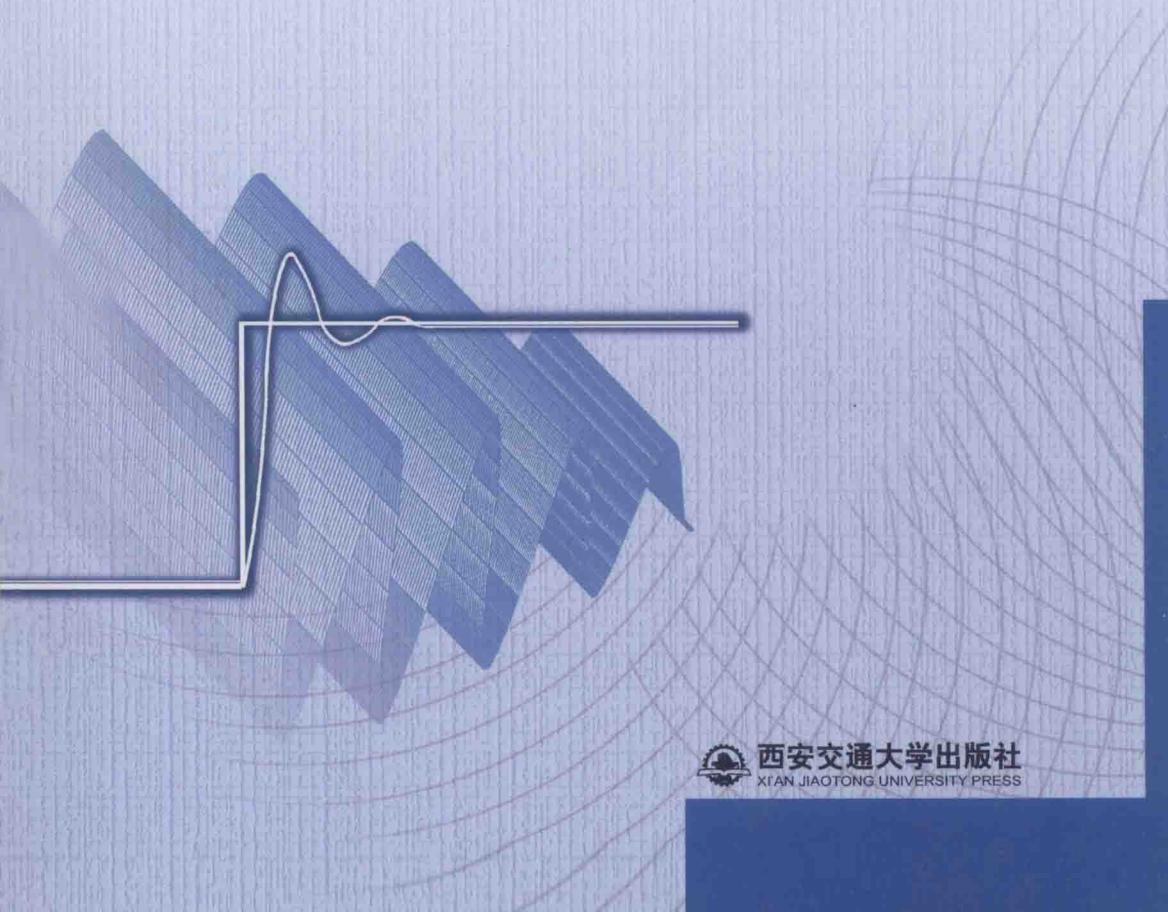




西安交通大学 本科“十二五”规划教材
“985”工程三期重点建设实验系列教材

自动控制原理实验指导

主编 景洲 张爱民



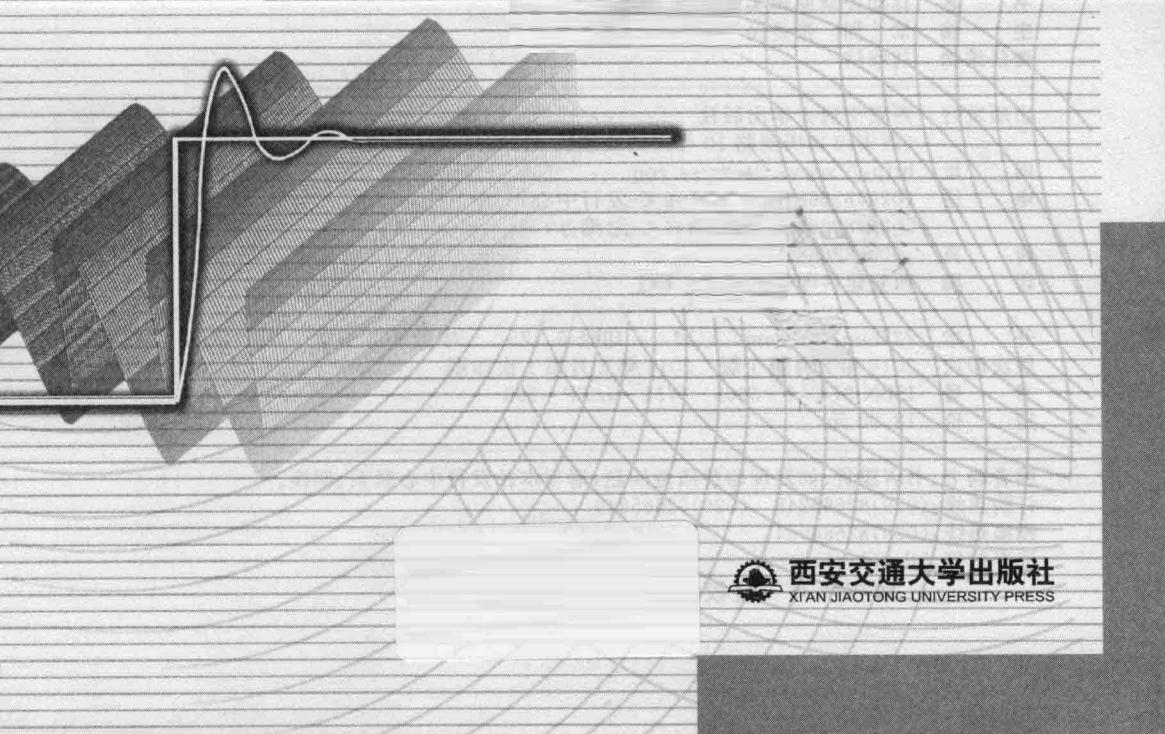
西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS



西安交通大学 本科“十
“985”工程三

自动控制原理实验指导

主编 景洲 张爱民



西安交通大学出版社
XIAN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

内 容 提 要

本书简述了自动控制原理经典控制理论的基础知识,介绍了 NI ELVIS II 多功能综合数据采集实验平台、自行设计的基于 ELVIS II 的自动控制原理实验系统,以及 LabVIEW 数据采集 API 函数,编排设计了自动控制原理基础实验和综合创新设计实验。基础实验包括了典型系统时域、频域、根轨迹分析,控制系统校正设计、电机建模与控制、模拟信号的采样与输出等实验。综合创新设计实验包括电机转速控制设计、电机位置控制设计、垂直起降控制系统设计与倒立摆控制系统设计。

本书是配合西安交通大学自动化专业本科生自动控制原理课程教材的基本内容和教学要求编写的,也可作为电子、信息工程、自动控制等专业学生自动控制原理实验教材和辅助参考书。

图书在版编目(CIP)数据

自动控制原理实验指导/景洲,张爱民主编.

—西安:西安交通大学出版社,2013.12

西安交通大学本科“十二五”规划教材

ISBN 978 - 7 - 5605 - 5751 - 9

I. 自… II. ①景… ②张… III. ①自动控制理论
-实验-高等学校-教学参考资料 IV. ①TP13 - 33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 232704 号

策 划 程光旭 成永红 徐忠锋

书 名 自动控制原理实验指导

主 编 景洲 张爱民

责任编辑 刘雅洁

出版发行 西安交通大学出版社

(西安市兴庆南路 10 号 邮政编码 710049)

网 址 <http://www.xjupress.com>

电 话 (029)82668357 82667874(发行中心)

(029)82668315 82669096(总编办)

