廈門

溫州

開封

保定

溫州

上海

長沙

杭州

南京

廣州

福州

廈門

溫州

開封

保定

溫州

上海

長沙

杭州

南京

廣州

福州

廈門

溫州

開封

保定

溫州

上海

長沙

杭州

南京

廣州

福州

廈門

溫州

開封

保定

溫州

上海

長沙

杭州

南京

廣州

福州

廈門

溫州

開封

保定

溫州

上海

長沙

杭州

南京

廣州

福州

廈門

溫州

開封

保定

溫州

上海

長沙

杭州

南京

廣州

福州

廈門

溫州

開封

保定

溫州

上海

長沙

杭州

南京

廣州

福州

廈門

溫州

開封

保定

溫州

上海

長沙

杭州

南京

廣州

福州

廈門

溫州

開封

保定

溫州

上海

長沙

杭州

南京

廣州

福州

廈門

溫州

開封

保定

溫州

上海

長沙

杭州

南京

廣州

福州

廈門

溫州

開封

保定

溫州

上海

長沙

杭州

南京

廣州

福州

廈門

溫州

開封

保定

溫州

上海

長沙

杭州

南京

廣州

福州

廈門

溫州

開封

保定

溫州

上海

長沙

杭州

南京

廣州

福州

廈門

溫州

開封

保定

溫州

上海

長沙

杭州

南京

廣州

福州

廈門

溫州

開封

保定

溫州

上海

長沙

杭州

南京

廣州

福州

廈門

溫州

開封

保定

溫州

上海

長沙

杭州

南京

廣州

福州

廈門

溫州

開封

保定

溫州

上海

長沙

杭州

南京

廣州

福州

廈門

溫州

開封

保定

溫州

上海

長沙

杭州

南京

廣州

福州

廈門

溫州

開封

保定

溫州

上海

長沙

杭州

南京

廣州

福州

廈門

溫州

開封

保定

溫州

上海

長沙

杭州

南京

廣州

福州

廈門

溫州

開封

保定

溫州

上海

長沙

杭州

南京

廣州

福州

廈門

溫州

開封

保定

溫州

上海

長沙

杭州

南京

廣州

福州

廈門

溫州

開封

保定

溫州

上海

長沙

杭州

南京

廣州

福州

廈門

溫州

開封

保定

溫州

上海

長沙

杭州

南京

廣州

福州

廈門

溫州

開封

保定

溫州

上海

長沙

杭州

南京

廣州

福州

廈門

溫州

開封

保定

溫州

上海

長沙

杭州

南京

廣州

福州

廈門

溫州

開封

保定

溫州

上海

長沙

杭州

南京

廣州

福州

廈門

溫州

開封

保定

溫州

上海

長沙

杭州

南京

廣州

新編平面三角法

編 輯 大 意

- 一、本書按照中等程度編纂。供中學校師範學校及其他同等程度各學校三角法教科書之用。
- 一、按部章。中學校師範學校及其他同等各學校教授三角法之時間不多。欲於少時間內使之領悟。教材取舍。自非慎重不可。本書於應詳應略之處。悉本編者前在兩江師範及其他各校擔任數學教席時經驗之所得。無輕重不均之弊。
- 一、數學公式最為重要。而亦最難記憶理解。本書對於各公式之如何誘導而成。按其深淺難易。順次加以說明。
- 一、本書於每一理論終結之時。必舉實例。並於實例後。多附習題。俾學者有觸類旁通之妙。
- 一、本書第二編三角函數表。因學者於學習代數時業已領會。故敍述概從簡略。
- 一、本書於卷末附錄一。述弧度法。反圓函數。三角方程式。如教授時間有餘。亦可順次教授。以宏造就。

2 平面三角法

- 一·本書於卷末附錄二。載補習雜題。爲復習或補習資料。教者可酌宜用之。
- 一·編者編纂此書。雖稿經屢易。疏忽謬誤之處。尚恐不免。海內達人。倘能不吝教正。幸甚幸甚。

梁任公先生手定 飲冰室全集

梁任公先生學問文章。久爲世所欽仰。偶有撰述。無不紙貴洛陽。前曾有文集之刻。然僅至壬寅癸卯爲止。十餘年來。先生學問日進。著述日弘。但皆散見書報。未刊專集。且有未曾刊布之作。學者有難窺全豹之憾。本集爲先生手自編定。壬寅以前文字。多所刪除。近年文字。採至民國五年六月止。未刊之作。亦均列入。先生平生文字。略傳於斯。先生文字。不獨爲文學革命在文學史上占一重要位置。凡近年思想之變遷。政潮之進退。無不惟先生之馬首是瞻。其於吾國進化之關係。殆在馬志尼福澤諭吉之上。凡吾國民允宜人手一編也。

