21世纪高等学校规划教材

XINHAO YU XITONG

# 信号与系统

张宇波 主 编
吴亚丽 副主编

中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

21世纪高等学校规划教材

XINHAO YU XITONG

# 信号与系统

主　编　张宇波
副主编　吴亚丽
编　写　李志辉
主　审　卢铁兵

中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

## 内 容 提 要

本书共9章，主要讲述了连续信号和离散信号及其线性时不变系统的时域分析、频域分析和复频域分析。另外也重点介绍了数字信号处理的离散傅里叶变换、快速傅里叶变换及其应用领域，同时对数字滤波器的设计进行了详细介绍。书中还介绍了MATLAB对信号及系统的分析方法，生动形象，便于读者对所学知识进行仿真验证，提高认识、掌握知识。为了便于读者掌握有关学习内容，每章末附加了练习与思考题和习题。

本书可作为高等院校电气、电子信息、计算机等相关专业师生的基础教材，还可供相关专业的技术人员参考。

**图书在版编目（CIP）数据**

信号与系统/张宇波主编. —北京：中国电力出版社，2012.4

21世纪高等学校规划教材

ISBN 978-7-5123-2953-9

Ⅰ.①信… Ⅱ.①张… Ⅲ.①信号系统—高等学校—教材

Ⅳ.①TN911.6

中国版本图书馆CIP数据核字（2012）第075477号

中国电力出版社出版、发行

（北京市东城区北京站西街19号 100005 http://www.cepp.sgcc.com.cn）

北京丰源印刷厂印刷

各地新华书店经售

*

2012年7月第一版 2012年7月北京第一次印刷

787毫米×1092毫米 16开本 18.75印张 458千字

定价 **33.00** 元

**敬 告 读 者**

本书封面贴有防伪标签，刮开涂层可查询真伪

本书如有印装质量问题，我社发行部负责退换

**版 权 专 有 翻 印 必 究**

# 前　言

信号与系统是一门信号与线性系统的基础工程学科，是电类各专业的一门共同理论基础课。它主要讨论确定信号的特性、研究线性时不变系统的基本理论和基本分析方法。通过本课程的学习，获得信号与系统分析方面的基本理论、基本知识和基本技能，为进一步研究信号与信息处理打下基础。

信号处理被广泛应用到各个领域，特别是近年来，随着计算机和高速数字信号处理器的迅速发展，数字信号处理的新理论与新方法，以及高深的信号处理算法层出不穷，使得数字信号处理正以一门高新技术学科而飞速地发展着，并且渗透到各个应用领域。因此，本书作为信号处理的理论基础课程，主要详细讲述离散时间信号与系统分析的基本理论。

本教材共9章。第1章首先介绍信号及系统的分类，然后对信号分析和系统分析的基本方法进行了简单的介绍。第2章是对连续时间信号与系统的时域分析。本章介绍了常用的连续时间信号及其自变量的基本运算，同时引入了连续时间LTI系统的时域分析方法，即经典解法和卷积求解法。第3章对连续时间信号及连续时间LTI系统进行频域分析，其中包括连续周期信号的傅里叶级数、连续非周期信号的傅里叶变换及连续时间LTI系统的频域分析，最后引入了连续系统的时域抽样定理。第4章对连续时间信号及系统进行复频域分析，详细介绍了信号的拉普拉斯变换及其性质，利用拉普拉斯变换对连续时间LTI系统进行复频域分析。第5章对离散时间信号及系统进行时域分析，首先介绍了基本的离散时间信号，然后介绍了离散时间LTI系统的经典解法和卷积求解法。第6章对离散时间信号及系统进行$Z$域分析，从Z变换的定义及其收敛域着手，介绍了若干基本序列的Z变换及其性质，并对Z逆变换的方法，如部分分式展开法、幂级数展开法和借助于长除法的幂级数展开法进行了详细介绍。分析了Z变换与拉普拉斯变换之间的关系，同时介绍了利用Z变换对系统进行分析的方法。第7章对离散时间信号及系统进行频域分析，包括离散时间周期信号的傅里叶级数、离散时间傅里叶变换及其性质，接着引入了频率响应的概念，对离散时间LTI系统进行频域分析。第8章针对数字信号处理引入了在时域和频域均为有限长且离散的一种傅里叶变换，即离散傅里叶变换。本章对离散傅里叶变换及其性质、逆离散傅里叶变换进行了介绍。对离散傅里叶变换的应用领域，如利用圆周卷积计算线性卷积，利用离散傅里叶变换计算离散时间傅里叶变换、计算Z变换等方法进行了介绍。同时介绍了频域采样定理，并且对离散傅里叶变换存在的混叠现象、频谱泄漏、频率分辨率和栅栏效应在实际应用中的问题进行了论述。最后详细介绍了按时间抽取的快速傅里叶变换基2算法及其应用。第9章针对数字信号的滤波器设计，首先给出了数字滤波器设计的基础知识和技术指标，然后介绍了无限脉冲响应数字滤波器和有限脉冲响应数字滤波器的设计方法。