传 真 (029)82668280

印 刷 西安建科印务有限责任公司

开 本 727mm×960mm 1/16 印张 6.125 字数 105 千字

版次印次 2014 年 2 月第 1 版 2014 年 2 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978 - 7 - 5605 - 5751 - 9 / TP · 593

定 价 13.00 元

读者购书、书店添货、如发现印装质量问题,请与本社发行中心联系、调换。

订购热线:(029)82665248 (029)82665249

投稿热线:(029)82664954

读者信箱:jdlgy@yahoo.cn

版权所有 侵权必究

编审委员会

主任 冯博琴

委员 (按姓氏笔画排序)

邓建国 何茂刚 张建保 陈雪峰

罗先觉 郑智平 徐忠锋 黄辰

Preface 序

教育部《关于全面提高高等教育质量的若干意见》(教高〔2012〕4号)第八条“强化实践育人环节”指出,要制定加强高校实践育人工作的办法。《意见》要求高校分类制订实践教学标准;增加实践教学比重,确保各类专业实践教学必要的学分(学时);组织编写一批优秀实验教材;重点建设一批国家级实验教学示范中心、国家大学生校外实践教育基地……这一被我们习惯称之为“质量30条”的文件,“实践育人”被专门列了一条,意义深远。

目前,我国正处在努力建设人才资源强国的关键时期,高等学校更需具备战略性眼光,从造就强国之才的长远观点出发,重新审视实验教学的定位。事实上,经精心设计的实验教学更适合承担起培养多学科综合素质人才的重任,为培养复合型创新人才服务。

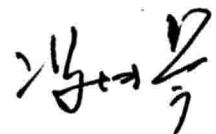
早在1995年,西安交通大学就率先提出创建基础教学实验中心的构想,通过实验中心的建立和完善,将基本知识、基本技能、实验能力训练融为一体,实现教师资源、设备资源和管理人员一体化管理,突破以课程或专业设置实验室的传统管理模式,向根据学科群组建基础实验和跨学科专业基础实验大平台的模式转变。以此为起点,学校以高素质创新人才培养为核心,相继建成8个国家级、6个省级实验教学示范中心和16个校级实验教学中心,形成了重点学科有布局的国家、省、校三级实验教学中心体系。2012年7月,学校从“985工程”三期重点建设经费中专门划拨经费资助立项系列实验教材,并纳入到“西安交通大学本科‘十二五’规划教材”系列,反映了学校对实验教学的重视。从教材的立项到建设,教师们热情相当高,经过近一年的努力,这批教材已见端倪。

我很高兴地看到这次立项教材有几个优点:一是覆盖面较宽,能确实解决实验教学中的一些问题,系列实验教材涉及全校12个学院和一批重要的课程;二是质

量有保证,90%的教材都是在多年使用的讲义的基础上编写而成的,教材的作者大多是具有丰富教学经验的一线教师,新教材贴近教学实际;三是按西安交大《2010版本科培养方案》编写,紧密结合学校当前教学方案,符合西安交大人才培养规格和学科特色。

最后,我要向这些作者表示感谢,对他们的奉献表示敬意,并期望这些书能受到学生欢迎,同时希望作者不断改版,形成精品,为中国的高等教育做出贡献。

西安交通大学教授
国家级教学名师



2013年6月1日

Foreword 前言

自动控制原理是自动控制技术的基础理论,研究的是自动控制的共同规律。自动控制原理按发展过程分为经典控制理论和现代控制理论。本书是为配合自动化专业自动控制原理课程教材的基本内容和教学大纲而编写的,主要讨论经典控制理论所研究的问题,以传递函数为基础,研究单输入单输出反馈控制系统。研究内容包含控制系统分析与控制系统综合设计,主要采用的控制系统分析方法为时域分析法、根轨迹法和频率法。

书中第一章介绍自动控制原理经典控制理论的基础知识,第二章介绍 NI ELVIS II 多功能综合数据采集等实验平台,第三、四章结合自动控原理课程的基本内容,由浅入深设计编排 7 个基础实验和 4 个综合与创新设计实验。基础实验包括了典型系统时域、频域、根轨迹分析,控制系统校正设计,电机建模与控制,模拟信号的采样与输出等实验。综合创新设计实验包括电机转速控制设计,电机位置控制设计,垂直起降控制系统设计与倒立摆控制系统设计。综合创新设计型实验强调控制理论的工程意识和工程实用性,强调培养学生综合学习能力与独立创新设计能力。