附錄演說
第四類 美文

談藪

時評

雜評 書牘

第二類 記述文

序跋

學說

歷史

傳記

地理

雜記

第一類 論說文

通論

專論

本連史紙精印	另有
華裝四十八冊	木箱
分裝布套四函	每只
定價銀十二元	八角

中華書局告白

梁任公先生箸生常識文範

中國連史精印四冊 定價一元四角

自來關於常識之文字

易涉晦澀往往讀未終篇即沈

閑欲睡惟梁先生所作之文顯豁呈

露引人入勝是編所選均梁先生歷年名作

而於各種科學及道德倫理風俗宗教政治經濟諸端不獨可增普通之智識兼可進窺文章之軌範每文之下附以紀年藉識時

變以便參攷學校充作讀本學生用以自修均極相宜

特價八角三千部爲限

新編平面三角法

目 次

緒論	1—3
1. 平面三角法	
2. 測角法	
3. 六十分法	
第一編 銳角之三角函數.....	4—21
4. 函數之定名	
5. 函數值與角大小之關係	
6. 餘角之函數	
7. 函數之本原	
8. 三角函數之關係	
9. 三角函數之互求	
10. 恆等式之證明	
11. $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 角之三角函數	
12. 同上	
第二編 三角函數表.....	22—30
13. 定義	

2 平面三角法

- 14. 三角函數之真數表
- 15. 從角求函數法
- 16. 從函數求角法
- 17. 三角函數之對數表
- 18. 從角求其三角函數之對數
- 19. 從三角函數之對數求其角

第三編 直角三角形解法 31—49

- 20. 三角形解法
- 21. 直角三角形之性質
- 22. 直角三角形解法
- 23. 同上
- 24. 同上
- 25. 同上
- 26. 同上
- 27. 簡易測量法
- 28. 能見且能近之物求其高
- 29. 能見而不能近之物求其高及遠
- 30. 能見而不能近之物求其遠
- 31. 測量實例

第四編 任意角之三角函數 50—65

-
- 32. 直線之正負
 - 33. 象限
 - 34. 角之正負及旋轉量
 - 35. 任意角之三角函數之定義
 - 36. 三角函數之符號
 - 37. 任意角之三角函數之關係
 - 38. 三角函數之變化
 - 39. 例題
 - 40. $n \times 360^\circ + A$ 之三角函數
 - 41. 負角之三角函數
 - 42. 補角之定義
 - 43. 補角之三角函數
 - 44. $90^\circ + A$ 角之三角函數
 - 45. 例題

第五編 複角之三角函數 66—87

- 46. 二角之和之正弦及餘弦
- 47. 二角之差之正弦及餘弦
- 48. 例題
- 49. $\tan(A+B)$ 及 $\tan(A-B)$ 之公式
- 50. $\cot(A+B)$ 及 $\cot(A-B)$ 之公式

4 平 面 三 角 法

- 51. 15° 及 75° 之三角函數
- 52. 例題
- 53. 二倍角之三角函數
- 54. 三倍角之三角函數
- 55. 半角之三角函數
- 56. 18° 及 72° 之三角函數
- 57. 例題
- 58. 基本公式之變形
- 59. 例題

第六編 三角形之形質 88—101

- 60. 角之三角函數性質
- 61. 角之三角函數關係
- 62. 正弦與邊之關係
- 63. 餘弦與邊之關係
- 64. 邊之平方與餘弦之關係
- 65. 一邊與他二邊和之比
- 66. 一邊與他二邊差之比
- 67. 二邊之和與差之比
- 68. 半角之正弦
- 69. 半角之餘弦

20. 半角之正切	
21. 面積之公式	
22. 例題	
第七編 三角形之解法	102—113
23. 定義	
24. 第一類	
25. 第二類	
26. 第三類	
27. 第四類	
第八編 測量之應用	114—129
28. 能見不能近之物求其至測點之距離	
29. 能見不能近之二物求其距離	
30. 能近之物求其高	
31. 能見不能近之物求其高	
32. 測山之高	
33. 視水平界之推求	
34. 測量雜例	
附錄一 弧度法,反圓函數,三角方程式	130—138
第一章 弧度法	
第二章 反圓函數	

6. 平面三角法

第三章 三角方程式

附錄二 補習雜題.....139—154

- I. 銳角之三角函數
- II. 直角三角形
- III. 任意角之三角函數
- IV. 複角之三角函數
- V. 三角形之性質
- VI. 三角形之解法
- VII. 測量之應用
- VIII. 弧度法
- IX. 反圓函數
- X. 三角方程式

新編平面三角法

緒論

1. 平面三角法爲以代數論角及三角形性質之法也。雖以三角命名。然所論者實不限於三角形。凡角之計算，角之函數，及三角形解法之應用等。均屬於其範圍之內。

2. 測角法 凡計算一量。必以與其量同類之量爲標準。命之曰單位。故欲測一角。必取任意之角爲單位而量度之。於幾何學之測角也。恒以直角爲單位。然日用上取直角爲單位不適於用。故恒採六十分法。

3. 六十分法 以直角分之爲九十等分。命之曰度。一度又分之爲六十等分。命之曰分。一分又分之爲六十等分。命之曰秒。於測量、航海、天文等學舉凡實地計算者。均適用此法。

