

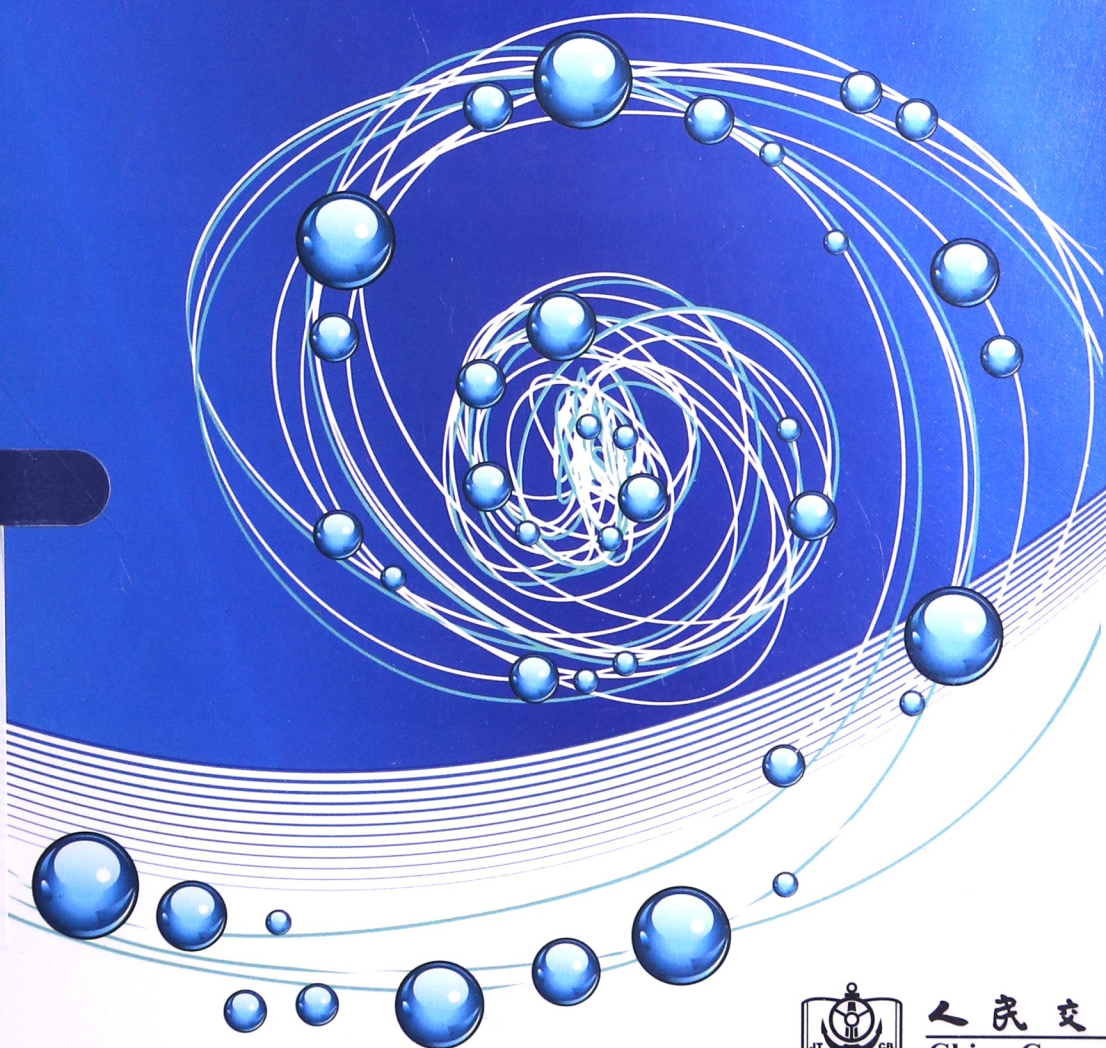


普通高等教育规划教材

# 工程流体力学 学习指导

Gongcheng  
Liuti Lixue  
Xuexi Zhidao

齐清兰 © 编著



人民交通出版社  
China Communications Press

014032265

TB126  
56



普通高等教育规划教材

# 工程流体力学

## 学习指导

Gongcheng  
Liuti Lixue  
Xuexi Zhidao

齐清兰 © 编著



北航

C1720513



人民交通出版社  
China Communications Press

TB126

56

## 内 容 提 要

本书为高等院校土建类各相关专业的教学参考书,内容包括:绪论,流体静力学,流体动力学,流动阻力及能量损失,孔口、管嘴出流和有压管路,明渠均匀流,明渠非均匀流,堰流及闸孔出流,渗流。主要有助于读者巩固所学理论,提高分析、解决工程流体力学问题的能力。

本书可作为高等学校土建类各相关专业的教学参考书和全国注册土木工程师考试的参考书,也可供有关专业的工程技术人员参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

工程流体力学学习指导 / 齐清兰编著. — 北京:  
人民交通出版社, 2014. 2

ISBN 978-7-114-11082-5

I. ①工… II. ①齐… III. ①工程力学—流体力学—  
高等学校—教学参考资料 IV. ①TB126

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 301688 号

普通高等教育规划教材

书 名: 工程流体力学学习指导

著 者: 齐清兰

责任编辑: 温鹏飞

出版发行: 人民交通出版社

地 址: (100011)北京市朝阳区安定门外外馆斜街 3 号

网 址: <http://www.ccpres.com.cn>

销售电话: (010)59757973

总 经 销: 人民交通出版社发行部

经 销: 各地新华书店

印 刷: 北京盈盛恒通印刷有限公司

开 本: 787×1092 1/16

印 张: 9.25

字 数: 215 千

版 次: 2014 年 2 月 第 1 版

印 次: 2014 年 2 月 第 1 次印刷

书 号: ISBN 978-7-114-11082-5

定 价: 22.00 元

(有印刷、装订质量问题的图书由本社负责调换)