本书注重计算机仿真软件的应用，第2～9章均引入了MATLAB作为信号和系统分析的辅助工具，对所学知识进行仿真，以提高学习效率和加深理论认识。

本书第1、8、9章由张宇波执笔，第2～4章由吴亚丽执笔，第5～7章由李志辉执笔。本书由张宇波主编，并对全书进行了整理和统稿。全书由卢铁兵进行了审阅，并提出了许多宝贵意见、建议，在此深表感谢。

由于作者水平有限，书中的错误和欠妥之处在所难免，恳请广大读者多提宝贵意见。

**编　者**

2012年6月

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

# 目　　录

# 第 1 章　信号与系统的基本概念

本章从不同角度讨论了有关信号与系统的一些基本概念和性质。主要内容包括信号的描述与分类、系统的描述与分类、信号分析与系统分析方法概述等。本章内容是信号分析与系统分析的重要基础，也是学习本课程必须掌握的基本知识。

## 1.1　信号的描述与分类

### 1.1.1　信号的描述

所谓信号，是带有信息的某种物理量。信息的传送一般都不是直接的，必须借助于一定形式的信号。信号是运载信息的工具，是信息的表现形式，而信息则是信号的具体内容。

为了有效地传播和利用信息，常常需要将信息转换成便于传输和处理的信号，如光信号、声信号和电信号等。十字路口指挥交通的红绿灯是光信号，用于传递指挥交通的信息；学校的铃声是声信号，表示该上课或下课了；电视机天线接受的电视信息是电信号；广告牌上的文字、图像信号等传递着不同的信息内容。

信号作为带有信息的某种物理量，可以随时间变化或随空间变化。信号按物理属性可分为电信号和非电信号，两者可以相互转换。电信号容易产生，便于控制，易于处理。本书主要讨论电信号，简称“信号”。电信号的基本形式是随时间变化的电压或电流。

在数学上，信号可以用一个或几个独立变量的函数来表达，称为一维或多维函数。语音信号可表示为声压随时间变化的函数，这是一维信号，而一张黑白图像每个点（像素）具有不同的光强度，任一点又是二维平面坐标中两个变量的函数，这是二维信号。信号也可以用函数的曲线图形，即信号的波形来表示。如在交流电中，电信号的相位随时间的变化情况，既可以用函数表达，也可以用波形表示。本书只研究一维信号，且自变量多为时间。

在本书中，将把信号与函数视作同一概念，不加区别。这样，数学描述方式与波形描述方式就是自然而然的事了。在信号与系统这门课程里，将描述、分析信号与系统的方法用数学形式来说明，更方便于研究。

除了将信号用函数及波形两种直观的方法进行描述以外，还可以用信号的频谱来描述。关于频谱的概念，将在以后的章节中详细讲解。要强调说明的是，通常将信号频谱视为信号的一种间接描述形式，而将其数学描述和波形描述视为是对信号的直接描述。而实际上，人们一般更倾向于把频谱作为一种对信号进行分析的方法，或者说手段，而不太强调它也是信号的描述方法。

### 1.1.2　信号的分类

为了对信号进行研究，必须先搞清楚信号有哪些类型，每类信号各有什么特点，各适合于如何处理。对信号的分类方法很多，信号按数学关系、取值特征、能量功率、处理分析

域、时间函数特性、取值是否为实数等，可以分为确定性信号和非确定性信号（又称为随机信号）、连续信号和离散信号、能量信号和功率信号、时域信号和频域信号、时限信号和频限信号、实信号和复信号等。

1. 确定性信号和非确定性信号

如果信号可以用确定的数学表达式来表示，或用确定的信号波形来描述，则称此类信号为确定信号。在工程上，有许多物理过程产生的信号都是确定信号。如正弦交流信号、电容器通过电阻放电时电路中的电流变化等。如果信号只能用数理统计理论来描述，其取值具有不可预知的不确定性，无法用确定的函数来表达，则称此类信号为非确定性信号（又称为随机信号）。随机信号也是工程中的一类应用广泛的信号。如电子系统中的起伏热噪声、雷电干扰信号、加工零件的尺寸、机械振动、环境的噪声等。根据是否满足平稳随机过程的条件又可以分成平稳随机信号和非平稳随机信号。

