

- 国家自然科学基金项目“风险信息共享背景下的个体风险评估研究” (71303045) 成果
- 教育部人文社会科学青年基金项目“基于广义线性混合模型和信度的费率厘定研究” (10YJC790303) 成果

基于COPULA—CVaR 风险度量的投资组合分析

JIYU COPULA—CVaR
FENGXIAN DULIANG DE TOUZI ZUHE FENXI

谢远涛 杨娟 夏孟余 著



对外经济贸易大学出版社
University of International Business and Economics Press

国家自科基金项目“风险信息共享背景下的个体风险评估研究”
(71303045) 成果

教育部人文社会科学青年基金项目“基于广义线性混合模型和信
度的费率厘定研究”(10YJC790303) 成果

对外经济贸易大学学术创新团队(CXTD3-04) 成果

基于 COPULA—CVaR 风险度量的投资组合分析

谢远涛 杨 娟 夏益余 著

对外经济贸易大学出版社
中国·北京

图书在版编目 (CIP) 数据

基于 COPULA—CVaR 风险度量的投资组合分析 / 谢远涛, 杨娟, 夏孟余著. —北京: 对外经济贸易大学出版社, 2014

ISBN 978-7-5663-0939-6

I. ①基… II. ①谢…②杨…③夏… III. ①风险投资—研究 IV. ①F830.59

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 309557 号

© 2014 年 对外经济贸易大学出版社出版发行

版权所有 翻印必究

基于 COPULA—CVaR 风险度量的投资组合分析

谢远涛 杨娟 夏孟余 著

责任编辑: 汪洋 史伟明

对外经济贸易大学出版社

北京市朝阳区惠新东街 10 号 邮政编码: 100029

邮购电话: 010-64492338 发行部电话: 010-64492342

网址: <http://www.uibep.com> E-mail: uibep@126.com

山东省沂南县汇丰印刷有限公司印装 新华书店北京发行所发行

成品尺寸: 170mm × 240mm 13.25 印张 211 千字

2014 年 1 月北京第 1 版 2014 年 1 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5663-0939-6

定价: 39.00 元

前言

这本专著横跨了金融、保险、统计、精算与风险管理很多领域。我们三位著者都有金融相关领域的研究经验，其中第三位著者夏孟余博士在天安人寿保险股份有限公司投资部有丰富的业务实操经验，获得 FRM 证书。出这本专著的目的在于，我们逐渐意识到，一切金融系统的核心都是风险管理，就像一切保险系统的核心都是风险管理一样。统计只是方法，为量化风险管理提供决策的依据。而精算更像是工具，直接为风险管理服务。因此，从这种意义上说，我们所做的一切，既源自风险管理，又终将回到风险管理。

我们之所以选择这么一个看起来纯金融的研究课题，主要是想从金融系统风险控制的研究和实务中发现一些问题，比方说，既然两基金定理成立，为什么我们还要构建那么多不同的投资组合？我们尝试去解释原因，比方说，资产的依赖性结构，以及传统 CAPM 模型对于风险度量的固有缺陷，乃至金融系统中应用最广泛也是最重要的 VaR 理论；最后找出解决办法——选择一致性风险度量，考虑风险依赖结构，甚至是引入时变依赖结构。但是实际写作时，我们将这一过程隐去，先从方法出发，介绍引入依赖结构的一致性风险度量，然后分析该模型可以回避现实中的什么问题，最后给出原因解释。这样写，只是为了凸显本研究的方法论导向，强调本专著提出的方法同样适用于其他领域，其思路同样可以扩展到其他模型。

首先，我们要感谢我们的导师彭非教授，他为我们引路和开导。接着，要感谢我们的家人，特别是我们的父母。在本书的完成过程中，得到不少同仁的热心帮助，特别是第 8 章内容，主要是著者与对外经济贸易大学金融学院的蒋涛博士合作研究的成果。蒋涛博士对这一章做了很多工作，在此表示深深的感谢。

