



“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材



卫生部“十二五”规划教材  
全国高等医药教材建设研究会“十二五”规划教材

全国高等学校教材

供基础、临床、预防、口腔医学类专业用

# 医用高等数学

## Medical Advanced Mathematics

第**6**版

主 编 张选群

副主编 马建忠 吕 丹 刘春扬



人民卫生出版社  
PEOPLE'S MEDICAL PUBLISHING HOUSE



网络  
增值服务  
ONLINE SERVICES



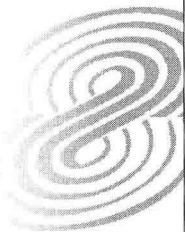
“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材

卫生部“十二五”规划教材

全国高等医药教材建设研究会“十二五”规划教材

全国高等学校教材

供基础、临床、预防、口腔医学类专业用



# 医用高等数学

Medical Advanced Mathematics

第6版

主 编 张选群

副主编 马建忠 吕 丹 刘春扬

编 者 (以姓氏笔画为序)

马建忠 (中国医科大学) 李 海 (四川大学)

王 颖 (吉林大学) 张福良 (大连医科大学)

刘春扬 (福建医科大学) 张喜红 (长治医学院)

吕 丹 (温州医科大学) 张选群 (武汉大学)

何穗智 (中山大学) 张 力 (武汉大学)

人民卫生出版社

图书在版编目 ( CIP ) 数据

医用高等数学 / 张选群主编. — 6 版. — 北京: 人民卫生出版社, 2013

ISBN 978-7-117-17001-7

I. ①医… II. ①张… III. ①医用数学 - 医学院校 - 教材 IV. ①R311

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 050998 号

|       |  |                                 |
|-------|--|---------------------------------|
| 人卫社官网 | <a href="http://www.pmph.com">www.pmph.com</a>   | 出版物查询, 在线购书                     |
| 人卫医学网 | <a href="http://www.ipmph.com">www.ipmph.com</a> | 医学考试辅导, 医学数据库服务, 医学教育资源, 大众健康资讯 |

版权所有, 侵权必究!

医用高等数学

第 6 版

主 编: 张选群

出版发行: 人民卫生出版社 (中继线 010-59780011)

地 址: 北京市朝阳区潘家园南里 19 号

邮 编: 100021

E - mail: [pmph@pmph.com](mailto:pmph@pmph.com)

购书热线: 010-59787592 010-59787584 010-65264830

印 刷: 北京人卫印刷厂

经 销: 新华书店

开 本: 850 × 1168 1/16 印张: 15 插页: 8

字 数: 412 千字

版 次: 1987 年 6 月第 1 版 2013 年 3 月第 6 版

2013 年 3 月第 6 版第 1 次印刷 (总第 33 次印刷)

标准书号: ISBN 978-7-117-17001-7/R · 17002

定 价: 32.00 元

打击盗版举报电话: 010-59787491 E-mail: [WQ@pmph.com](mailto:WQ@pmph.com)

(凡属印装质量问题请与本社市场营销中心联系退换)



## 全国高等学校五年制本科临床医学专业 第八轮 规划教材修订说明

全国高等学校五年制本科临床医学专业卫生部规划教材自1978年第一轮出版至今已有35年的历史。几十年来,在教育部、卫生部的领导和支持下,以裘法祖、吴阶平、吴孟超、陈灏珠等院士为代表的我国几代德高望重、有丰富的临床和教学经验、有高度责任感和敬业精神的国内外著名院士、专家、医学家、教育家参与了本套教材的创建和每一轮教材的修订工作,使我国的五年制本科临床医学教材从无到有,从少到多,从多到精,不断丰富、完善与创新,形成了课程门类齐全、学科系统优化、内容衔接合理、结构体系科学的由规划教材、配套教材、配套光盘、数字出版、网络增值服务组成的立体化教材格局。这套教材为我国千百万医学生的培养和成才提供了根本保障,为我国培养了一代又一代高水平、高素质的合格医学人才,为推动我国医疗卫生事业的改革和发展做出了历史性巨大贡献,并通过教材的创新建设和高质量发展,推动了我国高等医学本科教育的改革和发展,促进了我国医药学相关学科或领域的教材建设和教育发展,走出了一条适合中国医药学教育和卫生事业发展实际的具有中国特色医药学教材建设和发展的道路,创建了中国特色医药学教育教材建设模式。老一辈医学教育家和科学家们亲切地称这套教材是中国医学教育的“干细胞”教材。