研究确定信号是研究随机信号的基础。本书只讨论确定信号。

2. 连续信号和离散信号

根据信号的取值在时间上是否是连续的，可以将信号分为时间连续信号和时间离散信号。

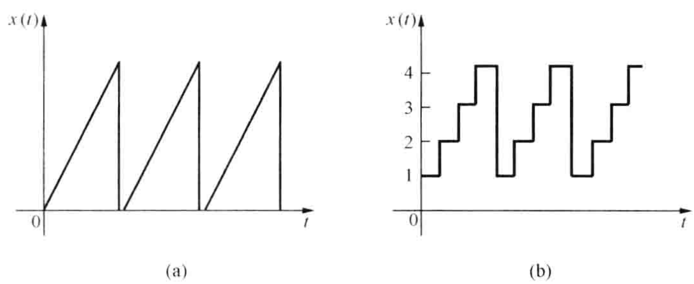



图 1-1 连续信号的波形
（a）模拟信号；（b）量化信号

个别不连续点不予考虑，如果信号在所讨论的时间段内的任意时间点都有确定的函数值，则称此类信号为时间连续信号，简称连续信号。连续的含义是在某一取值范围内可以取无限多个数值。

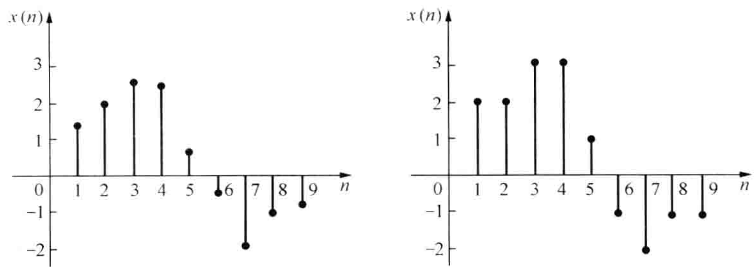
由于“连续”是相对于时间而言的，故连续信号的取值可以是连续的，也可以是离散的。如图 1-1 所示为连续信号。为了进一步区分这两种情况，特引入了模拟信号和量化信号的概念。若信号的时间与取值都是连续的，则称此类信号为模拟信号，如图 1-1（a）所示；如果信号的时间连续，但是信号的取值离散，则称此类信号为量化信号，而不是模拟信号，如图 1-1（b）所示为连续信号，但取值只能是整数 1，2，3，4。

若信号只在离散时间瞬间才有定义，则称此类信号为时间离散信号，简称离散信号。离散信号也常称为序列。此处“离散”是指在某些不连续的时间瞬间给出函数值，在其他时间没有定义。离散信号的函数值可以是连续的，也可以是离散的。为了进一步区分这两种情况，而引入了抽样信号和数字信号的概念。

若离散信号的取值是连续的，则也可称此类信号为抽样信号或取样信号，如图 1-2（a）所示。这里的“连续”是指信号取值时没有什么限制，不是从指定的一些离散值中选择，而是任意的。若离散信号的取值是离散的，则可称此类信号为数字信号，如图 1-2（b）所示，该信号只能取整数值。

3. 周期信号和非周期信号

对于确定性信号可以分为周期信号和非周期信号两类。当信号按一定时间间隔周而复始



(a)　(b)

图 1-2　离散信号的波形

(a) 抽样信号；(b) 数字信号

重复出现时称为周期信号，否则称为非周期信号。

连续周期信号 $x(t)$ 满足

$$x(t)=x(t+T) \tag{1-1}$$

式中：$\forall t\in R$；$T$ 为连续信号的周期，是满足式（1-1）的最小正值，也称为基本周期。

两个周期分别为 $T_1$ 和 $T_2$ 的连续周期信号之和仍为连续周期信号的条件是 $T_1/T_2$ 为整数比（即为分数），且周期为 $T_1$ 和 $T_2$ 的最小公倍数。一般周期信号（如周期方波、周期三角波等）是由多个乃至无穷多个频率成分（频率不同的谐波分量）叠加所组成的，叠加后存在公共周期。准周期信号也是由多个频率成分叠加的信号，但叠加后不存在公共周期。

