

全国学前教育专业（新课程标准）“十二五”规划教材

数学（合订本）

（第二版）

| 孔宝刚 主编 |



复旦大学出版社

数学（合订本）

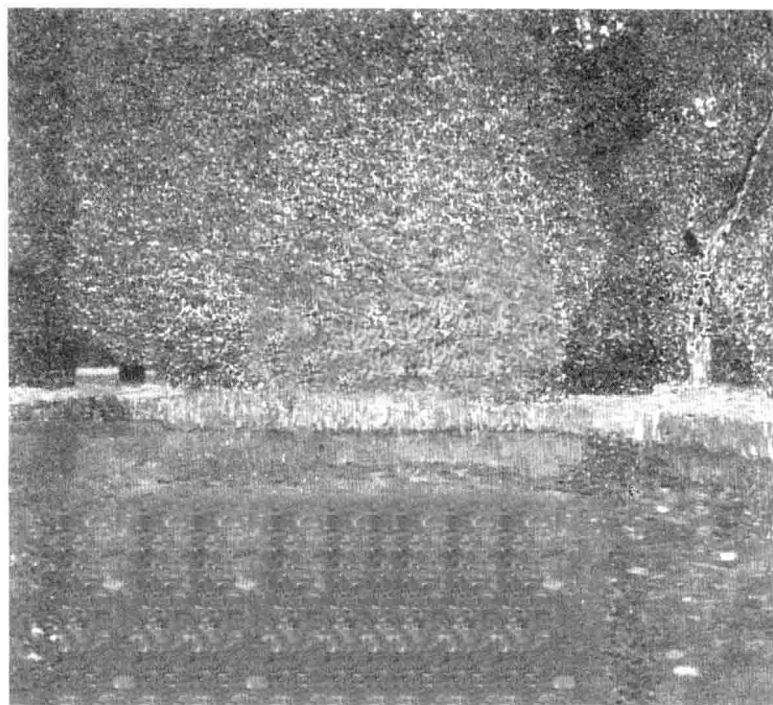
（第二版）

主 编 孔宝刚

副主编 樊亚东 张平奎 付 勇 李振亮

编写人员（按姓氏笔画排列）

于洪波	孔宝刚	王新冉	付 勇	许文龙
刘 艳	汤小如	张平奎	李军华	李振亮
张 鹏	赵筑申	顾正刚	耿 焱	董艳艳
靳一娜	樊亚东	薛祖华	戴 琛	



图书在版编目(CIP)数据

数学(合订本)/孔宝刚主编. —2版. —上海:复旦大学出版社,2013.7
(全国学前教育专业(新课程标准)“十二五”规划教材)
ISBN 978-7-309-09885-3

I. 数… II. 孔… III. 数学-幼儿师范学校-教材 IV. 01

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第161035号

数学(合订本)(第二版)

孔宝刚 主编

责任编辑/梁 玲

复旦大学出版社有限公司出版发行

上海市国权路579号 邮编:200433

网址:fupnet@fudanpress.com <http://www.fudanpress.com>

门市零售:86-21-65642857 团体订购:86-21-65118853

外埠邮购:86-21-65109143

常熟市华顺印刷有限公司

开本 890×1240 1/16 印张 15.5 字数 436 千

2013年7月第2版第1次印刷

印数 1—16 000

ISBN 978-7-309-09885-3/O·522

定价:30.00元

如有印装质量问题,请向复旦大学出版社有限公司发行部调换。
版权所有 侵权必究

内 容 提 要

本书是高等幼儿师范学校学前教育专业数学课程教材,在第一版的基础上作了修订.内容主要包括集合、基本初等函数、数列、不等式、排列与组合、概率与统计.首先,在集合与对应的基础上建立了一般函数的模型,接着具体讨论了几种常见的函数实例,如指数函数、对数函数、三角函数等;其次,运用函数的思想方法讨论了涉及数列以及不等式的简单问题;最后,介绍了概率论的初步知识以及数理统计的基本方法.通过本书的学习,读者能够体会数学与生活的密切联系,感悟数学是研究现代科学技术必不可少的工具,从而进一步提高数学思维的品质和应用数学的能力.

本书适合作为普通高等学校、各类职业院校学前教育专业及幼儿师范院校的文化基础课教材.