# 前 言

本书作者于2000年主编的高等学校教学参考书《水力学学习指导及考试指南》(齐清兰主编,中国计量出版社,2000)发行后读者反映良好。本书汲取了《水力学学习指导及考试指南》的精华,并作了以下较大改进:

(1)每章的重点内容主要突出基本概念、基本理论、基本计算方法及工程应用。

(2)典型例题与实际工程紧密结合。每章的典型例题一部分选自国内外《工程流体力学》、《水力学》教科书和习题集,另一部分是作者在多年从事水力学、流体力学教学以及水动力学科学研究和生产实践过程中积累的。

(3)书中的每道例题均附有解析,旨在帮助读者进一步巩固所学理论,提高运用理论分析并解决实际问题的能力。

本书共分九章,分别为:绪论,流体静力学,流体动力学,流动阻力及能量损失,孔口、管嘴出流和有压管路,明渠均匀流,明渠非均匀流,堰流及闸孔出流,渗流。每章主要包括重点内容、典型例题两部分内容,每道例题均附有解析和答案。

本书由石家庄铁道大学齐清兰编著,由于作者水平有限,书中不妥之处在所难免,恳请读者批评指正。

作 者

2013年11月

# 目 录

第一章 绪论	1
第一节 重点内容	1
第二节 典型例题	4
第二章 流体静力学	7
第一节 重点内容	7
第二节 典型例题	17
第三章 流体动力学理论基础	26
第一节 重点内容	26
第二节 典型例题	39
第四章 流动阻力及能量损失	47
第一节 重点内容	47
第二节 典型例题	59
第五章 孔口、管嘴出流和有压管路	68
第一节 重点内容	68
第二节 典型例题	82
第六章 明渠均匀流	90
第一节 重点内容	90
第二节 典型例题	94
第七章 明渠非均匀流	98
第一节 重点内容	98
第二节 典型例题	109
第八章 堰流及闸孔出流	117
第一节 重点内容	117
第二节 典型例题	127
第九章 渗流	132
第一节 重点内容	132
第二节 典型例题	137
参考文献	140

# 第一章 绪 论

## 第一节 重点内容

### 一、流体的连续介质模型

#### 1. 连续介质模型

连续介质模型认为流体充满一个体积时是不留任何空隙的,其中没有真空,也没有分子间的间隙,是连续介质(不考虑微观结构),其物理量可视为空间坐标和时间的连续函数,这样便于运用数学工具进行微积分运算。

#### 2. 质点(微团)

质点(微团)是流体分子的集合。从几何上讲可以任意小,但其中又包含足够多的流体分子,能代表流体的性质。

### 二、流体的主要物理性质

#### 1. 密度和重度

单位体积流体所具有的质量称为密度,以  $\rho$  表示,单位为  $\text{kg}/\text{m}^3$ ,公式为:

$$\rho = \frac{M}{V} \quad (1-1)$$

单位体积流体所具有的重量称为重度。以  $\gamma$  表示,单位为  $\text{N}/\text{m}^3$ ,公式为:

$$\gamma = \frac{Mg}{V} \quad (1-2)$$

密度和重度的关系:

$$\gamma = \rho g \quad (1-3)$$

计算中通常取  $\rho = 1000\text{kg}/\text{m}^3$ ,  $\gamma = 9800\text{N}/\text{m}^3$ 。

#### 2. 黏滞性和理想流体模型

##### (1) 黏滞力

当流体之间存在相对运动时,会产生一种摩擦力阻碍其相对运动,这种力称为黏滞力(内摩擦力)。它随相对运动的产生而产生,消失而消失。图 1-1 所示的明渠水流,其流速分布特征为越靠近底部数值越小。现取出任意相邻两层水体作为研究对象并将其隔离开来,由于两层流速不等而存在相对运动所产生的力  $F$  即为黏滞力。

##### (2) 牛顿内摩擦定律

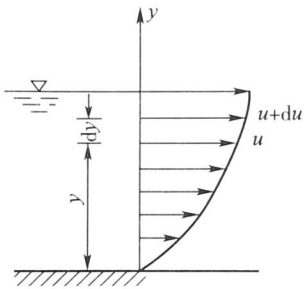
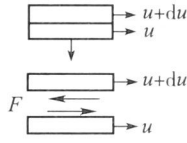


图 1-1 黏性流体的相对运动



牛顿内摩擦定律是通过实验得到的。如图 1-2 所示,在两面积较大的平板之间装有某种流体,底部平板固定,以力  $T$  拉动上部平板做匀速运动,当两平板之间的距离以及力  $T$  均较小时,流速分布近似直线,此时的流体运动为层流状态,如图 1-2a) 所示。用任一平面将实验装置分为上、下两部分,以上部分作为研究对象,则有  $F = T$ ,即通过测量  $T$  的大小可得到黏滞力  $F$ ,如图 1-2b) 所示。

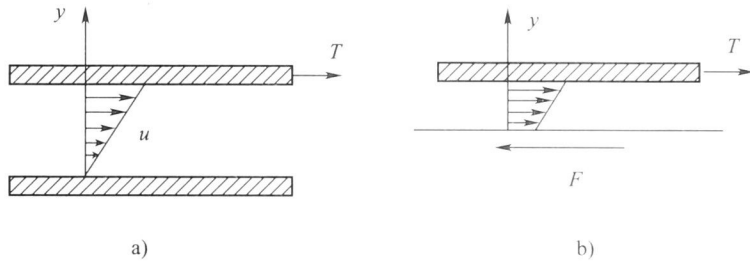


图 1-2 牛顿平板试验示意图

通过牛顿平板实验得到如下结论:

- ①  $F$  与流速梯度成正比。
- ②  $F$  与流体的接触面积  $\omega$  成正比。
- ③  $F$  与流体的性质有关。
- ④  $F$  与接触面上的法向力无关。

以上结论用公式表示为:

$$F = \mu \omega \frac{du}{dy} \quad (1-4)$$

式中:  $\omega$  —— 平板面积;

$\mu$  —— 流体的动力黏滞系数,其国际单位为  $\text{N} \cdot \text{s}/\text{m}^2$  ( $\text{Pa} \cdot \text{s}$ )。

单位面积上的内摩擦力(又称切应力):

$$\tau = \frac{F}{\omega} = \mu \frac{du}{dy} \quad (1-5)$$

式(1-5)即为牛顿内摩擦定律。

流体的运动黏性系数  $\nu$  (单位:  $\text{m}^2/\text{s}$ ) 也可以表示流体的黏性,它与动力黏滞系数  $\mu$  的关系为:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (1-6)$$

### (3) 理想流体模型

理想流体是一种假想流体,认为这种流体没有黏性,即  $\mu = 0$ 。

### 3. 压缩性和膨胀性

压强增高时,分子间的距离减小,流体宏观体积减小,同时其内部将产生一种试图恢复原状的内力(弹性力)与所受压力维持平衡,撤除压力后可恢复原状,这种性质称为流体的压缩

性或弹性。若流体受热,则体积膨胀,密度减小,这种性质称为流体的膨胀性。

### (1) 液体的压缩性和膨胀性

液体压缩性的大小以体积压缩系数  $\beta$  或体积弹性系数  $K$  表示。

设压缩前体积为  $V$ , 压强增加  $\Delta p$  后, 体积减小  $\Delta V$ , 体积应变为  $\Delta V/V$ , 则:

$$\beta = -\frac{\Delta V/V}{\Delta p} \quad (1-7)$$

$$K = \frac{1}{\beta} = -\frac{\Delta p}{\Delta V/V} \quad (1-8)$$

体积压缩系数  $\beta$  的单位为  $\text{m}^2/\text{N}$ , 体积弹性系数  $K$  的单位为  $\text{N}/\text{m}^2$ 。

液体的膨胀性, 用体胀系数  $\alpha_v$  表示, 与压缩系数相反, 当温度增加  $dT$  时, 液体的密度减小率为  $-d\rho/\rho$ , 体积变化率为  $dV/V$ , 则体胀系数  $\alpha_v$  为:

$$\alpha_v = \frac{dV/V}{dT} \quad (1-9)$$

或

$$\alpha_v = -\frac{d\rho/\rho}{dT} \quad (1-10)$$

水的压缩性和膨胀性很小, 一般情况下可以忽略不计。只有在某些特殊情况下, 才考虑水的压缩性和膨胀性, 如输水管路中的水击现象、热水采暖问题等。

### (2) 气体的压缩性和膨胀性

气体的密度由理想气体状态方程确定。在温度不过低、压强不过高时, 气体密度  $\rho$ 、绝对压强  $P$  和温度  $T$  之间的关系服从理想气体状态方程:

$$\frac{P}{\rho} = RT \quad (1-11)$$

式中:  $T$ ——气体的热力学温度,  $\text{K}$ ;

$R$ ——气体常数,  $\text{N} \cdot \text{m}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ 。

在等温情况下, 压强和密度成正比, 即:

$$\frac{p}{\rho} = \frac{p_1}{\rho_1} \quad (1-12)$$

需指出, 气体有一个极限密度, 对应的压强称为极限压强。当压强超过极限压强时, 随压强的增加密度不再增大, 所以式(1-12)适用于远小于极限压强的情况。

在定压情况下, 温度与密度成反比, 即:

$$\rho_0 T_0 = \rho T \quad (1-13)$$

式中:  $T_0$ 、 $\rho_0$ ——初始温度和初始密度。

式(1-13)对各种不同温度下的一切气体均适用, 尤其适用于中等压强范围内的空气及其他不易液化的气体。



在土木工程师所遇到的大多数气体流动,速度远小于音速,其密度变化不大,可看作不可压缩流体,比如烟道内气体的流动等。

### 4. 表面张力

自由液面上的液体分子由于受两侧分子引力的不平衡而承受极其微小的拉力,这种拉力称为表面张力。表面张力是一种局部力,且数值很小,常忽略不计。

### 5. 气化压强

液体分子逸出液面向空间扩散的过程称为气化,液体气化为蒸气。气化的逆过程称为凝结,蒸气凝结为液体。当这两个过程达到动平衡时,宏观的气化现象停止,此时液体的压强称为饱和蒸气压强,或气化压强,液体的气化压强与温度有关。工程上通常要求液体某处的压强大于气化压强,以防气蚀破坏。