本书的特点是层次清晰、由浅入深,在 NI ELVIS II 开放式多功能综合实验平台上开展自动控制原理实验教学,指导学生在实验平台上自行搭建模拟系统来分析验证系统特性,通过一系列项目设计完成控制系统设计实验,根据设计思想灵活构建解决方案,设计包含原理仿真、电路设计、系统辨识、控制系统设计与实现。

本书由景洲主编,张爱民规划总体内容,杜行俭、王勇、任志刚参与研究综合创新实验设计。在本书编写过程中,感谢实验中心主任葛思擘老师、实验中心张良祖老师、刘美兰老师的关心与支持。特别感谢 NI 公司校园工程师徐征在实验系统的开发、有关 ELVIS 实验的设计方面给予的全面技术支持。

编 者

2013 年 9 月

Contents 目录

第一章 基本知识	(001)
1.1 线性系统的时域分析	(001)
1.1.1 典型一阶系统的瞬态性能	(002)
1.1.2 典型二阶系统的瞬态性能	(003)
1.1.3 高阶系统的瞬态性能	(006)
1.1.4 线性系统的稳定性与代数稳定性判据	(007)
1.1.5 稳态误差	(008)
1.2 线性系统的频域分析	(012)
1.2.1 频率特性	(012)
1.2.2 最小相位系统与非最小相位系统	(014)
1.2.3 对数频率特性曲线(伯德图)	(014)
1.2.4 极坐标图	(015)
1.2.5 频域稳定判据	(016)
1.2.6 频域性能指标	(016)
1.2.7 频率特性的测量方法	(018)
1.3 线性系统的根轨迹分析	(020)
1.3.1 根轨迹	(020)
1.3.2 根轨迹绘制基本法则	(021)
1.3.3 基于根轨迹法的系统性能分析	(022)
1.4 控制系统的校正	(024)
1.4.1 超前校正	(025)
1.4.2 滞后校正	(027)
1.4.3 滞后-超前校正	(028)
1.5 控制系统的设计	(029)

第二章 实验平台	(032)
2.1 NI ELVIS II 实验平台与 Quanser 直流电机	(032)
2.1.1 NI ELVIS II 多功能虚拟仪器综合实验平台	(032)
2.1.2 Quanser QNET 直流电机	(038)
2.2 LabVIEW DAQmx API 函数	(042)
2.3 基于 NI ELVIS II 的自动控制原理实验系统	(044)
第三章 基础实验	(049)
实验一 线性系统时域特性分析	(049)
实验二 线性系统稳定性分析	(052)
实验三 线性系统频率响应特性	(054)
实验四 零极点对系统性能的影响	(057)
实验五 线性系统串联校正设计	(059)
实验六 直流电机系统建模与控制	(063)
实验 6-1 直流电机系统建模	(063)
实验 6-2 基于 PI 控制器的直流电机转速控制	(065)
实验 6-3 基于 PD 控制器的直流电机位置控制	(067)
实验七 模拟信号采样与输出	(070)
实验 7-1 模拟信号采样	(070)
实验 7-2 模拟信号输出	(076)
第四章 综合与创新设计实验	(081)
实验一 直流电机转速控制设计	(081)
实验二 直流电机位置控制设计	(084)
实验三 垂直起降控制系统设计	(085)
实验四 倒立摆控制系统设计	(086)
参考文献	(088)

第一章 基本知识

自动控制系统主要研究的内容就是分析和设计控制系统。控制系统的分析是指对已知系统，分析其稳态性能和瞬态性能，通过分析了解系统的特性。对控制系统的基本要求就是：稳，要求系统稳定；准，稳态误差要小；快，瞬态响应快，超调量要小，调整时间要短。对于线性系统，常用的分析方法有时域分析法、根轨迹分析法与频域分析法。而控制系统的.设计是指根据不同的控制对象，按照控制要求达到期望的系统性能指标来设计系统。