总 序

学前教育是国民教育体系的重要组成部分,是终身教育的开端,幼儿教师教育担负着学前教师职前培养和职后培训、促进教师专业成长的双重任务,在教育体系中具有职业性和专业性、基础性和全民性的战略地位。

自1903年湖北幼稚园附设女子速成保育科诞生始,中国幼儿教师教育走过了百年历程。可以说,20世纪上半叶中国幼儿教师教育历经从无到有、从抄袭照搬到学习借鉴的萌芽、创建过程;新中国成立以后,幼儿教师教育在规模与规格、质量与数量、课程与教材建设等方面得到较大提升与发展。中国幼儿教师教育历经稳步发展、盲目冒进、干扰瘫痪、恢复提高和由弱到强的发展过程。

1999年3月,教育部印发《关于师范院校布局结构调整的若干意见》,幼儿教师教育的主体由中等教育向高层次、综合性的高等教育转变;由单纯的职前教育向职前职后教育一体化、人才培养多样化转变;由独立、封闭的办学形式向合作、开放的办学形式转变;由单一的教学模式向产学研相结合的、起专业引领和服务支持作用的综合模式转变。形成中专与大专、本科与研究生、统招与成招、职前与职后、师范教育与职业教育共存的,以专科和本科层次为主的,多规格、多形式、多层次幼儿教师教育结构与体系。幼儿教师教育进入由量变到质变的转型提升进程,由此引发了人才培养、课程设置、教学内容等方面的重大变革。课程资源,特别是与之相适应的教材建设成为幼儿教师教育的当务之急。

正是在这一背景下,“全国学前教育专业系列教材”编审委员会在广泛征求意见和调查研究的基础上,开始酝酿研发适应幼儿教师教育转型发展的专业教材,这一动议得到有关学校、专家的认同和教育部师范教育司有关领导的大力支持。2004年4月,复旦大学出版社组织全国30余所高校学前教育院系、幼儿师范院校的专家、学者会聚上海,正式启动“全国学前教育专业系列教材”研发项目。2005年6月,第一批教材与广大师生见面。此时,恰逢“全国幼儿教师教育研讨会”召开,研讨会上,教育部师范教育司有关领导对推进幼儿教师教育优质课程资源建设作出指示:一是直接组织编写教材,二是遴选优秀教材,三是引进国外优质教材;开发建设有较强针对性、实效性、反映学科前沿动态的、幼儿教师培养和继续教育的精品课程与教材。

结合这一指示精神,编审委员会进一步明确了教材编写指导思想和教材定位。首先,从全国有关院校遴选、组织一批政治思想觉悟高、业务能力强、教育理论和教学实践经验丰富的专家学者,组成教材研发、编撰队伍,探索建立具有中国幼儿教师教育特色、引领学前教育和专业发展的、反映课程改革新成果的教材体系;努力打造教育观念新、示范性强、实践效果好、影响面大和具有推广价值的精品教材。其次,建构以专科、本科层次为主,兼顾中等教育和职业教育,多层次、多形式、多样化的文本与光盘相结合的课程资源库,有效满足幼儿教师教育对课程资源的需求。

经过8年多的教学实践与检验,教材研发的初衷和目的初步实现。截至2013年4月,系列教材共出版120余种,其中8种教材被教育部遴选为普通高等教育“十一五”、“十二五”国家级规划教材,《手

工基础教程》被教育部评选为普通高等教育“十一五”国家级精品教材,《幼儿教师舞蹈技能》荣获教育部教师教育国家精品资源共享课,《健美操教程》获得教育部“改革创新示范”教材;系列教材使用学校达 600 余所,受益师生达数十万人次。

伴随国务院《关于当前发展学前教育的若干意见》和《国家中长期教育改革和规划纲要(2010—2020 年)》的贯彻落实,幼儿教师准入制度和标准的建立、健全,幼儿教师教育面临规范化、标准化、专业化和前瞻化发展的机遇与挑战。一方面,优质学前教育资源已成为国民普遍地享受高质量、公平化、多样性学前教育的新诉求,人才培养既要满足当前学前教育快速发展对幼儿师资的需求,又要确保人才培养的高标准、严要求以及幼儿教师职后教育的可持续发展;另一方面,学前教育专业向 0~3 岁早期教育、婴幼儿服务、低幼儿童相关产业等领域拓展与延伸,已然成为专业发展与服务功能发挥的必然趋势。这一发展动向既是社会、国民对专业人才的要求与需求,也是高等教育服务社会、培养高层次专业人才的使命。为应对机遇与挑战,幼儿教师教育将会在 3 个方面产生新变化:一是专业发展广义化,专业方向多元化,人才培养多样化,教师教育终身化;二是课程设置模块化,课程方案标准化,课程发展专业化和前瞻化;三是人才培养由旧三级师范教育(中专、专科、本科)向新三级师范教育(专科、本科、研究生)稳步跨越。