## 三、作用在流体上的力

作用于流体上的力分为:表面力和质量力两大类。

### 1. 表面力

作用于被研究的隔离体表面上的力,其大小与受作用的流体表面积成正比。包括压力、黏滞力、表面张力等。

### 2. 质量力

作用在隔离体内每个流体质点上的力,其大小与流体的质量成正比。包括重力、惯性力等。

质量为  $M$  的流体,若总质量力为  $\vec{F}$ ,则单位质量力  $\vec{f} = \frac{\vec{F}}{M}$ 。

单位质量力的三个分量  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  与总质量力的三个分量  $F_x$ 、 $F_y$ 、 $F_z$  的关系为:

$$X = \frac{F_x}{M}, Y = \frac{F_y}{M}, Z = \frac{F_z}{M}$$

当只有重力作用时,  $X = 0, Y = 0, Z = -g$  (向上为  $z$  轴的正方向)。单位质量力的单位为  $\text{m/s}^2$ 。

## 第二节 典型例题

**【例 1-1】** 当温度为  $t_1$  时,水的密度为  $\rho_1 = 998.23 \text{kg/m}^3$ ,当温度升至  $t_2$  时,其体积增加了 4.2%,问此时水的密度多大?其密度减少了百分之几?

**解析:** 当温度变化时,水的密度发生变化,但质量不变,即  $\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2$ 。

**答案:** 由  $\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2$  得到:

$$\rho_2 = \rho_1 \frac{V_1}{V_2} = 998.23 \times \frac{V_1}{1.042 V_1} = \frac{998.23}{1.042} = 957.994 \text{kg/m}^3$$

密度相对减少的百分比为:

$$\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1} = \frac{998.23 - 957.99}{998.23} \times 100\% = 4.03\%$$

【例 1-2】 某气体在 20℃ 及  $0.2 \times 10^6 \text{ Pa}$  绝对压强时的体积为  $V = 0.04 \text{ m}^3$ ，气体常数  $R = 210 \text{ m} \cdot \text{N}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ，求该气体的密度  $\rho$  和质量  $m$ 。

解析：本题可直接用理想气体状态方程求密度，由  $m = \rho V$  计算质量。

答案：具体计算如下：

密度

$$\rho = \frac{p}{RT} = \frac{0.2 \times 10^6}{210(273 + 20)} = 3.25 \text{ kg/m}^3$$

质量

$$m = \rho V = 3.25 \times 0.04 = 0.13 \text{ kg}$$

【例 1-3】 已知液体中流速沿  $y$  方向分布如图 1-3 所示三种情况，试根据牛顿内摩擦定律  $\tau = \mu \frac{du}{dy}$ ，定性绘出切应力  $\tau$  沿  $y$  方向的分布图。

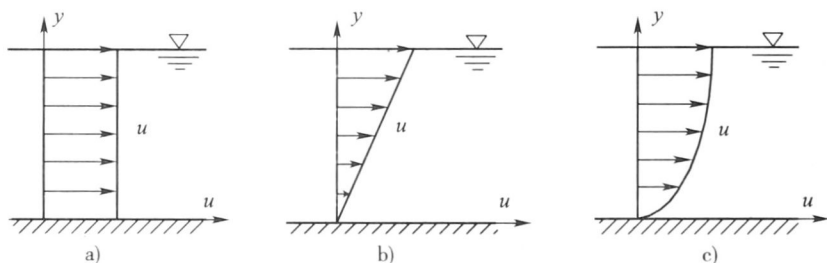


图 1-3 【例题 1-3】图

解析：图 1-3a) 所示的流速为常数，则  $\frac{du}{dy} = 0$ ；图 1-3b) 所示的流速分布为直线，可表示为  $u = by$ ，即  $\frac{du}{dy} = b = \text{常数}$ ；图 1-3c) 所示的流速分布为二次曲线，可表示为  $u = by + cy^2$ ，即  $\frac{du}{dy} = b + 2cy$ ，为直线分布，需注意液面处速度梯度为零。

答案：如图 1-4 所示。

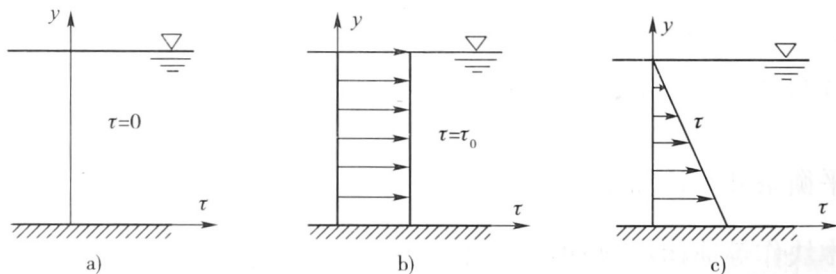


图 1-4 【例题 1-3】答案图

【例 1-4】 如图 1-5 所示，水平固体边界上的速度分布呈抛物线形，其函数表达式为： $u = Ay^2 + By + C$ ，式中  $A, B, C$  为待定常数，在  $y = 0$  处， $u_0 = 0$ ，在  $y \geq 1 \text{ m}$  处，流速近似为  $u_1 = 2 \text{ m/s}$ ，设水的运动黏性系数  $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ，试求  $y_0 = 0 \text{ m}$ 、 $y_{0.5} = 0.5 \text{ m}$  和  $y_1 = 1 \text{ m}$  处的切应力。

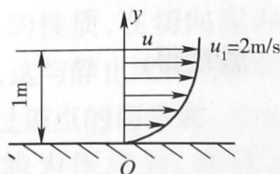


图 1-5 【例题 1-4】图

**解析:**题目要求计算某处的切应力,需用到牛顿内摩擦定律  $\tau = \mu \frac{du}{dy}$ 。现已知底部和液面的流速值,且液面处流速梯度为零,代入流速及其导数的表达式即可确定  $A$ 、 $B$ 、 $C$ ; 计算  $y_0 = 0\text{m}$ 、 $y_{0.5} = 0.5\text{m}$  和  $y_1 = 1\text{m}$  处的  $\frac{du}{dy}$  值,代入牛顿内摩擦定律计算切应力。