离散周期信号 $x(n)$ 满足

$$x(n)=x(n+N) \tag{1-2}$$

式中：$n$ 为整数；$N$ 为离散信号的周期，是满足式（1-2）的最小正整数。

需要指出的是，正弦（余弦）序列不一定是周期序列。设任意正弦序列为

$$x(n)=A\sin(\Omega n+\varphi) \tag{1-3}$$

则

$$x(n+N)=A\sin[\Omega(n+N)+\varphi]=A\sin[(\Omega n+\varphi)+\Omega N] \tag{1-4}$$

显然，当 $\Omega N=2\pi k$ 时，$x(n)=x(n+N)$ 为正弦周期序列，$N$、$k$ 为正整数。因此，正弦序列是周期序列的条件是：$2\pi/\Omega=N/k$ 为有理数（整数或分数）。

（1）当 $2\pi/\Omega$ 为整数时，$k=1$，正弦序列是以 $2\pi/\Omega$ 为周期的周期序列。

（2）当 $2\pi/\Omega$ 为分数时，设 $2\pi/\Omega=N/k$，式中 $N$、$k$ 是互为素数（不可约分）的正整数，则正弦序列是以 $N$ 为周期的周期序列。

（3）当 $2\pi/\Omega$ 是无理数（不循环的无限小数），任何整数 $k$ 都不能使 $N$ 为正整数，因此，此时的正弦序列不是周期序列。

**【例 1-1】**　判断下列信号是否为周期信号，若是，则确定其周期。

（1）$x_1(t)=\sin t+\sin 10t$

（2）$x_2(t)=\sin t\sin 10t$

（3）$x_3(t)=\cos 2t+\sin \pi t$

**解**　（1）$\sin t$ 是周期信号，其周期为 $T_1=2\pi$；$\sin 10t$ 是周期信号，其周期 $T_2=\pi/5$。利

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

用MATLAB绘制 $\sin t$ 和 $\sin 10t$ 的波形，见图 1-3。

由于 $T_1/T_2 = 10/1$ 为有理数，故 $x_1(t)$ 为周期信号，其周期为 $T_1$ 和 $T_2$ 的最小公倍数 $2\pi$。图 1-4 所示为 $x_1(t)$ 信号的 2 个周期的波形图。

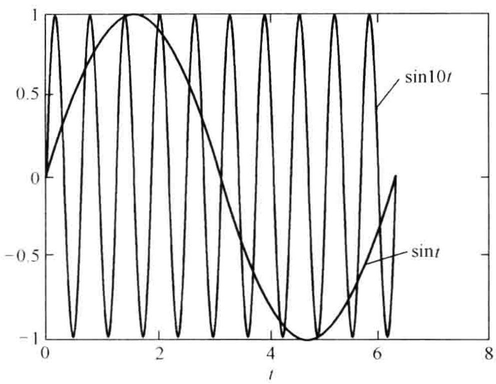



图 1-3　$\sin t$ 与 $\sin 10t$ 波形

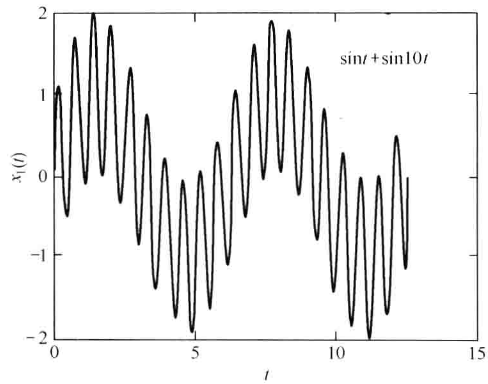



图 1-4　$x_1(t)$ 波形

(2) $x_2(t) = \sin t \sin 10t = \dfrac{1}{2}\cos 9t - \dfrac{1}{2}\cos 11t$，$x_2(t)$ 为周期信号，其周期为 $2\pi$，$x_2(t)$ 波形见图 1-5。

图 1-5 中两个正弦信号的乘积的波形，就像是 $\sin 10t$ 的波形变化受到了 $\sin t$ 的约束，这种现象称为调制。在通信系统中，信号从发射端传输到接收端，实现信号的传输，往往需要进行调制和解调。

(3) $\cos 2t$ 和 $\sin \pi t$ 的周期分别为 $T_1 = \pi$、$T_2 = 2$，由于 $T_1/T_2$ 为无理数，故 $x_3(t)$ 为非周期信号，其波形见图 1-6。