为及时把握幼儿教师教育发展的新变化,特别是结合 2011 年 10 月教育部颁布的《教师教育课程标准(试行)》,编审委员会将与广大高校学前教育院系、幼儿师范院校共同合作,从 3 个方面入手,着力打造更为完备的幼儿教师教育课程资源与服务平台,并把这套教材归入“全国学前教育专业(新课程标准)‘十二五’规划教材”系列。第一,探索研发应用型学前教育专业本、专科层次系列教材,开发与专业方向课程、拓展课程、工具性课程、实践课程和模块化课程相匹配的教材,研发起专业引领作用的幼儿教师继续教育教材;第二,努力将现代科学技术、人文精神、艺术素养与幼儿教师教育有效融合并体现在教材之中,有效提升幼儿教师的综合素养;第三,教材编写力图体现幼儿教师教育发展的趋势与专业特色,反映优秀中外教育思想、幼儿教师教育成果,全面提高幼儿教师的教育质量;第四,建构文本、多媒体和网络技术相互交叉、相互整合、相互支持的立体化、网络化、互动化的幼儿教师教育课程资源体系,为创建具有中国特色的幼儿教师教育高品质专业教材体系贡献我们的力量。

“全国学前教育专业系列教材”编审委员会

2013 年 4 月

第二版前言

2006年复旦大学出版社出版了由孔宝刚主编的全国学前教育专业(新课程标准)“十二五”规划教材《数学》(合订本)。此教材已经在全国70多所幼儿师范学校等同类院校使用了7年,使用者普遍认为该教材观念较新、实践性较强。教材一方面通过具体的实例,帮助学生观察、比较、分析、综合、抽象和推理,得出数学概念和规律;另一方面让学生能够运用所学知识,将实际问题抽象成数学问题,建立数学模型,并加以解决。2013年再版之际,我们对这套教材进行了修订,针对幼儿师范学校学生的思维和专业特点,力求进一步考虑数学与女生思维特点的结合,并充分关注学前教育专业学生未来的职业需求。

在第二版中,我们一方面适当删除了部分与学前教育专业要求不密切的内容;另一方面,在每一章节的引文、例题和练习中尽量使用幼儿园实例,且在大部分章节的后面增加了“知识与实践”环节,试图将幼儿教师教学过程中经常碰到的相关数学问题进行呈现和分析,以丰富学生运用数学知识解决实际问题的实践经验并提升他们的职业素养。

修改后的教材具有以下两个特点:一是能充分根据幼师学生中绝大多数为女生的实际情况,以感性的图像、图片作为切入口,由浅入深地介绍数学知识,很好地集知识、趣味、实用性为一体;二是能够以幼儿教师未来职业中面临的实例为媒介去进行理论探讨,并把重点放在解决学前教育专业中遇到的与数学相关的实际问题上,使教材内容与专业要求更贴近,从而突出了“学以致用”的特点。我们希望通过修订,能很好地解决幼儿师范学校数学教学中的一些矛盾,即:数学知识的高度抽象性与学生以形象思维为主要特点之间的矛盾;数学知识严密的逻辑性与学生重记忆轻推理之间的矛盾;数学知识在幼儿教育中应用的广泛性与学生思路狭窄不擅迁移之间的矛盾。希望通过学习,既激发学生学习数学的积极性,又强化数学在学生未来工作中的实用性。

在本教材修订的过程中,得到了苏州高等幼儿师范学校数学教研室的薛祖华、顾正刚、戴琛、董艳艳、刘艳、张鹏和其他老师的大力支持和帮助,特别是苏州大学唐复苏教授给予的指导和鼓励。在此,一并向他们表示感谢。

由于我们能力有限,时间仓促,难免有一些错误,敬请各位专家和同仁给予批评指正。

本书编写组

2013年5月

第一版前言

随着我国幼儿师范教育体制改革的不断深入,我国大部分中等幼儿师范学校已升格为专科学校,因此编写一本具有时代特征并且针对性较强的学前教育数学教材,显得十分迫切和必要,因此我们组织编写了这本学前教育数学教材。