控制系统类型有多种，按控制系统结构分类，系统可分为开环、闭环和复合控制系统；按控制系统输入信号特征分类，系统可分为恒值控制系统、随动控制系统和程序控制系统；按控制系统特性分类，系统又可分为线性和非线性系统、定常系统和时变系统、连续和离散系统。

闭环控制系统或称反馈控制系统是系统的被控量经测量和变换后反馈到输入端，构成信号回路的闭环结构。闭环控制系统是研究应用最多的自动控制系统结构，典型闭环控制系统由给定装置、比较元件、校正装置、放大元件、执行机构、检测元件和被控对象组成，系统方块图如图 1-1 所示。

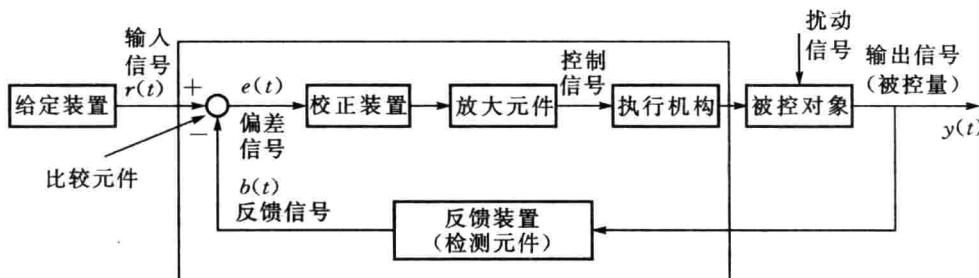


图 1-1 闭环控制系统方块图

1.1 线性系统的时域分析

时域分析是指控制系统在一定的输入信号作用下，根据系统输出量的时域表达式(时间响应)分析系统的瞬态与稳态性能及稳定性。

典型输入信号有：阶跃信号、脉冲信号、斜坡信号、抛物线信号、正弦信号。

瞬态性能指标中，峰值时间 t_p 、上升时间 t_r 和调整时间 t_s 表示瞬态过程的快慢，是快速性指标。超调量 $\sigma\%$ 和振荡次数 N 反映系统瞬态过程振荡的激烈程度，是振荡性指标。一般超调量和调整时间是最常使用的两种瞬态性能指标。

稳态过程的主要性能指标是稳态误差。

1.1.1 典型一阶系统的瞬态性能

002

描述一阶系统响应过程的微分方程是：

$$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = r(t) \quad (1-1)$$

式中： $y(t)$ 为一阶系统的输出量； $r(t)$ 为系统的输入量； T 为系统的时间常数，表示系统的惯性。

一阶系统的传递函数为：

$$\Phi(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{Ts + 1} \quad (1-2)$$

一阶系统的典型结构如图 1-2 所示：

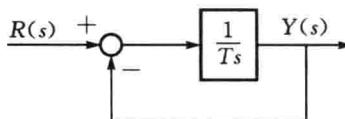


图 1-2 一阶系统的典型结构图

1. 单位阶跃响应的特点

一阶系统单位阶跃响应曲线上各点的值、斜率与时间常数 T 之间的关系如表 1-1 所示，单位阶跃响应的特点如下。

表 1-1 一阶系统单位阶跃响应曲线上各点的值、斜率与时间常数 T 之间的关系

时间 t	0	T	$2T$	$3T$...	∞
输出量	0	0.623	0.865	0.950	...	1.0
斜率	$1/T$	$0.368/T$	$0.135/T$	$0.050/T$...	0

(1) 响应曲线是单调上升的指数曲线，为非周期响应。

(2) 时间常数 T 反映系统的惯性，时间常数大，表示系统的惯性大，响应速度

慢,系统跟踪单位阶跃信号慢,响应曲线上升平缓。反之,惯性小,响应快,信号跟踪快,响应曲线上升陡峭。因此,一阶系统常被称为惯性环节或非周期环节。

(3)单位阶跃响应曲线的斜率为 $y'(t) = \frac{1}{T}e^{-\frac{t}{T}}$, $t=0$ 处的斜率为 $\frac{1}{T}$,随着时间增加斜率变小。