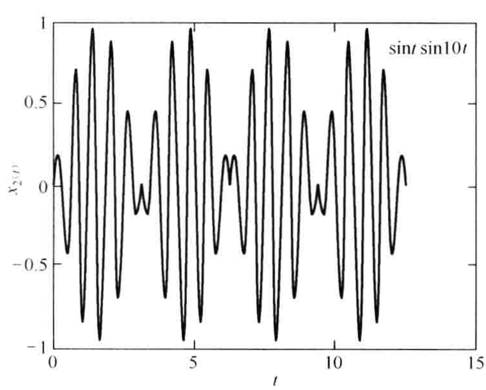



图 1-5　$x_2(t)$ 波形

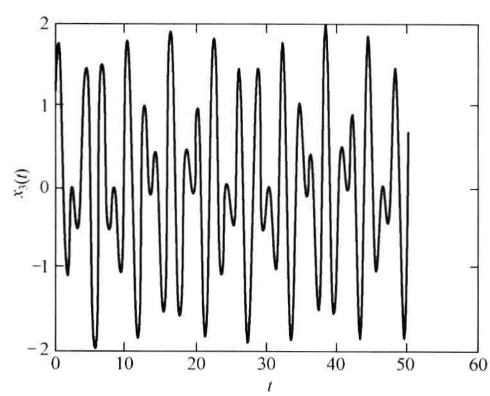



图 1-6　$x_3(t)$ 波形

**【例 1-2】**　判断下列序列是否为周期序列，若是，确定其周期。

(1) $x_1(n) = \sin(3\pi n/4) + \cos 0.5\pi n$

(2) $x_2(n) = \sin 2n$

**解**　(1) $\sin(3\pi n/4)$ 和 $\cos 0.5\pi n$ 的数字角频率分别为 $\Omega_1 = 3\pi/4$ 和 $\Omega_1 = 0.5\pi$。由于 $2\pi/\Omega_1 = 8/3$，$2\pi/\Omega_2 = 4$ 为有理数，故它们的周期分别为 $N_1=8$，$N_2=4$，故 $x_1(n)$ 为周期

序列，其周期为 $N_1=8$ 和 $N_2=4$ 的最小公倍数 8。

（2）$\sin 2n$ 的数字角频率为 $\Omega=2\text{rad}$；由于 $2\pi/\Omega=\pi$ 为无理数，故 $x_2(n)=\sin 2n$ 为非周期序列。

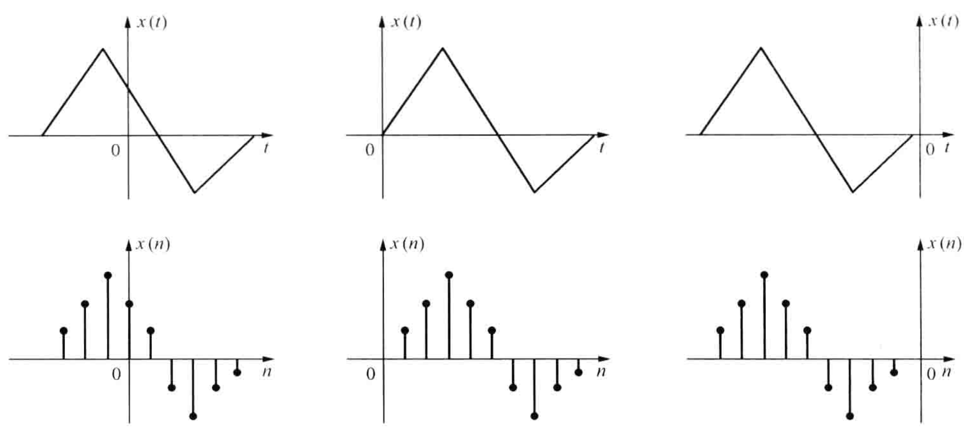
由［例 1-1］和［例 1-2］可以看出，连续正弦信号一定是周期信号，而正弦序列不一定是周期序列；两连续周期信号之和不一定是周期信号，而两周期序列之和一定是周期序列。

4. 时限信号和频限信号

若在有限时间区间（$t_1<t<t_2$，$t_1$ 与 $t_2$ 为实常数）内信号 $x(t)$ 存在，而在此时间区间之外 $x(t)=0$，则称该信号为时限信号，如图 1-7 所示。不满足上述定义的信号称为非时限信号。

若 $t<t_1$（$t_1$ 为实常数，是信号的起始时刻）时，信号 $x(t)=0$；而 $t>t_1$ 时，$x(t)\neq 0$，则称该信号为有始信号。起始时刻 $t_1=0$ 的有始信号，通常又称为因果信号，如图 1-7（b）所示。