教材的内容汲取国内外先进的数学教育思想、教育观念和教育方法,融合教育部《普通高中数学课程标准(实验)》的精神,贴近学前教育专业的目标与要求,体现学前教育专业数学课程的基本理念,突出数学基础知识和技能的系统性、科学性、示范性和实用性,旨在帮助学生认识数学的科学价值、文化价值和应用价值,并获得适应现代生活、胜任幼儿教育和未来发展所需要的数学素养。

教材具有以下几个主要特点:

1. 注重内容的基础性和系统性. 教材在内容安排上突出知识和技能的基础性,在数学理论、方法、思想上体现了与时俱进的“双基”内涵,改变了“繁、难、偏、旧”状态,增加了符合时代要求的新的基础知识和基本技能. 教材按知识发展、问题背景、思想方法、数学理论、简单应用等主要环节逐步展开,通过问题将知识贯通。

2. 注重理论与实践相结合. 教材充分关注数学与自然、生活、科技、文化等多门学科的联系,力图使学生在丰富的、现实的、与他们经验密切联系的背景中感受数学思想、建立数学模型、运用数学方法,在知识的发展与运用过程中,培养学生的思维能力、创新意识和应用意识,让学生感受到数学与外部世界是息息相关、紧密相连的。

3. 突出选择性和针对性. 教材在内容安排上分必学内容和选择性内容两部分(章节前面有*为选择性内容),充分考虑不同地区、不同学生的需求,为学生的不同发展提供了一定的选择空间,也为教师的教学留有一定的余地. 另外,针对培养的学生是未来从事幼儿教育的实际,在每章内容安排上都有针对性地插入适量的“习题课”,以进行知识巩固练习和技能练习,提高学生的基本技能。

4. 教材编写结构新颖. 全书主要按“问题背景→意义建构→思想方法→数学理论→实际应用→小结回顾”的呈现方式进行组织和编写,内容通俗易懂,特别重视知识与方法的发生过程,选题的起点虽低,但注重本质且形式多样,易于教,也易于学。

本教材在编写过程中,经过了专家的反复论证和编写人员的多次修改,并得到了参编学校领导的大力支持及有关专家的帮助,在此表示感谢. 由于时间有限,难免有错误和不当之处,敬请各位专家、同行给予指正。