本套第八轮教材修订启动之时,正是全球医学教育百年反思之际,更是我国医疗卫生体制改革和医学教育改革全方位深入推进之时,教育部、卫生部共同召开了全国医学教育改革工作会议,启动了“5+3”为主体的临床医学教育综合改革,形成了以医改推动教改,教改服务医改的历史发展格局。人民卫生出版社和全国高等医药教材建设研究会紧紧抓住医学教育综合改革的历史发展机遇期,以全国高等学校五年制本科临床医学专业第八轮规划教材全面启动为契机,以规划教材创新建设,全面推进国家级规划教材建设工作,服务于医改和教改。

第八轮教材的修订原则是积极贯彻落实教育部、卫生部关于实施临床医学教育综合改革的意见,努力优化人才培养结构,坚持以需求为导向,构建发展以“5+3”模式为主体的临床医学人才培养体系;改革课程体系、教学内容、教学方法和评价考核办法;将医德教育贯穿于医学教育的全过程,强化临床实践教学,采取多种措施,切实落实好“早临床、多临床、反复临床”的要求,提高医学生的临床实践能力。

在全国医学教育综合改革精神鼓舞下和老一辈医学家奉献精神的感召下,全国一大批临床教学、科研、医疗第一线的中青年专家、学者、教授继承和发扬了老一辈的优秀传统,以严谨治学的科学态度和无私奉献的敬业精神,积极参与第八轮教材的修订和建设工作,紧密结合五年制临床医学专业培养目标、高等医学教育教学改革的需要和医药卫生行业人才的需求,借鉴国内外医学教育教学的经验和成果,不断创新编写思路和编写模式,不断完善表现形式和内容,不断提升编写水平和质量,已逐渐将每一部教材打造成了学科精品教材,使第八轮全套教材更加成熟、完善和科学,从而构建了适合“5+3”为主体的医学教育综合改革需要和卓越临床医师培养需求的教材体系,推动了适合中国国情的五年制本科临床医学专业课程体系的建设和。



## 本次修订和编写特点如下:

1. 教材编写修订工作是在教育部、卫生部的领导和支持下,按照“5+3”为主体的临床医学教育综合改革的时间表、路线图和施工图进行顶层设计,由全国高等医药教材建设研究会规划,全国临床医学专业教材评审委员会审定,院士、专家把关,全国各医学院校知名专家、教授编写,人民卫生出版社高质量精品出版。

2. 教材编写修订工作是根据教育部培养目标、卫生部行业要求、社会用人需求,在全国进行科学调研的基础上,借鉴国内外医学人才培养模式和教材建设经验,充分研究论证本专业人才素质要求、学科体系构成、课程体系设计和教材体系规划后,科学进行的。

3. 在全国广泛、深入调研的基础上,总结和汲取了前七轮教材的编写经验和成果,尤其是对一些不足之处进行了大量的修改和完善,并在充分体现科学性、权威性的基础上,更考虑其全国范围的代表性和适用性。

4. 教材编写修订工作着力进行课程体系的优化改革和教材体系的建设创新——科学整合课程、淡化学科意识、实现整体优化、注重系统科学、保证点面结合。继续坚持“三基、五性、三特定”的教材编写原则,以确保教材质量。

5. 为配合教学改革的需要、减轻学生负担和体现“干细胞”教材特色,全套教材精炼文字、压缩字数,注重提高内容质量,并根据学科需要,采用大16开国际开本、双色或彩色印刷,以提高印装质量和可读性。同时,在每一页都增加了留白,便于学生记录和标记书中重点知识。

6. 为满足教学资源的多样化需求,实现教材系列化、立体化和数字化建设,大部分教材配有配套教材和数字出版的教学资料,并实现了全套教材的网络增值服务,方便老师教学和学生自主学习,实现了数字化资源共享。

第八轮教材共有53种,其中新增2种,即《医患沟通》和《肿瘤学概论》;更名1种,即《急诊医学》更名为《急诊与灾难医学》;合并2种,即《生物化学》与《医学分子生物学》合并为《生物化学与分子生物学》。全套教材均为“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材(除《肿瘤学概论》外)和卫生部“十二五”规划教材,于2013年6月全部出版发行。