若 $t>t_2$（$t_2$ 为实常数，是信号的终了时刻）时，信号 $x(t)=0$；而 $t<t_2$ 时，$x(t)\neq 0$，则称该信号为有终信号。终了时刻 $t_2=0$ 的有终信号又称为反因果信号（或非因果信号），如图 1-7（c）所示。




(a)　(b)　(c)

图 1-7　时限信号的波形

（a）时限信号；（b）因果信号；（c）反因果信号

另外，信号还有频限信号和非频限信号之分。频限信号的频率限制在一定范围内，信号才存在；非频限信号不受频率限制，信号存在。

5. 实信号和复信号

如果信号的取值为实数，则称此类信号为实值信号，简称实信号。物理可实现的信号都是实信号，如无线电信号、电视信号和雷达信号。如果信号的取值为复数，则称此类信号为复值信号，简称复信号。在实际中虽然不能产生复信号，但是用复信号来代表某些物理量，往往更便于理论分析。这一点，通过后续章节傅里叶频谱分析的学习，将使我们得到更深刻的认识。

6. 能量信号和功率信号

根据信号可以用能量式或功率式表示可分为能量信号和功率信号。

通常不考虑量纲，而直接把信号的平方对时间的积分称为信号的能量。连续时间信号和离散时间信号在无穷区间的能量分别表示为

$$E=\int_{-\infty}^{\infty}|x(t)|^{2}\mathrm{d}t,\ E=\sum_{n=-\infty}^{\infty}|x(n)|^{2} \tag{1-5}$$

式中：$|x(t)|$ 和 $|x(n)|$ 表示复数信号的模。

当 $x(t)$ 或 $x(n)$ 满足

$$\int_{-\infty}^{\infty}|x(t)|^{2}\mathrm{d}t<\infty \text{ 或 } \sum_{n=-\infty}^{\infty}|x(n)|^{2}<\infty$$

时，则信号的能量有限，称为能量有限信号，简称能量信号。满足能量有限条件，实际上就满足了绝对可积或绝对可和条件。如各类瞬变信号、时限信号即为能量信号。

若 $x(t)$ 或 $x(n)$ 在区间 $(-\infty,+\infty)$ 的能量无限，但在有限区间 $(-T/2,+T/2)$ 或 $(-N,N)$ 满足平均功率有限的条件，即

$$P=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}|x(t)|^{2}\mathrm{d}t<\infty \text{ 或 } P=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N+1}\sum_{n=-N}^{N}|x(n)|^{2}<\infty \tag{1-6}$$

则称为功率信号。如各种周期信号、常值信号、阶跃信号、随机信号等为功率信号。

对周期信号，信号的功率为一个周期中能量的平均值，即

$$P=\frac{1}{T}\int_{0}^{T}|x(t)|^{2}\mathrm{d}t \text{ 或 } P=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}|x(n)|^{2} \tag{1-7}$$

对于能量信号，能量 $E<\infty$，但功率 $P=0$；对于功率信号，功率 $P<\infty$，但能量 $W=\infty$。有些信号既不属于能量信号也不属于功率信号，如 $x(t)=\mathrm{e}^{t}$。

7. 时域信号和频域信号

描述信号幅值随时间的变化规律，可直接检测或记录到的信号，称为时域信号。其特点是不能揭示信号的频率结构特征。

以频率作为独立变量对信号进行频谱分析，称为频域信号，其特点是可以反映信号的各频率成分的幅值和相位特征。

时域表述和频域表述为从不同的角度观察、分析信号提供了方便。运用傅里叶级数、傅里叶变换及其反变换，可以方便地实现信号的时域和频域的转换。

## 1.2 系统的描述与分类

### 1.2.1 系统的描述

若干相互作用、相互联系的事物按一定规律组成具有特定功能的有机整体称为系统。系统有较多的含义和种类。系统的概念不仅适用于自然科学领域，还适用于社会科学领域，如太阳系、生态系统、通信系统、控制系统、电力系统、机械系统及教育系统等。

在电子学领域中，电系统是指对电信号进行产生、传输、加工处理和储存的电路（网络）或设备（包括软硬件设备）。信号、电路与系统之间有着十分密切的联系。信号作为运载信息的工具，而电路或系统则作为传送信号或对信号进行加工处理的组合。所以，离开了