编 者

2012年3月

目 录

第一章

集合 / 1

1.1 集合的含义与集合间的基本关系 / 2

1.1.1 集合的含义与表示 / 2

1.1.2 集合间的基本关系 / 5

1.2 集合的基本运算 / 7

1.2.1 交集、并集 / 7

1.2.2 补集 / 9

1.3 习题课 / 12

小结 / 15

第二章

基本初等函数 I / 17

2.1 函数与映射 / 18

2.1.1 函数的概念 / 19

2.1.2 函数的表示法 / 22

2.1.3 映射 / 23

2.2 习题课 1 / 26

2.3 函数的基本性质 / 29

2.3.1 函数的单调性 / 29

2.3.2 函数的最大(小)值 / 31

2.3.3 函数的奇偶性 / 33

* 2.4 反函数 / 37

2.4.1 反函数的概念 / 37

2.4.2 互为反函数的函数图像间的关系 / 38

2.5 习题课 2 / 40

* 2.6 指数与指数幂运算 / 43

2.6.1 根式 / 43

2.6.2 分数指数幂 / 44

2.6.3 无理数指数幂 / 46

* 2.7 指数函数及其性质 / 48

* 2.8 习题课 3 / 52

* 2.9 对数与对数运算 / 55

2.9.1 对数与对数运算 / 55

2.9.2 对数的运算性质 / 57

* 2.10 换底公式 / 59

* 2.11 对数函数及其性质 / 62

* 2.12 习题课 4 / 66

小结 / 69

第三章

数列 / 73

3.1 数列的概念 / 74

3.2 等差数列 / 78

3.2.1 等差数列及其通项公式 / 78

3.2.2 等差数列的前 n 项和 / 82

3.3 等比数列 / 85

3.3.1 等比数列及其通项公式 / 85

3.3.2 等比数列的前 n 项和 / 88

3.4 习题课 / 91

小结 / 94

第四章

不等式 / 97

4.1 不等关系 / 98

4.2 不等式的解法 / 100

4.2.1 含有绝对值的不等式的解法 / 100

4.2.2 一元二次不等式的解法 / 103

4.2.3 不等式的解法举例 / 105

4.3 基本不等式及其应用 / 108

4.4 习题课 / 112

小结 / 115

第五章

基本初等函数 II / 117

5.1 角的概念的推广 / 118

5.2 弧度制 / 121

5.3 习题课 1 / 124

5.4 三角函数 / 126

5.4.1 任意角的三角函数 / 126

5.4.2 同角三角函数的基本关系式 / 130

* 5.4.3 诱导公式 / 132

* 5.4.4 两角和的三角函数 / 136

* 5.4.5 两角差的三角函数 / 140

* 5.4.6 二倍角的三角函数 / 141

5.5 习题课 2 / 144

5.6 三角函数的图像和性质 / 147

5.6.1 正弦函数、余弦函数的图像和性质 / 147

* 5.6.2 正切函数的图像和性质 / 151

* 5.6.3 函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图像 / 153

* 5.6.4	已知三角函数值求角 / 156
5.7	习题课 3 / 159
	小结 / 163

第六章

排列与组合 / 167

6.1	分类计数原理和分步计数原理 / 168
6.2	排列 / 172
6.3	习题课 1 / 178
6.4	组合 / 181
6.4.1	组合及组合数公式 / 181
6.4.2	组合数的两个性质 / 185
6.5	习题课 2 / 188
* 6.6	二项式定理 / 191
6.6.1	二项式定理 / 191
6.6.2	杨辉三角 / 193
6.7	习题课 3 / 195
	小结 / 197

第七章

概率与统计 / 199

7.1	概率 / 200
7.1.1	随机事件的概率 / 200
7.1.2	古典概型 / 203
7.1.3	互斥事件有一个发生的概率 / 206
7.1.4	相互独立事件同时发生的概率 / 210
* 7.1.5	独立重复试验 / 213
* 7.2	统计 / 215
7.2.1	抽样方法 / 215
7.2.2	总体分布的估计 / 219
7.3	习题课 / 225
	小结 / 229

附录

阅读材料 1	/ 231
阅读材料 2	/ 232
阅读材料 3	/ 233

本书部分常用符号	/ 235
----------	-------

第一章 集 合

1.1 集合的含义与集合间的基本关系

1.2 集合的基本运算

1.3 习题课

小结

在幼儿园的一次活动中，老师要求小朋友在观察给定的一些树叶后，按树叶的大小、外形、颜色进行分类，并记下分类后的数量，也就是说“集合”知识的运用已渗透到了学前教育的活动中。在本章，我们将学习集合的一些基本知识，用集合的语言来表示有关的数学对象，用集合的方法解决有关的数学问题。

1.1 集合的含义与集合间的基本关系

1.1.1 集合的含义与表示



问题

在某幼儿园举办的一次体育比赛中,共有两类项目的比赛:田径项目和球类项目. 星星班有3号、4号、10号、17号、25号、28号、29号共7名同学参加了田径项目比赛,有4号、7号、11号、13号、15号、25号、27号、30号共8名同学参加了球类项目比赛,在这次体育比赛中,这个班有哪几名同学参加了田径比赛和球类比赛?

观察下面一些例子:

- (1) 星星班的所有同学的全体;
- (2) 星星班所有参加田径项目比赛的同学的全体;
- (3) 星星班所有参加球类项目比赛的同学的全体.

例(1)中,我们把星星班的每一名同学作为一个元素,这些元素的全体便组成一个集合;例(2)中,我们把星星班所有参加田径项目比赛的每一名同学作为一个元素,这些元素的全体便组成一个集合;同样,例(3)中,我们把星星班所有参加球类项目比赛的每一名同学作为一个元素,这些元素的全体便组成一个集合.

一般地,我们把一定范围内研究的对象统称为元素(element),把一些确定的元素组成的总体叫做集合(set).

给定的集合中的元素必须是确定的,也就是说给定一个集合,那么任何一个元素在不在这个集合中就确定了. 例如,“中国的直辖市”构成一个集合,该集合的元素就是北京、天津、上海和重庆,南京、合肥等就不是这个集合的元素;“China”中的字母构成一个集合,该集合中的元素就是C, h, i, n, a. “歌唱得好的人”不能构成集合,因为组成它的元素是不确定的.