於度、分、秒之記號用 $^{\circ}$, $'$, $''$

2 平 面 三 角 法

例如三十度二十五分四十六秒。可記之爲

$$30^{\circ}25'46''$$

又如 $36^{\circ}54'28''$ 即三十六度五十四分二十八秒也。

茲舉數例及問題數則如下。使學者熟習六十分法之計算。

[例1] $35^{\circ}16'12''$ 試改用直角爲單位表之。(不足一單位可化爲小數也)

$$\begin{array}{r} 60) 12 \text{ 秒} \\ 60) 16.2 \text{ 分} \\ 90) 36.27 \text{ 度} \\ \hline 0.403 \dots \text{ 直角} \end{array}$$

答 0.403 直角

[例2] 試將 2.3456 直角以六十分法記之。

$$\begin{array}{r} 2.3456 \dots \text{ 直角} \\ \times 90 \\ \hline 211.104 \text{ 度} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} .104 \\ \times 60 \\ \hline 6.24 \text{ 分} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} .24 \\ \times 60 \\ \hline 14.4 \text{ 秒} \end{array} \quad \text{答 } 211^{\circ}614.^{\prime\prime}4$$

[例3] 求正十六角形之每角若干。

依幾何理。正 n 角形之每角爲 $\frac{2n-4}{n} \times 180^{\circ}$

以 $n=16$, $R=90^\circ$ 代入。得每一角爲

$$\frac{2 \times 16 - 4}{16} \times 90^\circ = \frac{7}{4} \times 90^\circ = 157^\circ 30' \dots\dots \text{答}$$

問題 I

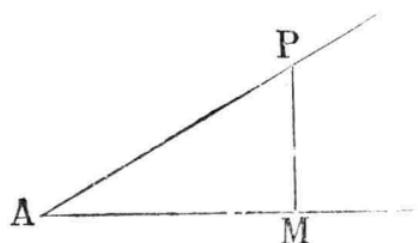
1. $23^\circ 34' 45''$ 化爲秒若干。
2. $3456''$ 化爲度分秒。
3. 試化 2.468 直角爲度分秒。
4. $222^\circ 7' 12''$ 試化爲直角之小數。
5. 直角之八分之一,二十五分之一,八十一分之一,各合度分秒幾何。
6. 試以六十分法表正八角形,正二十七角形,正三十二角形,正三十五角形之每角。各若干。

4. 平面三角法

第一編

銳角之三角函數

4. A 為任一銳角。於其任一邊上取任一點 P。向他一邊作垂線 PM。此 PM 名之曰垂線。



AM 名之曰底邊。AP 名之曰斜邊。而其

$\frac{PM}{AP}$ 即 垂線 斜邊 謂之 A 角之正弦。以 $\sin A$ 記之。

$\frac{AM}{AP}$ 即 底邊 斜邊 謂之 A 角之餘弦。以 $\cos A$ 記之。

$\frac{PM}{AM}$ 即 垂線 底邊 謂之 A 角之正切。以 $\tan A$ 記之。

$\frac{AM}{PM}$ 即 底邊 垂線 謂之 A 角之餘切。以 $\cot A$ 記之。

$\frac{AP}{AM}$ 即 斜邊 底邊 謂之 A 角之正割。以 $\sec A$ 記之。

$\frac{AP}{PM}$ 即 斜邊 垂線 謂之 A 角之餘割。以 $\cosec A$ 記之。

上正弦，餘弦，正切，餘切，正割，餘割六數。謂之三角函數。或謂之圓函數。

[注意] 上所稱垂線為對於角者。底邊為從角頂點至垂足之部分。不可不區別而熟誌之。

[注意2] 於英語正弦爲 sine, 餘弦爲 cosine, 正切爲 tangent, 餘切爲 cotangent, 正割爲 secant, 餘割爲 cosecant。上之記號即此諸名辭之略也。

5. 凡角之大小已定。則其三角函數即可確定。故逆推之。從三角函數之值可決定其角之大。

$\angle BAC$ 為任一角。於其 AC 邊上取 P 點。作 PM 垂線。準上款從 AP , PM , AM 固可得 $\angle BAC$ 角之三角函數。然即使於 AC 邊上任取他點 P' 。或從 AB 邊上取任一點 P'' 。向其他一邊作 $P'M'$ 或 $P''M''$ 垂線。亦可從而求得 A 角之三角函數。但使 A 角之大不變。其三角函數斷不變也。蓋 $\triangle PAM$ 與 $\triangle P'M'A$ 及 $\triangle P''AM$ 俱為相似之直角三角形。依相似比例理。 $\frac{PM}{AP} = \frac{P'M'}{A P'} = \frac{P''M''}{A P''}$, $\frac{AM}{AP} = \frac{AM'}{A P'} = \frac{AM''}{A P''}$ 可見所取 P 點雖改移。其正弦、餘弦函數仍不改也。同樣可知其他各三角函數亦不隨 P 點移動而變。故 A 角不變。則 A 角之三角函數亦不變。知 A 角之大。即知其三角函數之值。知三角函數之值。亦即可決定 A 角之若干度也。