本套教材是在我国医学教育综合改革,构建“5+3”为主体的临床医学人才培养体系背景下组织编写的,希望全国各广大院校在使用过程中能够多提供宝贵意见,反馈使用信息,以逐步修改和完善教材内容,提高教材质量,为第九轮教材的修订工作建言献策。



# 全国高等学校五年制本科临床医学专业 第八轮 教材目录

|     |            |       |            |                        |
|-----|------------|-------|------------|------------------------|
| 1.  | 医用高等数学     | 第 6 版 | 主编 张选群     | 副主编 马建忠 吕 丹 刘春扬        |
| 2.  | 医学物理学      | 第 8 版 | 主编 王 磊 冀 敏 | 副主编 李晓春 吴明海            |
| 3.  | 基础化学       | 第 8 版 | 主编 魏祖期 刘德育 | 副主编 李雪华 陈朝军            |
| 4.  | 有机化学       | 第 8 版 | 主编 陆 阳 刘俊义 | 副主编 叶 玲 邓 健            |
| 5.  | 医学生物学      | 第 8 版 | 主编 傅松滨     | 副主编 王培林 刘 佳            |
| 6.  | 系统解剖学      | 第 8 版 | 主编 柏树令 应大君 | 副主编 丁文龙 刘学政 孙晋浩        |
| 7.  | 局部解剖学      | 第 8 版 | 主编 刘树伟 李瑞锡 | 副主编 张绍祥 羊惠君            |
| 8.  | 组织学与胚胎学    | 第 8 版 | 主编 邹仲之 李继承 | 副主编 曾园山 周 莉            |
| 9.  | 生物化学与分子生物学 | 第 8 版 | 主编 查锡良 药立波 | 副主编 周春燕 冯作化 方定志<br>何凤田 |
| 10. | 生理学        | 第 8 版 | 主编 朱大年 王庭槐 | 副主编 罗自强 管又飞 金学隆        |
| 11. | 医学微生物学     | 第 8 版 | 主编 李 凡 徐志凯 | 副主编 黄 敏 郭晓奎            |
| 12. | 人体寄生虫学     | 第 8 版 | 主编 诸欣平 苏 川 | 副主编 吴忠道 李朝品            |
| 13. | 医学免疫学      | 第 6 版 | 主编 曹雪涛     | 副主编 熊思东 姚 智            |
| 14. | 病理学        | 第 8 版 | 主编 李玉林     | 副主编 文继舫 唐建武 来茂德<br>步 宏 |
| 15. | 病理生理学      | 第 8 版 | 主编 王建枝 殷莲华 | 副主编 吴立玲 孙连坤 李文斌        |
| 16. | 药理学        | 第 8 版 | 主编 杨宝峰     | 副主编 苏定冯                |
| 17. | 医学心理学      | 第 6 版 | 主编 姚树桥 杨彦春 | 副主编 杨艳杰 潘 芳 赵旭东        |
| 18. | 法医学        | 第 6 版 | 主编 王保捷 侯一平 | 副主编 丛 斌 赵子琴            |
| 19. | 诊断学        | 第 8 版 | 主编 万学红 卢雪峰 | 副主编 刘成玉 胡申江 康熙雄<br>杨 炯 |
| 20. | 医学影像学      | 第 7 版 | 主编 白人驹 徐 克 | 副主编 韩 萍 龚启勇 张雪林<br>王 滨 |
| 21. | 内科学        | 第 8 版 | 主编 葛均波 徐永健 | 副主编 梅长林 唐承薇 王 辰<br>周 晋 |
| 22. | 外科学        | 第 8 版 | 主编 陈孝平 汪建平 | 副主编 秦新裕 刘玉村 张英泽        |
| 23. | 妇产科学       | 第 8 版 | 主编 谢 幸 苟文丽 | 副主编 林仲秋 狄 文 马 丁<br>孔北华 |
| 24. | 儿科学        | 第 8 版 | 主编 王卫平     | 副主编 毛 萌 李廷玉 申昆玲<br>常立文 |
| 25. | 神经病学       | 第 7 版 | 主编 贾建平 陈生弟 | 副主编 崔丽英 王 伟            |
| 26. | 精神病学       | 第 7 版 | 主编 郝 伟 于 欣 | 副主编 许 毅 吴爱勤 李 涛<br>刘金同 |