给定集合中的元素是互不相同的,也就是说,集合中的元素是不重复出现的.

集合常用大写的拉丁字母来表示,如集合A、集合B...,用小写的拉丁

字母表示元素,如元素 a 、元素 b ...

如果 a 是集合 A 中的元素,就记作 $a \in A$,读作“ a 属于 A ”;如果 a 不是集合 A 的元素,就记作 $a \notin A$,读作“ a 不属于 A ”.例如,用集合 A 表示“1~30 之间的偶数”组成的集合,则 $2 \in A$, $3 \notin A$.

数学中一些常用的数集及其记法如下:

所有非负整数组成的集合称为非负整数集(或自然数集),记为 $\mathbf{N}$;

所有正整数组成的集合称为正整数集,记为 $\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$;

所有整数组成的集合称为整数集,记为 $\mathbf{Z}$;

所有有理数组成的集合称为有理数集,记为 $\mathbf{Q}$;

所有实数组成的集合称为实数集,记为 $\mathbf{R}$.

表示集合的常用方法有以下两种:

列举法:将集合的元素一一列举出来,并置于大括号“ $\{ \}$ ”内,如{北京,天津,上海,重庆},{C, h, a, i, n}.用这种方法表示集合,元素之间要用逗号分隔,但列举法与元素的次序无关.

描述法:将集合的所有元素都具有的性质(满足的条件)表示出来,写成 $\{x | P(x)\}$ 的形式,如 $\{x | x \text{ 是 } 1 \sim 20 \text{ 之间的偶数}\}$.有时用文氏(Venn)图来示意集合更加形象直观,如图 1-1-1 所示.

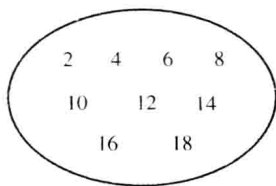


图 1-1-1



例 1

试分别用列举法和描述法表示下列集合.

(1) 方程 $x^2 - 4 = 0$ 的所有实数根组成的集合;

(2) 大于 5 小于 12 的所有自然数组成的集合.

解 (1) 设方程 $x^2 - 4 = 0$ 的实数根为 x ,

方程 $x^2 - 4 = 0$ 的解集用描述法表示为

$$A = \{x | x^2 - 4 = 0, x \in \mathbf{R}\}.$$

方程 $x^2 - 4 = 0$ 的实数根是 2, -2, 因此集合 A 用列举法表示为

$$A = \{2, -2\}.$$

(2) 设大于 5 小于 12 的整数为 x , 因此, 所要表示的集合用描述法以及列举可分别表示为

$$B = \{x | 5 < x < 12, x \in \mathbf{N}\},$$

$$B = \{6, 7, 8, 9, 10, 11\}.$$



例 2

求不等式 $2x - 5 < 3$ 的解集.

解 由 $2x - 5 < 3$ 可得 $x < 4$, 所以不等式 $2x - 5 < 3$ 的解集为

$$\{x | x < 4, x \in \mathbf{R}\}.$$

这里 $\{x | x < 4, x \in \mathbf{R}\}$ 可简记为 $\{x | x < 4\}$.

我们知道, 方程 $x^2 + 1 = 0$ 没有实数根, 所以方程 $x^2 + 1 = 0$ 的实数根组成的集合中没有元素.

我们把不含任何元素的集合叫做空集(empty set), 记为 $\emptyset$.



例 3

求方程 $x^2 + x + 1 = 0$ 的所有实数解的集合.

解 因为 $x^2 + x + 1 = 0$ 没有实数解, 所以

$$\{x \mid x^2 + x + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\} = \emptyset.$$



练习

1. 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空：

(1) 一次教学活动中，幼儿教师让小朋友通过实验来判断纸片、软木塞、铁块是能浮于水面还是沉入水中. 设 A 为能浮于水面的物体组成的集合，则

纸片 _____ A ，软木塞 _____ A ，铁块 _____ A ；

(2) 0 _____ $\mathbf{N}$ ， -4 _____ $\mathbf{N}$ ， π _____ $\mathbf{Q}$ ， $\frac{3}{2}$ _____ $\{2, 3\}$ ，