**答案:**由流速的函数表达式并求导后得到:

$$\begin{cases} u = Ay^2 + By + C & (1) \\ \frac{du}{dy} = 2Ay + B & (2) \end{cases}$$

将  $y=0$ 、 $u=0$  及  $y=1$ 、 $u=2$  代入式(1),将  $y=1$ 、 $\left. \frac{du}{dy} \right|_{y=1} = 0$ , 代入式(2):

$$\begin{cases} 0 = C \\ 2 = A + B + C, \\ 0 = 2A + B \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} C = 0 \\ A = -2 \\ B = 4 \end{cases}$$

根据  $\tau = \mu \frac{du}{dy}$ , 且  $\mu = \rho\nu = 10^{-3}\text{Pa} \cdot \text{s}$ , 则:

$$\tau = \mu(2Ay + B) = 10^{-3} \times (4 - 4y) \quad (3)$$

将  $y_0 = 0\text{m}$ 、 $y_{0.5} = 0.5\text{m}$  和  $y_1 = 1\text{m}$  代入式(3), 得到:

$$\begin{cases} \tau_0 = 4 \times 10^{-3}\text{Pa} \\ \tau_{0.5} = 2 \times 10^{-3}\text{Pa} \\ \tau_1 = 0 \end{cases}$$

**【例 1-5】** 一底面积为  $\omega = 45 \times 50\text{cm}^2$ 、质量为  $5\text{kg}$  的木块,沿涂有润滑油的斜面向下作等速运动,木块运动速度  $u = 1.2\text{m/s}$ ,油层厚度  $\delta = 1\text{mm}$ ,斜面倾角  $\theta = 20^\circ$  (图 1-6),求油的动力黏滞系数  $\mu$ 。

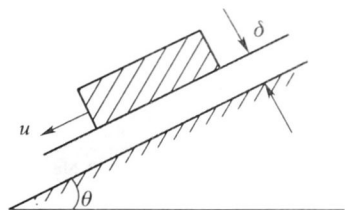


图 1-6 【例题 1-5】图

**解析:**首先分析木块沿运动方向所受的力:一是重力沿流动方向的分力;二是运动产生的摩擦力,作等速运动时两者相等。摩擦力由牛顿内摩擦定律计算,由于油层厚度极薄,近似认为流速为直线分布,即  $u = ay$ ,  $\frac{du}{dy} = a$ , 由于  $y = \delta$  时,  $u = 1.2$ , 因此  $a = \frac{u}{y} =$

$\frac{1.2}{0.001}$ 。由力的平衡条件可计算  $\mu$  值。

**答案:**由于木块作等速运动,则重力沿流动方向的分力与摩擦力相等。即:

$$mg\sin\theta = T = \mu\omega \frac{du}{dy} = \mu\omega a$$

整理得:

$$\mu = \frac{mg\sin\theta}{\omega a} = \frac{5 \times 9.8 \times \sin 20^\circ}{0.45 \times 0.5 \times \frac{1.2}{0.001}} = 0.062\text{Pa} \cdot \text{s}$$

## 第二章 流体静力学

### 第一节 重点内容

#### 一、流体静压强及其特性

##### 1. 压强的定义

在静止流体中取一微元体作隔离体。为保持隔离体仍处于静止状态,需要在隔离体表面上施加外力,以代替四周流体对隔离体的作用,如图 2-1 所示。用任一平面  $ABCD$  将隔离体分为 I、II 两部分,假定将 I 部分移去,并以与其等效的力代替它对 II 部分的作用,显然,余留部分不会失去原有的平衡。

从平面  $ABCD$  上取出一微小面积  $\Delta\omega$ ,  $a$  点是该面的几何中心,令力  $\Delta P$  为从移去液体方面作用在面积  $\Delta\omega$  上的总作用力,则  $\Delta P$  称为面积  $\Delta\omega$  上的流体静压力,作用在  $\Delta\omega$  面上的平均流体静压强  $\bar{p}$  可表示为:

$$\bar{p} = \frac{\Delta P}{\Delta\omega} \quad (2-1)$$

当  $\Delta\omega$  无限缩小到点  $a$  时,平均压强  $\frac{\Delta P}{\Delta\omega}$  便趋于某一极限值,此极限值定义为该点的流体静压强,即:

$$p = \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta\omega} = \frac{dP}{d\omega} \quad (2-2)$$

在国际单位制中,流体静压力的单位为 N,流体静压强的单位为  $\text{N}/\text{m}^2$ ,又称帕斯卡,用 Pa 表示。

##### 2. 流体静压强的特性

第一特性:流体静压强的方向垂直指向被作用面。若受压面为曲面,则某点处的静压强垂直于过该点的切平面。其原因为:假如某点处的流体静压强是任意方向,则该压强可分解为法向应力与切向应力,根据流体的性质,在切向应力作用下,流体将失去平衡而流动,这与静止流体的前提不符,故流体静压强必须垂直于过该点的切平面;又由于流体不能承受拉应力,故只能为压应力,如图 2-2 所示。

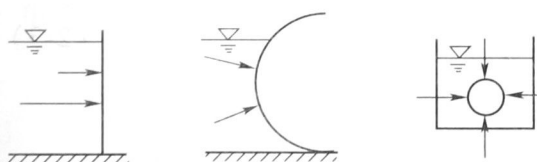


图 2-2 静压强方向示意图

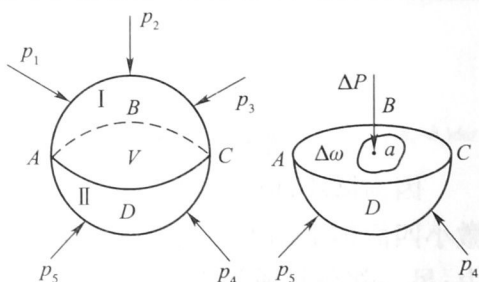


图 2-1 平衡流体中隔离体的受力

第二特性:作用于同一点上各方向的流体静压强大小相等。如图 2-3 所示的折面  $ABC$ ,  $B$  点处的压强  $p_{B1}$  和  $p_{B2}$  虽然方向不同,但大小相等,  $p_{B1} = p_{B2}$ 。