|     |             |       |            |                        |
|-----|-------------|-------|------------|------------------------|
| 27. | 传染病学        | 第 8 版 | 主编 李兰娟 任 红 | 副主编 高志良 牛俊奇            |
| 28. | 眼科学         | 第 8 版 | 主编 赵堪兴 杨培增 | 副主编 瞿 佳 姚 克            |
| 29. | 耳鼻咽喉头颈外科学   | 第 8 版 | 主编 田勇泉     | 副主编 韩东一 迟放鲁 孙爱华        |
| 30. | 口腔科学        | 第 8 版 | 主编 张志愿 俞光岩 | 副主编 凌均荣 杨丕山            |
| 31. | 皮肤性病学       | 第 8 版 | 主编 张学军     | 副主编 陆洪光 高兴华            |
| 32. | 核医学         | 第 8 版 | 主编 李少林 王荣福 | 副主编 张永学 匡安仁            |
| 33. | 流行病学        | 第 8 版 | 主编 沈洪兵 齐秀英 | 副主编 刘 民 叶冬青            |
| 34. | 卫生学         | 第 8 版 | 主编 朱启星     | 副主编 牛 侨 吴小南            |
| 35. | 预防医学        | 第 6 版 | 主编 傅 华     | 副主编 段广才 黄国伟            |
| 36. | 中医学         | 第 8 版 | 主编 高鹏翔     | 副主编 卜 平 陈金水 陈利国        |
| 37. | 医学计算机应用     | 第 5 版 | 主编 袁同山 阳小华 | 副主编 白宝钢                |
| 38. | 体育          | 第 5 版 | 主编 裴海泓     | 副主编 程 鹏                |
| 39. | 医学细胞生物学     | 第 5 版 | 主编 陈誉华     | 副主编 杨 恬 刘艳平            |
| 40. | 医学遗传学       | 第 6 版 | 主编 左 伋     | 副主编 顾鸣敏 张咸宁            |
| 41. | 临床药理学       | 第 5 版 | 主编 李 俊     | 副主编 刘克辛 袁 洪            |
| 42. | 医学统计学       | 第 6 版 | 主编 李 康 贺 佳 | 副主编 杨士保 马 骏            |
| 43. | 医学伦理学       | 第 4 版 | 主编 孙福川 王明旭 | 副主编 陈晓阳 宫福清            |
| 44. | 临床流行病学与循证医学 | 第 4 版 | 主编 刘续宝 王素萍 | 副主编 孙业桓 时景璞            |
| 45. | 康复医学        | 第 5 版 | 主编 黄晓琳 燕铁斌 | 副主编 王宁华 励建安            |
| 46. | 医学文献检索与论文写作 | 第 4 版 | 主编 郭继军     | 副主编 马 路 张 帆            |
| 47. | 卫生法         | 第 4 版 | 主编 汪建荣     | 副主编 达庆东 田 侃            |
| 48. | 医学导论        | 第 4 版 | 主编 马建辉 闻德亮 | 副主编 肖海鹏 郭永松 曹德品        |
| 49. | 全科医学概论      | 第 4 版 | 主编 祝瑭珠     | 副主编 胡传来 路孝琴            |
| 50. | 麻醉学         | 第 3 版 | 主编 杨拔贤 李文志 | 副主编 刘 进 姚尚龙 郭曲练<br>邓小明 |
| 51. | 急诊与灾难医学     | 第 2 版 | 主编 沈 洪 刘中民 | 副主编 王育珊 周荣斌 于学忠        |
| 52. | 医患沟通        |       | 主编 王锦帆 尹 梅 | 副主编 唐宏宇 赵明杰            |
| 53. | 肿瘤学概论       |       | 主编 王冠军 赫 捷 | 副主编 张清媛 李 薇 周云峰        |



## 第六届全国高等学校五年制本科临床医学专业 教材评审委员会名单

### 顾 问

沈晓明 王德炳 刘德培 吴孟超 刘允怡

### 主任委员

陈灏珠 钟南山

### 副主任委员

王卫平 杨宝峰 龚非力 柯 杨 石应康 郑树森

### 委 员 (以姓氏笔画为序)

王 滨 王冠军 王家良 王鸿利 文历阳 文民刚 文继舫  
孔北华 田勇泉 白 波 白人驹 冯友梅 吕兆丰 朱明德  
刘吉成 闫剑群 李玉林 步 宏 吴在德 吴肇汉 汪建平  
沈 悌 陆再英 郎景和 赵 群 赵玉沛 南登崑 柏树令  
曹雪涛 崔慧先 葛均波 曾因明 曾晓荣 雷 寒 瞿 佳