(4)跟踪单位阶跃信号时,输出量与输入量之间的位置误差随时间减小,最后趋于零。

2. 瞬态性能指标

瞬态性能指标分别是延迟时间 t_d 、上升时间 t_r 和调整时间 t_s 。

(1)延迟时间 t_d 为响应达到稳态值的 50% 所需的时间, $t_d \approx 0.693T$ 。

(2)上升时间 $t_r \approx 2.197T$ 。

(3)调整时间 $t_s \approx \begin{cases} 4T, & \Delta = 2 \\ 3T, & \Delta = 5^\circ \end{cases}$

1.1.2 典型二阶系统的瞬态性能

典型二阶系统响应过程的微分方程是:

$$T^2 \frac{d^2y(t)}{dt^2} + 2\zeta T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = r(t) \quad (1-3)$$

式中: $y(t)$ 为二阶系统的输出量; $r(t)$ 为二阶系统的输入量; T 为二阶系统的时间常数; ζ 为二阶系统的阻尼系数。

其传递函数为:

$$\Phi(s) = \frac{1}{T^2 s^2 + 2\zeta T s + 1} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (1-4)$$

式中: ω_n 为无阻尼振荡频率或自然频率, $\omega_n = \frac{1}{T}$ 。

二阶系统的典型结构图如图 1-3 所示。

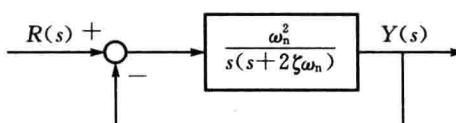


图 1-3 二阶系统的典型结构图

1. 特征根与单位阶跃响应

特征方程和特征根分别为：

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0, s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1} \quad (1-5)$$

单位阶跃响应为：

$$y(t) = L^{-1} \left(\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \cdot \frac{1}{s} \right) \quad (1-6)$$

二阶系统的阻尼系数 $\zeta < 0$, 为不稳定系统, 不予讨论。表 1-2 列出了二阶系统在 $\zeta \geq 0$ 时, 即无阻尼、欠阻尼、临界阻尼与过阻尼 4 种情况下的特征根与单位阶跃响应。

表 1-2 二阶系统在 $\zeta \geq 0$ 时的特征根与单位阶跃响应

阻尼系数	特征根在 s 平面上的分布	单位阶跃响应表达式	响应状态
无阻尼 $\zeta=0$	虚轴上的一对共轭虚根 $s_{1,2} = \pm j\omega_n$	$y(t) = 1 - \cos\omega_n t \quad (t \geq 0)$	等幅周期振荡
欠阻尼 $0 < \zeta < 1$	s 左半平面上的一对共轭复根 $s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$	$y(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \cdot \sin(\omega_d t + \beta)$ $\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$ $\beta = \arccos\zeta$ ω_d 为阻尼振荡频率 β 为阻尼角, 为共轭复根对负实轴的张角	衰减振荡
临界阻尼 $\zeta=1$	负实轴上的一对重根 $s_{1,2} = \pm \omega_n$	$y(t) = 1 - e^{-\omega_n t(1+\omega_n t)} \quad (t \geq 0)$	按指数规律单调上升
过阻尼 $\zeta > 1$	负实轴上的两个互异根 $s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$	$y(t) = 1 + \frac{1}{T_1 - T_2} (-T_1 e^{-\frac{t}{T_1}} + T_2 e^{-\frac{t}{T_2}}) \quad (t \geq 0)$ $T_1 = \frac{1}{\omega_n (\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})}$ $T_2 = \frac{1}{\omega_n (\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})}$	单调上升