第二特性的证明如下:

在平衡流体中分割出一无限小的四面体  $OABC$  (图 2-4), 倾斜面  $ABC$  的法线方向任意选取。为简单起见, 让四面体的三个棱边与坐标轴重合, 各棱边长为  $\Delta x$ 、 $\Delta y$ 、 $\Delta z$ , 且  $z$  轴与重力方向平行。现以  $p_x$ 、 $p_y$ 、 $p_z$  和  $p_n$  分别表示坐标面和斜面  $ABC$  上的平均压强。如果能够证明, 当四面体  $OABC$  无限地缩小到  $O$  时,  $p_x = p_y = p_z = p_n$  ( $n$  为任意方向), 则流体静压强的第二特性得到证明。

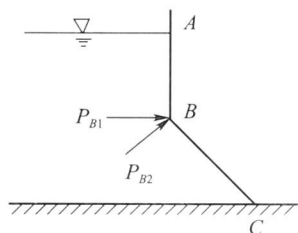


图 2-3 静压强第二特性示意图

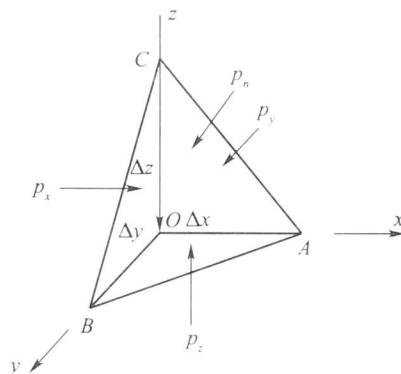


图 2-4 微小四面体所受表面力

因为微小四面体是从平衡流体中分割出来的, 它在所有外力作用下必处于平衡。作用于微小四面体上的外力包括两部分: 一部分是四个表面上的表面力, 即周围流体作用的流体静压力; 另一部分是质量力, 在静止流体中质量力只有重力。

表面力和质量力可分别表示为:

$$\left. \begin{array}{l} \text{表面力} \\ \text{质量力} \end{array} \right\} \begin{cases} p_x \frac{1}{2} \Delta y \Delta z \\ p_y \frac{1}{2} \Delta x \Delta z \\ p_z \frac{1}{2} \Delta x \Delta y \\ p_n \Delta s \\ X\rho \frac{1}{6} \Delta x \Delta y \Delta z \\ Y\rho \frac{1}{6} \Delta x \Delta y \Delta z \\ Z\rho \frac{1}{6} \Delta x \Delta y \Delta z \end{cases}$$

写出沿  $x$  方向力的平衡方程:

$$p_x \frac{1}{2} \Delta y \Delta z - p_n \Delta s \cos(n, x) + X\rho \frac{1}{6} \Delta x \Delta y \Delta z = 0 \quad (2-3)$$

由于  $\Delta s \cos(n, x)$  表示斜面  $ABC$  在  $yOz$  平面上的投影, 则有:

$$\Delta s \cos(n, x) = \frac{1}{2} \Delta y \cdot \Delta z$$

代入式(2-3)得到:

$$p_x \frac{1}{2} \Delta y \Delta z - p_n \frac{1}{2} \Delta y \Delta z + X \rho \frac{1}{6} \Delta x \Delta y \Delta z = 0$$

即:

$$p_x - p_n + X \frac{1}{3} \rho \Delta x = 0$$

取微分四面体无限缩至  $O$  点的极限, 则  $p_x = p_n$ 。

建立  $y$  方向和  $z$  方向的平衡方程, 则  $p_y = p_n, p_z = p_n$ 。

由此得到  $p_x = p_y = p_z = p_n$ 。

静止流体任意点压强仅是空间坐标的函数而与受压面方位无关, 即  $p = p(x, y, z)$ 。

## 二、重力作用下流体静压强的分布规律

### 1. 液体静力学的基本方程

如图 2-5 所示, 在均质液体中取一竖直柱形隔离体, 它的水平截面积为  $d\omega$ , 顶部压强为  $p_1$ , 底部压强为  $p_2$ , 顶部、底部距液面的距离分别为  $h_1$ 、 $h_2$ , 距基准面的距离分别为  $z_1$ 、 $z_2$ , 液面压强用  $p_0$  表示。

在重力作用下, 水平方向没有质量力, 前后左右的水平方向表面力处于平衡状态。在竖直方向, 顶面压力等于  $p_1 d\omega$ , 方向向下, 底面的压力等于  $p_2 d\omega$ , 方向向上, 质量力是重力  $\gamma h d\omega$ , 或表示为  $\gamma(z_1 - z_2) d\omega$ , 方向向下, 各力处于平衡状态, 则有:

$$p_1 d\omega + \gamma(z_1 - z_2) d\omega - p_2 d\omega = 0 \quad (2-4)$$

整理得:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} \quad (2-5a)$$

式(2-5a)表明静止液体中任意两点的  $z + \frac{p}{\gamma}$  值相等, 即:

$$z + \frac{p}{\gamma} = C \quad (2-5b)$$

式(2-4)也可表示为:

$$p_1 d\omega + \gamma h d\omega - p_2 d\omega = 0$$

整理得:

$$p_2 = p_1 + \gamma h \quad (2-6)$$

当柱体上底面与液面齐平时, 则上底面压强为  $p_0$ , 由式(2-6)得到位于液面以下深度为  $h$  的液体静压强为:

$$p = p_0 + \gamma h \quad (2-7)$$

式(2-5)和式(2-7)为重力作用下液体静力学基本方程的两种形式, 应用时需注意下述几点:

- ①当  $p_1 < p_2$  时,  $z_1 > z_2$ , 即位置较低点压强恒大于位置较高点压强。
- ②任一点压强由两部分组成: 一部分为液面压强  $p_0$ , 另一部分是由  $\gamma h$  产生的压强, 两者相

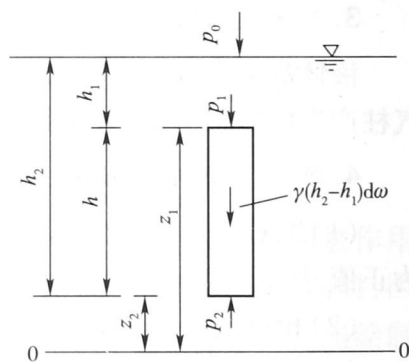


图 2-5 柱形隔离体的受力

互独立。

③压强  $p$  随液体深度  $h$  呈线性增大。

④当液面暴露在大气中时,式(2-7)可表示为:

$$p = p_a + \gamma h \quad (2-8)$$

式中:  $p_a$ ——大气压强,通常取 1 个工程大气压,其值为  $98\text{kN/m}^2$ 。

⑤对于液体任意两点,如 2 点在 1 点以下的垂直深度为  $\Delta h$ ,则两点压强的关系为:

$$p_2 = p_1 + \gamma \Delta h$$

### 2. 等压面

由式(2-5a)可以看出,当  $p_1 = p_2$  时,  $z_1 = z_2$ ,即压强相等的各点组成的面为水平面。压强相等的点组成的面又称为等压面,所以,对于同一种连续的静止液体,水平面为等压面。

图 2-6 所示的 1-1、2-2、3-3 均为等压面。

### 3. 气体压强计算

液体静力学基本方程也适用于不可压缩气体。由于气体重度很小,在高差不大的情况下,气柱产生的压强值很小,因而可忽略  $\gamma h$  的影响,即认为空间各点气体压强相等。

### 4. 绝对压强、相对压强、真空值

(1)绝对压强:以设想没有大气存在的绝对真空状态作为零点计量的压强。绝对压强总为正值,用  $p_{\text{abs}}$  表示。

(2)相对压强:以当地大气压强作为零点计量的压强。相对压强可能出现负值,用  $p$  表示。绝对压强与相对压强相差一个当地大气压强  $p_a$ ,即:

$$p_{\text{abs}} = p + p_a \quad (2-9)$$

或

$$p = p_{\text{abs}} - p_a$$

如图 2-7 所示,若已知  $p_0$  为相对压强,则 A 点相对压强和绝对压强分别为:

$$p_A = p_0 + \gamma h_1, p_{A\text{abs}} = p_0 + \gamma h_1 + p_a$$

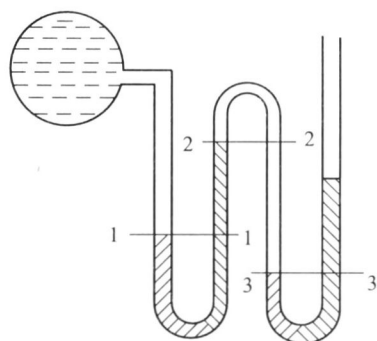


图 2-6 等压面示意图

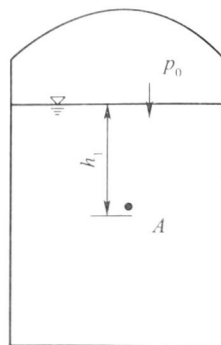


图 2-7 压强计算示意图

若  $p_0$  为绝对压强,则 A 点绝对压强和相对压强分别为:

$$p_{A\text{abs}} = p_0 + \gamma h_1, p_A = p_0 + \gamma h_1 - p_a$$

对于开口容器,则有:

$$p_A = \gamma h_1, p_{A\text{abs}} = p_a + \gamma h_1$$

(3)真空值:当流体中某一点的绝对压强小于当地大气压强时,则称该点存在真空。该点绝对压强小于当地大气压强的数值(或该点相对压强的绝对值)称为真空值,用 $p_v$ 表示。

$$p_v = p_a - p_{abs} = |p| \quad (2-10)$$

绝对压强、相对压强、真空值之间的关系如图 2-8 所示。

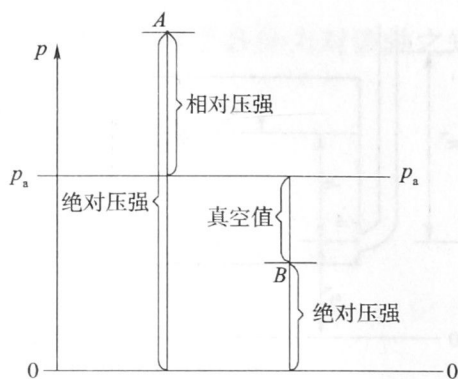


图 2-8 绝对压强、相对压强和真空值

### 5. 液体静压强分布图

根据流体静压强的两个特性和式(2-7)可绘制压强随液体深度变化的几何图形,称为液体静压强分布图。工程中一般要求绘制相对压强分布图。

#### (1) 计算公式

液面压强为 $p_0$ 时:

$$p = p_0 + \gamma h$$

液面为大气压强时:

$$p = \gamma h$$

#### (2) 绘制原则

按比例用线段长度表示某点静压强的大小;用箭头表示静压强的方向(垂直指向被作用面);连直线或曲线,画成一个完整的压强分布图。当绘制作用于平面上的压强分布图时,因压强随液体深度是直线变化,所以只要算出两点压强值,按比例标出长度,连直线即可;当绘制作用于具有转折的平面上的压强分布图时,需要以转折点为分界,在转折点处的两个压强大小相等,但压强方向应各自垂直于受压面;对于具有等半径的圆弧曲面上的压强分布图,其各点的压强方向应沿半径方向指向圆心,如图 2-9 所示。