高水平、高质量的医学教育既是办好人民满意教育的重要组成部分,也是医疗卫生事业改革发展的重要支撑。随着我国医药卫生体制改革的不断深入,对高等医学教育改革也提出了更高的要求。如何培养适应国家需要、人民满意的高质量、高水平医学人才是当前医学教育的首要任务。为此,在“十二五”开局之年,教育部和卫生部共同组织实施了医学教育综合改革。

医学教育综合改革要求我们深入贯彻落实教育规划纲要和医药卫生体制改革的意见,遵循医学教育规律,以改革创新为动力,着力于医学教育发展与医药卫生事业发展的紧密结合,着力于人才培养模式和体制、机制的重点突破,着力于医学生职业道德和临床实践能力的显著提升,着力于医学教育质量保障体系的明显加强,从而全面提高医学人才培养质量,为发展医药卫生事业和提高人民健康水平提供坚实的人才保障。

教材建设在提高人才培养质量中发挥着重要的基础性作用,对此教育部一直高度重视,要求以教材建设为抓手,推动医学课程和教学方法改革。一本好的教材,给医学生以正确的引导,给临床医生以正确的指导。人民卫生出版社作为国家级优秀出版单位,承担了大量教材的规划和出版工作,形成了课程种类齐全、学科体系合理、配套服务全面的教材出版模式。尤其是在以吴阶平、裘法祖、吴孟超、陈灏珠等院士为代表的老一辈医学大家的付出和带领下,在一大批医学教育精英的努力和参与下,其出版的五年制本科临床医学专业规划教材为我国医学界培养了一代又一代优秀的医药学人才,为推动我国医疗卫生事业的改革和发展做出了巨大的历史贡献。

此次第八轮五年制本科临床医学专业规划教材的修订工作是在贯彻党的十八大关于“深化教育领域综合改革”精神的背景下,在落实卫生部、教育部联合下发的《关于实施临床医学教育综合改革的若干意见》的基础上启动的。修订工作贯穿了医学教育综合改革的要求,特别是注重将医德教育贯穿于医学教育的全过程,增加了《医患沟通》一书,同时强化临床实践教学,配套编写了相关的实践指导,以提高医学生的临床实践能力。

我们相信,在教育、卫生系统的通力合作下,在广大医学教育工作者的大力支持和参与下,第八轮五年制本科临床医学专业规划教材的修订出版对推动医学教育综合改革,提高医学人才培养质量将产生积极的推动作用。

教育部部长助理

2013年3月



### 张选群

男,1947年11月出生于武汉。现任武汉大学教授,全国医科数学学术期刊《数理医药学杂志》主编,中国工业与应用数学学会医药数学专业委员会主任委员。

从1982年起一直从事医学本科生《医用高等数学》教学工作,2008年开始兼授工程硕士班《数理统计》。1987年,在我国首创《医学数学模型微机动态显示模拟实验》,成功地运用微机显示胃癌的生长与扩散机制;1991年著述的《医用管理数学运筹学》、《临床科研分析》为我国的卫生管理与医药科研的计量化、标准化、现代化提供了得力的工具。前后共发表论文50多篇,其中《肿瘤化疗模型探讨》等被美国《生物文摘》和国际科技文献权威检索光盘收录;《复杂的发展模型中的参数估计技巧》1988年被评为湖北省优秀论文一等奖。张选群研究探索的有关肿瘤的生长、扩散及其在治疗中的数学模型揭示了肿瘤的形成、生长与发展过程和规律,是国内外有关模型中最先进的数学表达。



### 马建忠

男,1955年6月生于沈阳。任中国医药数学会理事长、中国工业与应用数学学会理事、中国医科大学数学教研室主任、中国医科大学一级教授、国家高教三级教授。

从事教学工作32年,讲授十余门课程。主编普通高等学校国家级“十一五”和“十二五”规划教材;省精品课负责人;获全国数学建模竞赛一等奖;获省级精品教材奖和五项相关教学成果一、二、三等奖。主编、副主编和参编18部教材和著作。主持省自然科学基金和以第二负责人参加国家自然科学基金项目,主持国家和省级教学改革项目多项。任《数理医药学杂志》主编;发表50余篇论文。