第一章 基本知识

2. 瞬态性能指标

二阶系统的瞬态性能指标如表 1-3 所示, 确定二阶系统的瞬态性能指标基于两个条件: 第一, 性能指标是根据系统对单位阶跃响应给出的; 第二, 初始条件为零。

表 1-3 二阶系统的瞬态性能指标

瞬态性能 指标	ζ	欠阻尼 $0 < \zeta < 1$	临界阻尼 $\zeta = 1$	过阻尼 $\zeta > 1$
上升时间 t_r		$t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}}$	定义为由系统稳态值的 10% 上升到 90% 所需的时间, $t_r = \frac{1 + 1.5\zeta + \zeta^2}{\omega_n}$	
峰值时间 t_p		$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}}$	无	无
最大超调量 $\sigma\%$		$\sigma\% = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \times 100\%$ $= e^{-\pi \operatorname{ctg}\beta} \times 100\%$ 最大超调量只与阻尼系数 ζ 有关, 或者说只与阻尼角 β 有关。 等阻尼角极点构成的直线称为等超调量线或等阻尼线	无	无
调整时间 t_s		$t_s = \begin{cases} \frac{4}{\zeta\omega_n}, & \Delta = 2 \\ \frac{3}{\zeta\omega_n}, & \Delta = 5 \end{cases}$	$t_s \approx \begin{cases} 5.84/\omega_n, \Delta = 2 \\ 4.75/\omega_n, \Delta = 5 \end{cases}$	由牛顿迭代法求得, 如 $\zeta = 1.25$ 时, $t_s \approx \begin{cases} 8.4/\omega_n, \Delta = 2 \\ 6.6/\omega_n, \Delta = 5 \end{cases}$ $\omega_n t_s$ 与 ζ 近似为线性关系 当二阶系统两极点满足: $ -p_2 \geq 5 -p_1 $, 过阻尼系统可由距离虚轴较近的极点 $-p_1$ 的一阶系统来近似表示, $t_s \approx \begin{cases} 4/p_1, \Delta = 2 \\ 3/p_1, \Delta = 5 \end{cases}$

005

续表 1-3

ζ	欠阻尼 $0 < \zeta < 1$	临界阻尼 $\zeta = 1$	过阻尼 $\zeta > 1$
瞬态性能指标			
振荡次数 N	$N = \frac{t_s}{t_f}$ <p style="text-align: center;">式中, $t_f = \frac{2\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}}$</p> <p style="text-align: center;">为阻尼振荡的周期时间</p>	无	无

为了获得满意的系统瞬态特性, 阻尼系数 ζ 选择在 0.4 到 0.8 之间为宜, 较小的 ζ 使系统严重超调, 较大的 ζ 使系统的响应速度缓慢。工程上常取 $\zeta = \sqrt{2}/2 \approx 0.707$ 为最佳阻尼系数。 ζ 与 ω_n 决定了典型二阶系统瞬态过程的主要性能指标, 被称为二阶系统的特征参量。

对于如图 1-4 中所示的时间常数形式的二阶系统, 开环传递函数包括三个典型环节: 比例、积分和一阶惯性环节。系统的闭环传递函数为:

$$\Phi(s) = \frac{K}{Ts^2 + s + K} = \frac{K/T}{s^2 + 1/Ts + K/T} \quad (1-7)$$

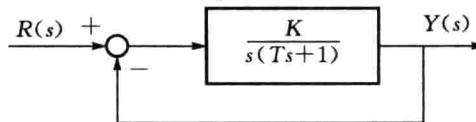


图 1-4 时间常数形式二阶系统的典型结构图

K 为开环放大系数, T 为一阶惯性的时间常数, K 和 T 称为系统的实际参数。系统的特征参量与实际系统参数之间的关系为 $\zeta = 1/2 \sqrt{KT}$, $\omega_n = \sqrt{K/T}$ 。

1.1.3 高阶系统的瞬态性能

高阶系统零极点形式的传递函数为:

$$\Phi(s) = \frac{k_g \prod_{i=1}^m (s + z_i)}{\prod_{j=1}^{n_1} (s + p_j) \prod_{\ell=1}^{n_2} (s^2 + 2\zeta_\ell \omega_\ell s + \omega_\ell^2)} \quad (1-8)$$

其单位阶跃响应为：

$$\begin{aligned} y(t) &= L^{-1} \left[\Phi(s) \cdot \frac{1}{s} \right] \\ &= a_0 + \sum_{j=1}^{n_1} a_j e^{-p_j t} + \sum_{\ell=1}^{n_2} \beta_\ell e^{-\zeta_\ell \omega_\ell t} \cos \omega_\ell \sqrt{1 - \zeta_\ell^2} t + \sum_{\ell=1}^{n_2} r_\ell e^{-\zeta_\ell \omega_\ell t} \sin \omega_\ell \sqrt{1 - \zeta_\ell^2} t, \quad t \geq 0 \end{aligned} \quad (1-9)$$