谢远涛、杨娟、夏孟余
2013 年 9 月 19 日

摘要

资产配置问题的研究一直是理论界及实务界感兴趣的焦点之一，Markowitz（1952）提出的均值一方差模型奠定了现代资产组合的理论基础，并为资产配置问题提供了一个分析框架，作者提出把投资中的不确定性看作是投资的风险，并用统计学中的标准差或方差作为衡量风险的标准，由于其指标简单易于比较，直到现在这个模型仍被广泛使用。随着现代金融业的发展，以方差作为风险度量的均值一方差模型已不能满足众多投资者及金融机构的风险管理需求，尤其是 20 世纪 90 年代以来陆续发生的一些金融灾难性事件（诸如 1994 年的“奥兰治县事件”、2008 年“法国兴业银行倒闭事件”等），这些极端事件及其所引发的严重性后果，使人们愈加意识到风险管理的重要性。

20 世纪 90 年代以来，在险价值（VaR）作为一种全新的度量风险方法，推出即成为备受各大金融机构及市场监管者推崇的风险度量工具，尽管 VaR 风险度量很受欢迎，但其本身作为风险度量工具存在的一些缺陷，如不满足次可加性和凸性，使其应用很受局限。在资产配置中，传统的方差函数和 VaR 工具对风险度量会有错误，或者低估了尾部风险，这些都影响风险管控的精度，而作为 VaR 的修正方法——CVaR（条件风险价值）是一个一致性风险度量工具，并且对尾部的考虑更充分。在资产组合优化中，基于 VaR 的风险度量会存在诸如错误选择高风险资产等一些容易误导投资者的问题，而基于 CVaR 风险度量的资产组合优化会得到相对较为合理的结果。因此本研究把 CVaR 作为风险度量工具引入到资产配置分析中。另一方面，现代金融机构和投资者都面临多元化风险管理需求，当选出的风险资产出现正的依赖关系时，投资组合的风险往往会出现被低估的情况，故应考虑引入新的工具来度量多种资产彼此之间的复杂的依赖关系，

本研究考虑引入 Copula 来度量其依赖关系,使资产配置和风险度量更准确。

无论是基于 CVaR 风险度量的投资组合研究,还是基于 Copula 的聚合风险分析,学界研究已经很充分,甚至基于 Copula—CVaR 的投资组合分析,已经有学者做了杰出的探索。但是这些研究或多或少存在一些不足,针对这些不足,本专著提供一个全面分析 Copula—CVaR 的框架,在参数模型中,本专著注意前后逻辑假定的一致性,比方说,讨论单个资产满足 t 分布,本专著就辅以 t Copula。考虑到 CVaR 主要重视尾部特征,对于一些极值分布,本专著选择一些重视尾部度量的 Copula,不仅讨论了基于 Copula—CVaR 的风险度量和加总风险度量,还在给定加总风险时研究单个资产 CVaR 风险分配。在非参数部分,本专著假定单个资产可以用非参数方法(如核平滑)估计,而且依赖关系 Copula 也是非参数的,讨论了真正意义上非参 Copula 的建模和分析方法,而且本专著提出了非参数 Copula—CVaR 下的最优带宽的确定问题;半参数模型,本专著放宽了假定,允许对单个资产进行分段处理,考虑到极值风险的经验数据极少,非参数估计从某种意义上说有失败的危险,本专著考虑借鉴参数法的优点,引入厚尾修正的 Copula,并且提供了统一的分析框架。

综上所述,本专著从参数、非参和半参三种分析思路出发来建立 Copula—CVaR 模型,考虑多个金融资产的依赖关系,计算多个资产组合的 CVaR 并指导资产配置,并分别讨论了基于 CVaR 约束的投资组合模型和均值—CVaR 投资组合前沿模型。本专著针对目前统计分析工具的特质性,给出了系统研究多个关联资产的分析框架,使各种分析在框架内没有逻辑上的矛盾,并且尝试提供统一的分析范式。最后本专著在前面理论分析的基础上,在全球市场中选三种股指日收盘价格数据进行实证分析,先是在参数、非参和半参数下基于经验数据、历史分析法或者随机模拟法分别计算 VaR 和 CVaR,并讨论在均值—方差下、均值—VaR 下和均值—CVaR 下构建最优投资组合,然后利用 CIR 模型进行随机模拟,分别在不考虑风险资产之间依赖关系、参数下考虑 Copula 依赖关系以及非参下考虑 Copula 依赖关系这三种情形下来分析投资组合收益率路径,并计算相应的描述统计量、VaR 和 CVaR,进行比较研究。