### 吕丹

男,1960年9月生于浙江省温州市。现任中国数学会会员、中国医药数学会理事、教育部大学数学课程教学指导委员会委员、温州医科大学数学教研室主任、温州医科大学数学建模竞赛基地负责人、学院优秀导师。

从事医用高等数学教学工作32年。参加过国家自然科学基金、省自然科学基金项目多项。发表论文12篇。主编参编国家级规划等教材、教参11本,其中主编6本。指导学生获得过全国大学生数学建模竞赛一等奖,科研课题多项,发表论文多篇。



### 刘春扬

男,1968年2月生于江西,1989年毕业于厦门大学数学系,硕士学位,副教授,现任中国医药数学会常务理事,福建省数学会理事,福建医科大学基础医学院数理与计算机教学部副主任。

从事医用高等数学及相关课程的教学工作25年,有着丰富的教学经验。几年来在国内外发表数学专业论文及教学论文若干篇;多次参与编写医用高等数学类教材的编写工作,其中包括“十一五”规划教材《医用高等数学》及配套电子光盘等。



《医用高等数学》是医学高等教学计划中必不可少的重要基础课,本课程不仅为相应专业的后续课程提供必要的数学基础,更重要的是为提高大学生的文化素质,使他们具有合理的知识结构。

现代医学生们应达到有较强的抽象思维能力、逻辑推理能力、空间想象能力以及能用数学方法处理一些医学科研问题,并为今后的学习、发展打下良好的基础。

本版教材的创新点:

- (1) 强化医用高等数学的医学应用,强调与临床的结合点。
- (2) 结合医疗卫生体制改革、高等教育改革的背景。
- (3) 结合现代医学发展的实际情况进行修订。
- (4) 结合现代数字技术,例如网络、阅读设备的发展,进行立体化教材的建设。
- (5) 结合执业医师考试等考点进行修订。
- (6) 结合发达国家同类教材的编写模式进行改进。

本版《医用高等数学》的第一、二、三、四、五、六、七章分别由刘春扬、王颖、何穗智、张福良、张喜红、李海、马建忠修订,刘春扬参与全书的审校,张力对医学应用方面的内容进行修订,最后由主编整合全书。吕丹负责依照本版《医用高等数学》修订教学用网络增值服务部分内容和配套的辅导教材。

张选群

2013年2月

**第一章 函数和极限** 1

|               |    |
|---------------|----|
| 第一节 函数        | 1  |
| 一、函数的概念       | 1  |
| 二、初等函数        | 2  |
| 三、分段函数        | 3  |
| 四、函数的几种简单特性   | 4  |
| 第二节 极限        | 5  |
| 一、极限的概念       | 5  |
| 二、无穷小量及其性质    | 8  |
| 三、极限的四则运算     | 10 |
| 四、两个重要极限      | 11 |
| 第三节 函数的连续性    | 13 |
| 一、函数连续的概念     | 13 |
| 二、初等函数的连续性    | 15 |
| 三、闭区间上连续函数的性质 | 16 |
| 习题一           | 16 |

**第二章 一元函数微分学** 19

|                     |    |
|---------------------|----|
| 第一节 导数的概念           | 19 |
| 一、实例                | 19 |
| 二、导数的定义及其几何意义       | 20 |
| 三、函数的可导与连续的关系       | 23 |
| 第二节 初等函数的导数         | 24 |
| 一、按定义求导数            | 24 |
| 二、函数四则运算的求导法则       | 25 |
| 三、反函数的求导法则          | 27 |
| 四、复合函数的求导法则         | 27 |
| 五、隐函数的求导法则          | 30 |
| 六、对数求导法             | 31 |
| 七、初等函数的导数           | 32 |
| 八、高阶导数              | 32 |
| *九、由参数方程所确定的函数的求导法则 | 34 |
| 第三节 微分              | 35 |
| 一、微分的概念             | 35 |

|                 |    |
|-----------------|----|
| 二、微分与导数的关系      | 38 |
| 三、微分的基本公式与法则    | 38 |
| 四、一阶微分形式不变性     | 39 |
| 五、微分在近似计算中的应用   | 40 |
| 第四节 导数的应用       | 42 |
| 一、Lagrange 中值定理 | 42 |
| 二、L'Hospital 法则 | 43 |
| 三、函数的单调性和极值     | 46 |
| 四、函数曲线的凹凸性和拐点   | 51 |
| 五、函数曲线的渐近线      | 53 |
| 六、函数图形的描绘       | 54 |
| 习题二             | 57 |