高阶系统的阶跃响应是由若干一阶系统与二阶系统的瞬态响应线性叠加而成，系数大且衰减慢的瞬态分量对应的极点在瞬态过程中起主要作用。若高阶系统的所有极点都具有负实部，那么随着时间的推移，上式趋向于稳态值 a_0 。单位阶跃响应取决于系统零点和极点的分布。系统的零点和极点分布对系统瞬态响应的影响如下。

(1) 指数项：若 $p_j, \zeta_\ell, \omega_\ell$ 越大，极点越远离虚轴，极点所对应的瞬态分量衰减越快，对瞬态响应的影响越小。

(2) 系数项：系数越小，对瞬态响应的影响越小。零点和极点分布为：①某极点远离原点；②某极点接近一零点，而又远离其他极点和原点。此时，瞬态分量的系数很小。

在控制工程中，通常将系数小且衰减快的瞬态响应分量略去。

(3) 主导极点：离虚轴最近且周围没有零点，其他极点与虚轴的距离比该极点与虚轴的距离大 5 倍以上，该极点称为系统的主导极点。主导极点决定了高阶系统单位阶跃响应的形式和瞬态性能指标。具有主导极点的高阶系统，可以近似为以主导极点描述的一阶或二阶系统。

1.1.4 线性系统的稳定性与代数稳定性判据

一个线性控制系统能够正常工作的首要条件是必须稳定，分析系统的稳定性并提出保证系统稳定性的措施，是自动控制理论研究的基本任务之一。

如果线性系统受到扰动的作用而使被控量产生偏差，当扰动作用消失后，随着时间的推移，该偏差逐渐减小并趋于零，即被控量趋于原来的工作状态，则称系统稳定。

稳定性是系统本身的一种特性,取决于系统的结构与参数,而极点由系统的结构与参数决定,系统稳定性通过极点,即特征根来判定。

1. 线性系统稳定的充要条件

系统的特征根均在 s 左半平面,或者说特征根都具有负实部。

2. 劳斯(Routh)稳定性判据

线性系统稳定的充要条件是特征方程的全部系数为正值,并且由特征方程系数组成的劳斯阵列的第一列系数也为正值。

如果劳斯阵列第一列中出现小于零的系数,则系统不稳定;第一列各系数符号的改变次数,表示系统特征方程正实部根的数目。

运用劳斯判据时,可能出现以下两种特殊情况,使得劳斯阵列不能正常排列。

(1) 劳斯阵列某行第一列元素为零,而该行其余元素不为零或不全为零。

解决办法:用一个无穷小的正数 ϵ 代替该行第一列的零元素,算出其余各项元素。

(2) 劳斯阵列出现全零行。这表明特征方程存在一些大小相等而径向位置相反的根。如大小相等且符号相反的一对实根,或一对共轭虚根,或对称于虚轴的两对共轭复根。

解决办法:用全零行上一行元素构造一个辅助方程,辅助方程对 s 求导一次,形成一个新的方程,用新方程的系数代替劳斯阵列全零行系数,之后可继续排列劳斯阵列。辅助方程的次数为偶数,其根即为大小相等而符号相反的那些根。

3. 相对稳定性

对于稳定的系统,在 s 左半平面以最靠近虚轴的特征根距离虚轴的距离 σ 表示系统的相对稳定性,称系统具有 σ 的稳定裕度。分析系统的相对稳定性,还要考虑特征根虚部的大小。用特征方程的共轭复根对负实轴的最大张角 β 来表征系统的相对稳定性。 $\beta=90^\circ$ 表示临界振荡, $\beta=0^\circ$ 表示非周期无振荡。 β 越小,系统的相对稳定性越高。

1.1.5 稳态误差

稳态误差表示系统对典型输入信号响应的准确程度,是控制系统设计中一项重要的技术指标。控制系统设计的重要任务之一是尽量减小或消除系统的稳态误差。反馈控制系统典型方块图如图 1-5 所示。