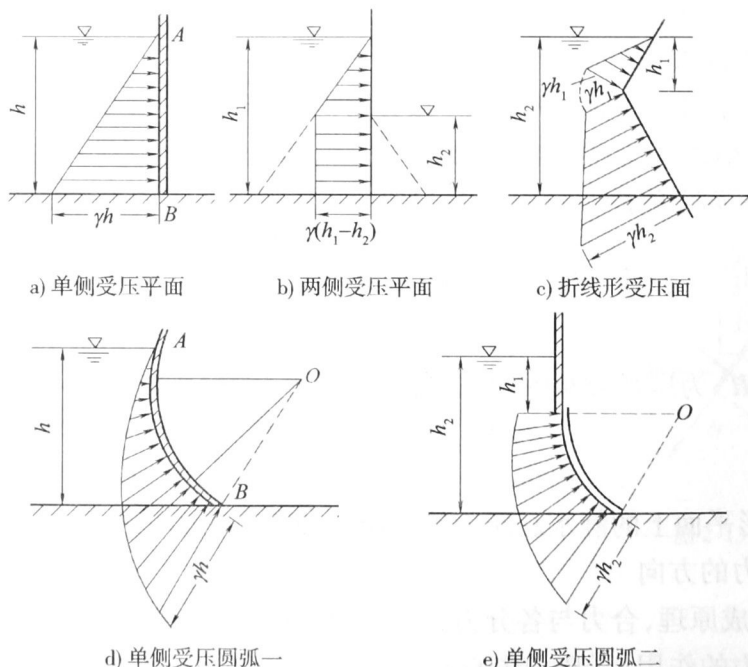


图 2-9 各种情形下流体静压强的分布图



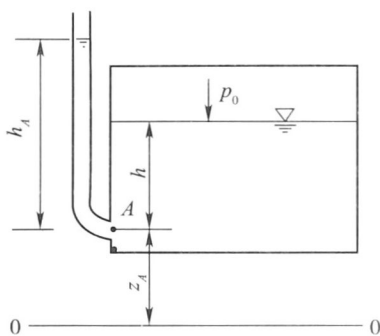


图 2-10 测压管高度示意图

6. 测压管高度、测压管水头、真空度

(1) 测压管高度、测压管水头

图 2-10 所示的密闭容器中盛有水, A 点处的相对压强  $p_A = \gamma h_A$ , 则  $h_A = \frac{p_A}{\gamma}$  称为 A 点的测压管高度。

若 A 点在基准面以上的高度用  $z_A$  表示, 则  $z_A$  称为 A 点的位置高度。

测压管高度与位置高度之和  $z_A + \frac{p_A}{\gamma}$  称为 A 点的测压管水头。

由式(2-2)得到, 在静止液体中各点的测压管水头不变。

测压管高度是压强用液柱高表示的一种方法, 与其他压强单位的换算关系为:

$$\text{lat(工程大气压)} = 98\text{kPa} = 10\text{mH}_2\text{O(米水柱高)} = 736\text{mmHg(毫米汞柱)}$$

(2) 真空度

真空值的液柱高用  $h_v$  表示:

$$h_v = \frac{p_v}{\gamma} = \frac{p_a - p_{\text{abs}}}{\gamma} \quad (2-11)$$

称为真空度。

当  $p_{\text{abs}} = 0$  时, 称为完全真空(完全真空实际上是不存在的), 此时  $h_v = 10\text{m}$  水柱, 称为理论上的最大真空度。

三、作用在平面上的静水总压力

1. 图解法(适用于矩形平面)

(1) 静水总压力的大小

如图 2-11 所示, 在矩形平面 AB 上取一微分面积  $d\omega = b dh$ , 则作用在该微小面积上的静水总压力  $dP = p dw = \gamma h b dh$ , 作用在 AB 平面上的静水总压力为:

$$P = \int dP = \gamma b \int_0^H h dh = \frac{1}{2} \gamma H^2 b$$

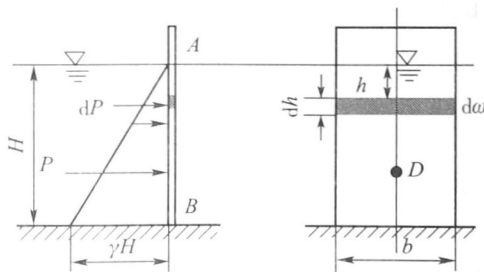


图 2-11 图解法示意图

不难看出,  $\frac{1}{2} \gamma H^2$  为压强分布图面积, 令该面积为  $\Omega$ , 则:

$$P = \Omega b \quad (2-12)$$

由此可见, 矩形平面上的静水总压力等于压强分布图的面积乘以平面宽度。

(2) 静水总压力的方向

由平行力系合成原理, 合力与各分力方向一致, 垂直指向被作用面。

(3) 静水总压力的作用点(压力中心)

静水总压力通过压强分布图的形心作用在受压面的纵对称轴上(图 2-11 中 D 点)。