信号，电路与系统将失去意义。本书对电路和系统不予区分，相互通用，统称为电系统。系统与信号密切相关，如图 1-8 所示为两者之间的关系。

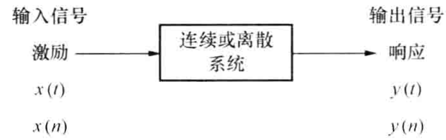



图 1-8　信号与系统的关系

系统的输入信号 $x(t)$ 或 $x(n)$ 也称为激励信号，输出信号 $y(t)$ 或 $y(n)$ 也称为响应。系统输入与输出的关系可以简单地表示为 $x(t) \rightarrow y(t)$ 或 $x(n) \rightarrow y(n)$，也可以简记为 $y(t)=T[x(t)]$ 或 $y(n)=T[x(n)]$。

系统分析就是要找出输入和输出信号之间的关系。为此，首先要对系统进行描述，即建立系统的数学模型，然后用数学方法进行求解，并对所得结果进行物理解释，并赋予物理含义。

系统在时域分析中可以用微分方程或差分方程来描述，这种描述方法称为输入—输出法或外部法，适用于单输入单输出系统；对于多输入多输出系统通常适合用状态变量法（也称为内部法）进行描述。本书主要介绍的是输入—输出法。

除此之外，系统还可以用模拟框图及信号流图进行描述。

### 1.2.2　系统的分类

关于系统的分类有许多划分方法，这样便于从多种角度来观察、分析研究系统的特征。下面讨论几种常用的分类法。

1. 连续时间系统与离散时间系统

若系统的输入信号和输出信号都是连续时间函数，则称该系统为连续时间系统，简称为连续系统。如 R、L、C 组成的电路，三极管组成的放大电路等属于连续系统。

若系统的输入信号和输出信号均是离散时间函数，则称该系统为离散时间系统，简称为离散系统。如单片机和计算机等都属于离散时间系统。

在工程实际中，往往连续系统和离散系统都存在于同一个系统中，该系统称为混合系统，如用计算机控制的自动控制系统和数字通信系统等都属于此类系统。

2. 动态系统与静态系统

若系统在任一时刻的响应不仅与该时刻的激励有关，而且与它过去的历史状况有关，则称为动态系统或记忆系统。含有记忆元件（电容、电感等）的系统是动态系统。如电感、电容或寄存器组成的系统。

延迟单元 $y(n)=x(n-1)$ 是一个动态系统，积分器系统 $y(t)=\dfrac{1}{C}\int_{-\infty}^{t}x(\tau)\mathrm{d}\tau$ 也是一个动态系统。动态系统具有记忆的能力，即具有保留或存储不是当前时刻输入信息的功能。

若一个系统的输出仅仅取决于该时刻的输入，与系统过去的状态无关，则称该系统为静态系统或无记忆系统。如全部由电阻组成的系统就是静态系统，也称为即时系统。

$y(n)=2x(n)-x^2(n)$ 就是一个即时系统。因为在任何时刻 $n_0$ 的输出 $y(n_0)$ 仅仅取决于 $n_0$ 时刻的输入 $x(n_0)$，而与其他时刻无关。

3. 线性系统与非线性系统

全部由线性元件组成的系统称为线性系统。线性系统具有齐次性、叠加性、线性特性、微积分性、频率保持特性以及响应可分解性。

含有非线性元件的系统称为非线性系统，非线性系统不具有齐次性、叠加性等特性，如

二极管、整流器等组成的系统。

(1) 齐次性。线性系统的齐次性表示若激励 $x(t)$ 产生的响应为 $y(t)$，则激励 $ax(t)$ 产生的响应即为 $ay(t)$，$a$ 为任意常数。用符号表示为：

若 $x(t) \rightarrow y(t)$，则

$$ax(t) \rightarrow ay(t) \tag{1-8}$$

齐次性如图 1-9 所示。


图 1-9 系统的齐次性

(2) 叠加性。线性系统的叠加性表示当有几个激励同时作用于系统时，系统的总响应为各个激励分别作用于系统产生的响应之和。即若激励 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 在同一系统产生的响应分别为 $y_1(t)$ 和 $y_2(t)$，则激励 $x_1(t)+x_2(t)$ 在该系统产生的响应即为 $y_1(t)+y_2(t)$。用符号表示为：