通过研究本专著发现，当资产组合的收益分布不满足正态分布或对数正态分布时，基于 VaR 的风险度量可能会低估风险，基于均值—VaR 的最优投资组合会倾向于选择高风险的资产，而基于 CVaR 的风险度量会充分考虑尾部风险，基于均值—CVaR 的最优投资组合相对会更稳健一些。参数下本专著计算出来的 VaR 和 CVaR 比较明确，但是分布参数的设定，特别是分布的选取，会极大地影响到模拟法 VaR 和 CVaR 的计算，计算结果有时甚至带来灾难性的后果，相对而言，非参下的计算结果要稳健得多，但是带宽选择不一时，结果也会有巨大的差异，因此带宽的确定是本专著研究的重点和难点。通过随机模拟分析本专著研究发现，如果不考虑资产组合的依赖关系，投资组合分散风险的效果往往会被高估，因而在资产配置风险度量中引入 Copula，能更充分地度量资产组合的风险，特别是尾部风险，而随机模拟的结果表明，CVaR 对风险的度量更加充分和严格。在研究金融资产时，非参数法 Copula—CVaR 分析对风险的考虑更充分，计算的风险价值要高，当然前提是带宽的选择合适。如果是分析极值厚尾资产时，如地震损失时，理论上，半参数法对风险的度量应该更充分。

另外，本专著研究发现，参数 Copula 下与非参数 Copula 下的风险度量比较难，很难有一致的结论，不同的带宽选取，将会很大程度上影响估计的结果，而参数 Copula 的不同形式的选取，或者分布形式的选取，都将得到不同的结果，因此不能直接下结论。

关键词：非参；半参；Copula—CVaR；资产配置；风险度量

Abstract

Asset allocation problem has always be a hot topic which is interested by the theory circle and practice study, the Mean-Variance models which is established first by Markowitz in 1952 is the base of modern asset allocation theory, this model provides a framework for analysis asset allocation problem, the author suggest that the uncertainty in the investment can be seen as the risk in the investment, and we can use the standard deviation or variance which is always used in statistics as a measure of risk. Because the indicator is simple and easy to comparison, up to now, this model is still widely used.

With the development of modern financial industry, the Mean-Variance models which use variance as the measure of risk can not meet the risk management needs of many investors and financial institutions, especially some financial catastrophic events had occurred in the 1990s and later, (such as “Orange County bankruptcy” event in 1994, France’s “Societe Generale bank events” in 2008), these extreme events and the seriousness of the trigger consequences make people more aware of the importance of risk management .

As a new measurement tool of risk, Value at Risk (VaR) is highly respected by many financial institutions and market regulators since the 1990s. Although the VaR is very popular, there are some shortcomings of VaR, such as it does not meet the subadditivity and convexity, which makes its application is very limited in the asset allocation, if we use the traditional variance function or VaR to measure risk, they might generate an error or underestimate the risk, which affects the accuracy of risk management. As a correction method of VaR, CVaR (Conditional Value At Risk) is a coherent risk measure tool, which

consider the right tail more fully. If we select VaR as risk measure tool in portfolio optimization, it more likely to mislead investors by the wrong choice of risky assets, but the selection of CVaR as risk measure tool would bring in more reasonable result. So we consider to use CVaR as a risk measure tool in our research. On the other hand, the modern financial institutions and investors have more choice in different assets, the risk of portfolio, which can be seen as the sum risk of the different assets they invested, would be underestimated if there exist positive dependence. So it is necessary to introduce new tools to measure the complex dependencies between multiple assets. In this article we will introduce Copula as a instrument of measuring dependence to improve the accuracy of asset allocation.

There are lots of studies about the portfolio using the CVaR to measure the risk and the aggregate risk analysis using Copula, even the study of portfolio using the Copula—CVaR to measure the risk, Some scholars have already done an outstanding exploration. There are more or less some inadequacies in these studies, aiming at these shortages, this article provides a comprehensive analysis framework on Copula—CVaR.