3.2 _____ $\mathbf{Z}$ ， -9 _____ $\mathbf{Q}$ ， $\sqrt{3}$ _____ $\mathbf{R}$ ， 0 _____ $\emptyset$ ；

(3) $A = \{x \mid x^2 - 3x = 0\}$ ，则 0 _____ A ， -3 _____ A ；

(4) $B = \{x \mid 2 < x < 9, x \in \mathbf{N}\}$ ，则 $\frac{1}{2}$ _____ B ， 3 _____ B ；

(5) $C = \{x \mid -2 < x < 9, x \in \mathbf{R}\}$ ，则 $\frac{1}{2}$ _____ C ， 9 _____ C ；

(6) 若 $I \in \{x \mid x^2 + px - 1 = 0\}$ ，则 $p =$ _____；

(7) 若集合 $A = \{x \mid ax^2 - 2x + 1 = 0\}$ 中仅有一个元素，则实数 $a =$ _____.

2. 判断下列命题是否正确：

(1) “某幼师学校舞蹈跳得好的同学”构成一个集合；

(2) 小于 4 且不小于 -1 的奇数集合是 $\{-1, 1, 3\}$ ；

(3) 集合 $\{0\}$ 中不含有元素；

(4) $\{-1, 3\}$ 与集合 $\{3, -1\}$ 是两个不同的集合；

(5) “充分接近 $\sqrt{5}$ 的实数”，构成一个集合；

(6) 已知集合 $S = \{a, b, c\}$ 中的元素是 $\triangle ABC$ 的三边长，那么， $\triangle ABC$ 一定不是等腰三角形.

3. 用列举法表示下列集合：

(1) $A = \{x \mid x^2 - 3 = 0\}$ ；

(2) $B = \{x \mid 3 < x < 10, x \in \mathbf{N}\}$ ；

(3) $C = \{x \mid x \text{ 是“mathematics”中的字母}\}$ ；

(4) $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y < 2, x, y \in \mathbf{Z}\}$.

4. 用描述法表示下列集合：

(1) 由方程 $x^2 - 8 = 0$ 所有的实数根组成的集合；

(2) 不等式 $3x + 5 > 0$ 的解集；

(3) 正偶数的集合.

5. 用两种方法表示方程组 $\begin{cases} x - y = 0 \\ x + y = 2 \end{cases}$ 的解集.

6. 2 是否为集合 $M = \{1, x, x^2 - x\}$ 中的元素？若是请求出 x 的值，若不是请说出理由.



知识与实践

结合本节所学知识，针对下列物体设计一个幼儿园的“分类”活动：玩

具小汽车、鞋、钢笔、粉笔、衬衫、玩具摩托车、记号笔、玩具卡车、腰带、袜子、铅笔、练习本、裤子.

1.1.2 集合间的基本关系



问题

在实数集合中,任意两个实数间有相等关系、大小关系等等.类比实数之间的关系,集合之间会有什么关系?

观察下列各组集合,你能发现两个集合间的关系吗?你能用语言来表述这种关系吗?

$$(1) A = \{1, 2, 3\}, B = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\};$$

$$(2) A = \{x | x \text{ 是某幼师 10 级(8)班的学生}\},$$

$$B = \{x | x \text{ 是某幼师 10 级的学生}\};$$

$$(3) A = \{x | x \text{ 是中国的四大发明}\}, B = \{\text{指南针, 造纸, 火药, 活字印刷}\}.$$

在问题(1)、(2)中,集合 A 与集合 B 都有这样的一种关系,即集合 A 中的任何一个元素都是集合 B 的元素.

一般地,如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素,则称集合 A 为集合 B 的**子集(subset)**,记为 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$,读作“集合 A 包含于集合 B ”,或“集合 B 包含集合 A ”.如

$$\{1, 2, 3\} \subseteq \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\},$$

$$\{x | x \text{ 是某幼师 10 级(8)班的学生}\} \subseteq \{x | x \text{ 是某幼师 10 级的学生}\}.$$

$A \subseteq B$ 可以用 Venn 图示意,如图 1-1-2 所示.

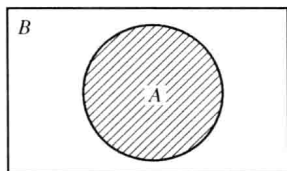


图 1-1-2

根据子集的定义,我们知道 $A \subseteq A$. 也就是说,任何一个集合是它本身的子集,对于空集 $\emptyset$,我们规定 $\emptyset \subseteq A$,即**空集是任何集合的子集**.