### 第三章

## 一元函数积分学

62

|                   |    |
|-------------------|----|
| 第一节 不定积分          | 62 |
| 一、不定积分的概念         | 62 |
| 二、不定积分的性质和基本积分公式  | 63 |
| 三、换元积分法           | 65 |
| 四、分部积分法           | 69 |
| 五、有理函数的积分         | 70 |
| 第二节 定积分           | 72 |
| 一、定积分的概念          | 73 |
| 二、定积分的性质          | 75 |
| 三、牛顿-莱布尼兹公式       | 76 |
| 四、定积分的换元积分法和分部积分法 | 78 |
| 第三节 定积分的应用        | 80 |
| 一、平面图形的面积         | 80 |
| 二、旋转体的体积          | 82 |
| 三、变力沿直线所做的功       | 84 |
| 四、连续函数在已知区间上的平均值  | 84 |
| 五、定积分在医学中的应用      | 84 |
| 第四节 广义积分          | 86 |
| 一、无穷区间的广义积分       | 86 |
| 二、无界函数的广义积分       | 87 |
| 习题三               | 88 |

### 第四章

## 多元函数微积分

93

|              |    |
|--------------|----|
| 第一节 多元函数     | 93 |
| 一、空间解析几何简介   | 93 |
| 二、多元函数的概念    | 95 |
| 三、二元函数的极限与连续 | 97 |

|     |            |     |
|-----|------------|-----|
| 第二节 | 偏导数与全微分    | 100 |
| 一、  | 偏导数的概念     | 100 |
| 二、  | 偏导数的几何意义   | 102 |
| 三、  | 高阶偏导数      | 102 |
| 四、  | 全微分        | 104 |
| 第三节 | 多元函数微分法    | 107 |
| 一、  | 复合函数微分法    | 107 |
| 二、  | 隐函数微分法     | 110 |
| 第四节 | 多元函数的极值    | 111 |
| 一、  | 二元函数的极值    | 111 |
| 二、  | 条件极值       | 113 |
| 第五节 | 二重积分       | 114 |
| 一、  | 二重积分的概念与性质 | 114 |
| 二、  | 二重积分的计算    | 117 |
|     | 习题四        | 125 |

## 第五章 微分方程基础

129

|     |                       |     |
|-----|-----------------------|-----|
| 第一节 | 一般概念                  | 129 |
| 第二节 | 一阶微分方程                | 131 |
| 一、  | 可分离变量的微分方程            | 131 |
| 二、  | 一阶线性微分方程              | 133 |
| 第三节 | 可降阶的二阶微分方程            | 136 |
| 一、  | $y''=f(x)$ 型的微分方程     | 136 |
| 二、  | $y''=f(x, y')$ 型的微分方程 | 136 |
| 三、  | $y''=f(y, y')$ 型的微分方程 | 137 |
| 第四节 | 二阶常系数线性齐次微分方程         | 138 |
| 第五节 | 微分方程在医学上的应用           | 144 |
| 一、  | 细菌的繁殖                 | 144 |
| 二、  | 药物动力学模型               | 145 |
| 三、  | 流行病数学模型               | 146 |
|     | 习题五                   | 147 |

## 第六章 概率论基础

150

|     |             |     |
|-----|-------------|-----|
| 第一节 | 随机事件及概率     | 150 |
| 一、  | 随机试验与随机事件   | 150 |
| 二、  | 事件的关系与运算    | 150 |
| 三、  | 概率的定义       | 153 |
| 第二节 | 概率的基本公式     | 156 |
| 一、  | 概率的加法公式     | 156 |
| 二、  | 概率的乘法公式     | 157 |
| 三、  | 全概率公式和贝叶斯公式 | 161 |

|                   |     |
|-------------------|-----|
| 四、独立重复试验和伯努利概型    | 164 |
| 第三节 随机变量及其概率分布    | 166 |
| 一、随机变量及其分布函数      | 166 |
| 二、离散型随机变量及其分布列    | 167 |
| 三、连续型随机变量及其概率密度函数 | 171 |
| 第四节 随机变量的数字特征     | 178 |
| 一、数学期望            | 178 |
| 二、方差              | 182 |
| 三、大数定理和中心极限定理     | 184 |
| 习题六               | 186 |