In the study of parametric model, we pay more attention to the logical assumption of consistency, for example, if the individual assets satisfy the t -distribution, we will consider analysis using t Copula. Considering the tail characteristics is really importance for us to using CVaR, we select some Copula Which put more weight on measurement on tail, not only study the risk measurement and the aggregate risk analysis, but also study the risk allocation using CVaR of the individual assets given the total risk.

In the study of non-parametric model, this article assumes that the individual assets can be estimated by non-parametric methods (such as kernel smoothing), and the dependence using Copula to analysis can also be estimated by non-parametric methods, we discuss the true sense of the non-parametric modeling and analysis methods using Copula. And we discuss the selection of suitable bandwidth by non-parametric methods using Copula—CVaR to measure

risk. In the study of semi-parameter models, we lowered the assumption, and allowed to do section processing for the individual assets. Considering the scarcity of data of the extreme value risk, in a sense, there are some risk of failure of nonparametric estimation. So we consider learn from the advantages of the parametric method when we do nonparametric estimation, and we try to propose a unified framework of analysis.

The article established Copula—CVaR models in the asset allocation. Models proposed in this article can be classified into three types, i. e. parameter models, non-parameter models and semi-parameter models. And at the same time, considering the dependencies of multiple financial assets, we mainly discuss CVaR—based asset allocation with Copulas, to measure risk and guide investment.

Consider the characteristics of the statistical analysis tools, the article gives a analytical framework to analysis multiple financial assets, and without the logical contradiction, we try to provide a unified analysis paradigm.

On the basis of the previous theoretical analysis, the penultimate section of the article turns to empirical analysis. We selected three kinds closing price of the stock index in global market to test long-memory, to calculate VaR and CVaR based on empirical data, historical approach and Monte Carlo simulation through the methods of parameter models, non-parameter models and semi-parameter models, and we discussed the different optimal portfolio selection on the framework of Mean—Variance, Mean—VaR and Mean—CVaR. At last, We calculate and compare the VaR and CVaR in three different situations, i. e. ignore dependencies, parameter model considering dependencies in Copula and non-parameter model considering dependence in Copula by way of CIR simulation.

Through research we found that, when the portfolio return distribution is not the normal distribution or log normal distribution, the asset allocation using VaR as risk measurement tool may underestimate the risk, and the asset allocation base on the Mean—VaR Would tend to select high-risk assets, while the risk

measurement based on CVaR may consider the right tail more fully, the asset allocation based on CVaR will be relatively more robust.

It is definite to calculate VaR or CVaR under parameter model hypothesis, but the set of parameters and the choosing of distribution may affect the outcome of VaR or CVaR greatly. While the calculation of VaR or CVaR under non-parameter model hypothesis are much more robust, but different selection of bandwidth would cause a huge difference of the results. So the selection suitable bandwidth is the focal point of our research.

From Monte Carlo simulation, we found that the risk diversification effects of the Portfolio tend to be overestimated if we do not take into account the dependencies of the portfolio. So we consider using the Copula to measure the dependencies of the portfolio, which would measure the risk of portfolio more fully, especially the risk of right tail. And the simulation also shows that the risk measurement based on CVaR may be more fully and strictly.

In the study of financial assets, if we select a suitable bandwidth, the non-parametric method using the CVaR—Copula to measure the risk of the portfolio would consider the risk more fully, and the calculated value of VaR would be higher. In theory, the semi-parametric method to measure the risk should be more fully in the situation when we analysis assets with the extremal thick tail.

Through the study we also found that the comparison of effect of the risk measurement between the parameter model considering dependencies in Copula and non-parameter model considering dependence in Copula is difficult, it is hard to draw the same conclusion. For different bandwidth or different Copula in the parameter model or different distribution we selected, we will get different results. So it is hard to say which method is better.