若 $x_1(t) \rightarrow y_1(t)$，$x_2(t) \rightarrow y_2(t)$，则

$$x_1(t)+x_2(t) \rightarrow y_1(t)+y_2(t) \tag{1-9}$$

系统的叠加性如图 1-10 所示。

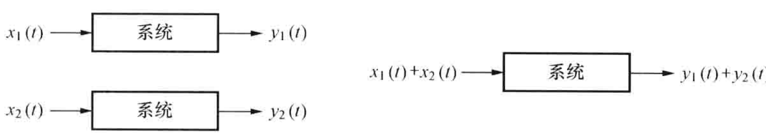



图 1-10 系统的叠加性

(3) 线性特性。一般情况下，线性系统既要满足齐次性又要满足叠加性，将式 (1-8) 和式 (1-9) 合并，可得线性系统的线性特性。线性特性用符号表示为：

若 $x_1(t) \rightarrow y_1(t)$，$x_2(t) \rightarrow y_2(t)$，则

$$ax_1(t)+bx_2(t) \rightarrow ay_1(t)+by_2(t) \tag{1-10}$$

其中 $a$、$b$ 为任意常数。

线性特性如图 1-11 所示。

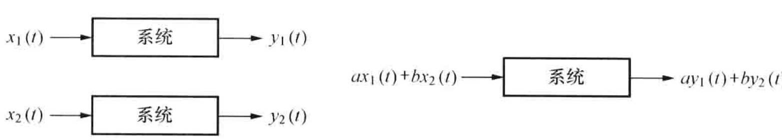



图 1-11 系统的线性特性

同样离散时间线性系统具有的线性特性为：

若 $x_1(n) \rightarrow y_1(n)$，$x_2(n) \rightarrow y_2(n)$，则

$$ax_1(n)+bx_2(n) \rightarrow ay_1(n)+by_2(n) \tag{1-11}$$

(4) 微积分性。所谓微分特性是指若激励 $x(t)$ 产生的响应为 $y(t)$，则激励 $\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}$ 产生的响应即为 $\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}$。即：

若 $x(n)\rightarrow y(n)$，则

$$x'(t)\rightarrow y'(t) \tag{1-12}$$

微分特性如图 1 - 12 所示。


图 1 - 12　系统的微分特性

所谓积分特性是指若激励 $x(t)$ 产生的响应为 $y(t)$，则激励 $\int_{-\infty}^{t}x(\tau)\mathrm{d}\tau$ 产生的响应即为 $\int_{-\infty}^{t}y(\tau)\mathrm{d}\tau$。即：

若 $x(n)\rightarrow y(n)$，则

$$\int_{-\infty}^{t}x(\tau)\mathrm{d}\tau\rightarrow\int_{-\infty}^{t}y(\tau)\mathrm{d}\tau \tag{1-13}$$

积分特性如图 1 - 13 所示。

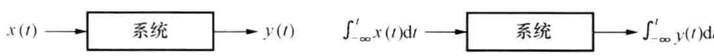



图 1 - 13　系统的积分特性

（5）频率保持特性。频率保持特性是指信号通过线性系统后不会产生新的频率分量。

（6）响应可分解性。响应可分解性是指系统的全响应为系统零输入响应与系统零状态响应之和。即

$$y(t)=y_{zs}(t)+y_{zi}(t) \tag{1-14}$$

式中：$y_{zs}(t)$ 为零状态响应，即系统初始状态为零时，仅由外加激励单独作用产生的系统响应；$y_{zi}(t)$ 为零输入响应，即系统外加激励为零时，仅由系统初始状态单独作用产生的系统响应。

在齐次性、叠加性和微积分性中的响应实质应为零状态响应。

**【例 1 - 3】**　判断下列系统是否为线性系统。

（1）$y(t)=x(t)+x(1-t)$

（2）$y(t)=tx(t)$

（3）$y''(t)+2y(t)y'(t)+y(t)=x(t)$

（4）$y(t)=\mathrm{e}^{-t}x(0)+\int_{0}^{t}\sin\tau\cdot x(\tau)\mathrm{d}\tau$

**解**　（1）已知

$$x_1(t)\rightarrow y_1(t)=x_1(t)+x_1(1-t),\ x_2(t)\rightarrow y_2(t)=x_2(t)+x_2(1-t)$$

则

$$\begin{aligned}ax_1(t)+bx_2(t)&\rightarrow[ax_1(t)+bx_2(t)]+[ax_1(1-t)+bx_2(1-t)]\\&=[ax_1(t)+ax_1(1-t)]+[bx_2(t)+bx_2(1-t)]\\&=ay_1(t)+by_2(t)\end{aligned}$$

$y(t)$ 满足叠加性和齐次性，所以该系统为线性系统。

（2）已知

$$x_1(t)\rightarrow y_1(t)=tx_1(t),\ x_2(t)\rightarrow y_2(t)=tx_2(t)$$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com