## 第七章

## 线性代数初步

192

|                   |     |
|-------------------|-----|
| 第一节 行列式           | 192 |
| 一、行列式的概念和计算       | 192 |
| 二、行列式的性质与计算       | 196 |
| 第二节 矩阵            | 201 |
| 一、矩阵的概念           | 201 |
| 二、矩阵的运算           | 203 |
| 三、矩阵的逆            | 207 |
| 第三节 矩阵的初等变换和线性方程组 | 209 |
| 一、矩阵的秩和初等变换       | 209 |
| 二、利用初等变换求逆矩阵      | 211 |
| 三、矩阵的初等行变换与线性方程组  | 212 |
| 第四节 向量组与线性方程组解的结构 | 217 |
| 一、向量之间的关系         | 217 |
| 二、齐次线性方程组解的结构     | 218 |
| 三、非齐次线性方程组解的结构    | 220 |
| 第五节 矩阵的特征值与特征向量   | 222 |
| 习题七               | 224 |

## 习题参考答案

227

## 附表

239

|      |     |
|------|-----|
| 附表 1 | 239 |
| 附表 2 | 240 |





# 第一章 函数和极限

函数是变量之间相互联系、相互制约关系的抽象表示,是事物运动、变化及相互影响的复杂关系在数量方面的反映;极限刻画了变量的变化趋势,是研究函数的重要方法.本章内容主要包括函数、极限和函数的连续性等基本概念,以及它们的主要性质.

## 第一节 函 数

### 一、函数的概念

#### 1. 常量与变量

我们经常会遇到各种不同的量,如长度、重量、面积、温度、时间、距离等.其中有的量在过程中始终保持同一数值,称为**常量 (constant)**;有的量在过程中可取不同的数值,称为**变量 (variable)**.

一个量究竟是常量还是变量,不是绝对的,要根据具体过程和具体条件来确定.即使同一个量,在某一过程或条件下可以认为是常量;而在另一过程或条件下就可能是变量.例如人的身高,在研究少儿发育成长的过程中是变量,而在研究成人的健康状况时通常是常量.

常量也可看作是一种特殊的变量,即在某一过程中,该变量都取相同的数值.

#### 2. 函数的概念

**定义 1-1** 设  $x, y$  是同一变化过程中的两个变量,如果对于变量  $x$  的每一个允许的取值,变量  $y$  按照一定的规律总有一个确定的值与之对应,则称变量  $y$  是变量  $x$  的**函数 (function)**. 此时,变量  $x$  称为**自变量 (independent variable)**,  $y$  又称为**因变量 (dependent variable)**, 记为

$$y=f(x)$$

自变量的所有允许值的集合称为函数的**定义域 (domain of definition)**. 函数的定义域通常用区间来表示. 如果  $x_0$  是函数  $f(x)$  定义域中的一点,我们也说函数  $f(x)$  在  $x_0$  点有定义,与  $x_0$  对应的因变量的值称为函数值,记为  $f(x_0)$ ,有时也记为“ $y|_{x=x_0}$ ”,即  $y|_{x=x_0}=f(x_0)$ . 所有函数值的集合称为函数  $f(x)$  的**值域 (domain of functional value)**.

对应规律和定义域是函数概念中的两大要素,两个函数只有当它们的对应规律和定义域都完全相同时,才认为是两个相同的函数. 函数的定义中,对应规律是用记号  $f(\quad)$  表示的,它具有广泛的含义,其表达方式通常有公式法、图像法和表格法;函数的定义域在实际中是由问题的实际意义确定的,在不考虑函数的实际意义时,是使函数的解析表达式有意义的一切实数所构成的数集.

**例 1-1** 在出生后 1~6 个月期间内,正常婴儿的体重近似满足以下关系式:

$$y=3+0.6x$$

式中,  $x$  表示婴儿的月龄,是自变量;  $y$  表示其体重(千克),是  $x$  的函数. 函数的定义域为  $[1, 6]$ . 这是公式法表达的函数关系. 若不考虑该问题的实际意义,函数  $f(x)=3+0.6x$  的定义域为  $(-\infty, +\infty)$ .