Key Words: Copula; CvaR; GARCH; Asset Allocation; Risk Measures Models

目 录

第 1 章 导论 / 1

- 1.1 本专著研究背景 / 1
- 1.2 相关研究综述 / 3
- 1.3 本专著意义 / 13
- 1.4 本专著的主要工作 / 15

第 2 章 相关理论介绍 / 19

- 2.1 传统的投资组合理论 / 19
- 2.2 VaR 与 CVaR 对风险的度量 / 23
- 2.3 Copula 对依赖关系的度量 / 28
- 2.4 非参的相关理论 / 34
- 2.5 ARCH—GARCH 类模型 / 41

第 3 章 参数模型下基于 Copula—CVaR 的风险度量 / 47

- 3.1 指数分布 / 48
- 3.2 混合指数分布 / 53
- 3.3 正态分布 / 57
- 3.4 t 分布 / 61
- 3.5 对数正态分布 / 62
- 3.6 Gamma 分布 / 63
- 3.7 广义 Pareto 分布 / 64
- 3.8 一般分析方法 / 64

第4章 参数模型下基于 Copula—CVaR 的资产配置研究 / 67

- 4.1 基于 CVaR 约束的投资组合模型 / 67
- 4.2 均值—CVaR 投资组合前沿模型 / 69
- 4.3 正态分布 / 70
- 4.4 指数分布 / 74
- 4.5 对数正态分布 / 74
- 4.6 Gamma 分布 / 75
- 4.7 广义 Pareto 分布 / 75

第5章 非参下基于 Copula—CVaR 的资产配置研究 / 77

- 5.1 单变量情形 / 77
- 5.2 双变量情形 / 81
- 5.3 多变量情形 / 83
- 5.4 基于人工神经网络配置资产 / 85

第6章 半参下基于 Copula—CVaR 的资产配置研究 / 89

- 6.1 分段核平滑 / 89
- 6.2 厚尾修正的 Copula / 91
- 6.3 Copula 估计与 CVaR 的计算 / 93
- 6.4 与 ARCH—GARCH 类模型的结合分析 / 99

第7章 投资组合实例分析 / 101

- 7.1 数据简要介绍 / 101
- 7.2 数据的平稳性和长记忆性 / 107
- 7.3 分布假设 / 114
- 7.4 核平滑 / 117
- 7.5 Frank Copula 估计 / 125

- 7.6 CVaR 估计 / 127
- 7.7 资产配置问题 / 128
- 7.8 随机模拟分析 / 134

第8章 其他应用与扩展 / 141

- 8.1 我国保险行业尾部依赖风险研究 / 141
- 8.2 基于尾部依赖的保险业系统性风险分析 / 145
- 8.3 基于时变 Copula—SV 模型投资组合风险度量 / 157

第9章 总结与建议 / 167

- 9.1 总结 / 167
- 9.2 建议 / 172

参考文献 / 174

主要程序附录 / 188

图表索引

- 图 2-1 人工神经网络架构 / 37
- 图 2-2 人工神经网络结构 / 37
- 图 2-3 人工神经网络 BP 算法迭代计算流程 / 39
- 图 4-1 马科维茨均值—方差模型投资组合的有效前沿 / 68
- 图 4-2 基于 CVaR 约束的投资组合有效前沿 / 69
- 图 4-3 均值—CVaR 前沿 / 70
- 图 4-4 正态分布下基于 CVaR 约束的投资组合有效前沿 / 71
- 图 6-1 半参下基于 Copula—CVaR 的资产配置研究 / 99
- 图 7-1 时间序列图 / 102
- 图 7-2 SP500 直方图 / 103
- 图 7-3 SP500 正态分布 QQ 图 / 103
- 图 7-4 FTSE 直方图 / 104
- 图 7-5 FTSE 正态分布 QQ 图 / 105
- 图 7-6 HSI 直方图 / 106
- 图 7-7 HIS 正态分布 QQ 图 / 106
- 图 7-8 R/S 分析统计量序列图 / 110
- 图 7-9 修正的 R/S 分析统计量序列图 / 112
- 图 7-10 SP500 不同分布直方图 / 114
- 图 7-11 FTSE 不同分布直方图 / 115
- 图 7-12 HIS 不同分布直方图 / 115
- 图 7-13 FTSE 的 GUMBEL 拟合直方图 / 116
- 图 7-14 HIS 不同分布的直方图 / 117
- 图 7-15 SP500 非参拟合图 / 118