在问题(3)中由于“中国的四大发明”的内涵就是指南针、造纸、火药、活字印刷,因此,集合 A 中的元素与集合 B 中的元素是相同的.

如果两个集合所含的元素完全相同(即集合 A 中的元素都是集合 B 的元素,集合 B 中的元素也都是 A 的元素),则称这两个集合**相等**,记作 $A = B$,即: $A \subset B, B \subset A$,则 $A = B$. 如

$$A = \{x | x \text{ 是中国的四大发明}\}, B = \{\text{指南针, 造纸, 火药, 活字印刷}\}.$$



例 1

写出集合 $\{a, b\}$ 的所有子集.

解 集合 $\{a, b\}$ 的所有子集是 $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}$.

如果 $A \subseteq B$ 并且 $A \neq B$, 这时集合 A 称为集合 B 的**真子集**(proper subset), 记作 $A \subset B$ 或 $B \supset A$, 读作“ A 真包含于 B ”或“ B 真包含 A ”, 如 $\{a\} \subset \{a, b\}$; $\{b\} \subset \{a, b\}$.



例 2

下列各组的 3 个集合中, 哪两个集合之间具有真包含关系?

(1) $S = \{-3, -1, 0, 1, 3\}$, $A = \{-3, -1\}$, $B = \{0\}$;

(2) $S = \{x \mid x \text{ 为地球人}\}$, $A = \{x \mid x \text{ 为中国人}\}$, $B = \{x \mid x \text{ 为新加坡人}\}$.

解 在(1)、(2)中都有 $A \subset S$, $B \subset S$, 可用图 1-1-3 来表示.

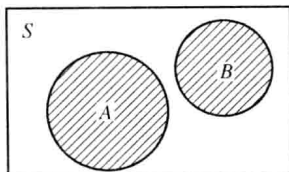


图 1-1-3



练习

1. 判断下列表示是否正确:

(1) $\{0, 2, 5\} \subseteq \{0, 2, 5\}$;

(2) $a \subseteq \{a\}$;

(3) $\{1\} \in \{1, 2\}$;

(4) $\emptyset \subset \{0\}$;

(5) $\{a, b\} = \{b, a\}$;

(6) $\emptyset = \{0\}$;

(7) $A = \{x \mid 1 < x < 4\}$, $B = \{x \mid 0 < x < 2\}$, 则 $A \subset B$.

2. 写出集合 $\{1, 2, 3\}$ 的所有子集, 并指出哪些是它的真子集, 哪些是它的非空真子集.

3. 用适当的符号填空:

(1) a _____ $\{a\}$;

(2) d _____ $\{a, b, c\}$;

(3) 0 _____ $\{x \mid x^2 - x = 0\}$;

(4) $\emptyset$ _____ $\{x \mid x^2 + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$;

(5) $\{2, 1\}$ _____ $\{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0, x \in \mathbf{R}\}$.

4. 判断下列两个集合之间的关系:

(1) $A = \{1, 3, 9\}$, $B = \{x \mid x \text{ 是 } 27 \text{ 的约数}\}$;

(2) $A = \{x \mid x \text{ 是平行四边形}\}$, $B = \{x \mid x \text{ 是正方形}\}$;

(3) $A = \{x \mid x = 3k, k \in \mathbf{N}\}$, $B = \{x \mid x = 6k, k \in \mathbf{N}\}$.

5. 已知 $A = \{1, 3, x\}$, $B = \{1, x^2\}$, 且 $B \subset A$, 求实数 x 的值.

6. 满足 $\{1\} \subset M \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$ 的集合 M 的个数为().

A. 3

B. 4

C. 7

D. 8

7. 若 $A = \{x \mid 1 < x < 2\}$, $B = \{x \mid x < a\}$ 且 $A \subset B$, 求 a 的取值范围.

8. 已知 $A = \{x \mid kx = 1\}$, $B = \{x \mid x^2 - 1 = 0\}$, 若 $A \subset B$, 求实数 k .



知识与实践

结合本节所学的集合包含关系, 按以下要求设计一个幼儿园活动: 有一堆红、黄、蓝 3 种颜色的积木, 让幼儿按 3 种不同颜色将积木分成 3 堆, 并帮助幼儿处理部分与整体的关系.