- 图 7-16 FTSE 非参拟合图 / 118
- 图 7-17 HIS 非参拟合图 / 119
- 图 7-18 SP500 和 FTSE 的分布图 / 119
- 图 7-19 SP500 和 FTSE 核平滑图 / 120
- 图 7-20 SP500 和 FTSE 联合分布直方图 / 120
- 图 7-21 SP500 和 FTSE 联合分布核平滑图 / 121
- 图 7-22 SP500 和 FTSE 3D 密度函数图 / 121
- 图 7-23 SP500 和 HIS 分布图 / 122
- 图 7-24 SP500 和 HSI 核平滑图 / 122
- 图 7-25 SP500 和 HSI 核平滑 3D 密度函数图 / 123
- 图 7-26 HSI 和 FTSE 分布图 / 123
- 图 7-27 HSI 和 FTSE 核平滑图 / 124
- 图 7-28 HSI 和 FTSE 核平滑 3D 密度函数图 / 124
- 图 7-29 SP500 和 FTSE 的联合 Frank Copula 估计图 / 125
- 图 7-30 SP500 和 HSI 的联合 Frank Copula 估计图 / 126
- 图 7-31 HSI 和 FTSE 的联合 Frank Copula 估计图 / 127
- 图 8-1 三家保险公司日收益 SV—GED 模型波动图 / 152
- 图 8-2 平安和太平洋公司依赖关系 3D 曲面图 / 153
- 图 8-3 平安和太平洋公司依赖关系等高线图 / 154
- 图 8-4 中国人寿和太平洋公司依赖关系 3D 曲面图 / 154
- 图 8-5 中国人寿和太平洋公司依赖关系等高线图 / 154
- 图 8-6 平安和中国人寿公司依赖关系 3D 曲面图 / 155
- 图 8-7 平安和中国人寿公司依赖关系等高线图 / 155
- 图 8-8 Normal Copula 模型相关参数 ρ_t 的时变图 / 162
- 图 8-9 Frank Copula 模型相关参数 ρ_t 的时变图 / 163
- 图 8-10 Clayton Copula 模型相关参数 ρ_t 的时变图 / 163
- 图 8-11 样本区域划分图 / 164

表 2-1 Archimedean Copula 及其生成元 / 30

表 2-2 Archimedean Copula 及其对相关性的度量 / 33

- 表 6-1 Archimedean Copula 偏导函数 / 96
- 表 7-1 SP500 统计量 / 103
- 表 7-2 FTSE 统计量 / 104
- 表 7-3 HSI 统计量 / 105
- 表 7-4 指数的单位根检验 / 107
- 表 7-5 R/S 辅助回归结果 / 110
- 表 7-6 h 线性假设检验 / 111
- 表 7-7 修正的 R/S 辅助回归结果 / 112
- 表 7-8 三种风险资产简单统计量对比 / 128
- 表 7-9 三种资产的方差—协方差矩阵 / 128
- 表 7-10 三种资产的相关系数矩阵 / 129
- 表 7-11 均值—方差下的最优投资组合 / 129
- 表 7-12 均值—VaR 下的最优投资组合 / 130
- 表 7-13 均值—CVaR 下的最优投资组合 / 132
- 表 7-14 三种风险资产的 CIR 参数估计 / 136
- 表 7-15 随机模拟样本路径 / 136
- 表 8-1 财产险、健康保险、人身伤害意外保险和人寿保险的
人均保费 / 143
- 表 8-2 基于 copula 函数的四项保费 VaR 和 CVaR 值 / 144
- 表 8-3 太平洋、中国平安和中国人寿的股票日收盘价收益率统计性
描述 / 149
- 表 8-4 指数收益率的各类 SV 模型的参数估计结果 / 151
- 表 8-5 基于 SV 模型的 K—S 统计量与概率值 / 151
- 表 8-6 Copula 函数的参数估计结果和 Hit 检验结果 / 153
- 表 8-7 指数收益率的各类 SV 模型的参数估计结果 / 161
- 表 8-8 基于 SV 模型的 K—S 统计量与概率值 / 161
- 表 8-9 时变相关的 Copula—SV— t 模型参数估计结果 / 162
- 表 8-10 时变相关的 Copula—SV—GED 模型参数估计结果 / 162
- 表 8-11 时变相关的 Copula 模型的 Hit 检验结果 / 165