

奥赛



数学基础能力训练

AOSAI YU SHUXUE JICHU NENGLI XUNLIAN

小学六年级分册

主 编 / 苏雅琴 包丽君



东北师范大学出版社

AOSAI YU SHUXUE JICHU NENGLI XUNLIAN

■ 东北师范大学出版社

长 春

奥赛与数学基础能力训练

小学六年级分册

■ 苏雅琴 包丽君 主编

图书在版编目(CIP)数据

奥赛与数学基础能力训练. 小学六年级分册/苏雅琴, 包
丽君主编. —3 版. —长春: 东北师范大学出版社, 2003. 5
ISBN 7-5602-3417-8

I. 奥... II. ①苏... ②包... III. 数学课—小学—
教学参考资料 IV. G624. 503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 041047 号

☐封面设计: 张 然

☐总 策 划: 三编室 ☐责任校对: 姜 虹

☐责任编辑: 刘忠谊 ☐责任印制: 张允豪

东北师范大学出版社出版发行
长春市人民大街 5268 号(130024)

电话: 0431—5695744 5688470

传真: 0431—5695744 5695734

网址: <http://www.nnup.com>

电子函件: sdcbs@mail.jl.cn

东北师范大学出版社激光照排中心制版

长春工业大学印刷厂印刷

2003 年 5 月第 3 版 2003 年 5 月第 6 次印刷

幅面尺寸: 148 mm×210 mm 印张: 9.75 字数: 295 千

印数: 12 900 — 20 000 册

定价 10.00 元

前 言

数学是一门应用学科。数学的知识、思想和方法已经渗透到一切科学技术部门与生产、生活中。数学思维影响着人们的思维方式,我们已经很难找到不需要一定数学训练的人类活动领域。可见,数学修养在“公民素质”中占有重要地位。开展数学竞赛就是为了推进数学教学的改革,提高学生的数学素质,早期发现和重点培养创造性人才。实践证明,作为一种教育活动的数学竞赛,起着课堂教学难以取代的作用。

《奥赛与数学基础能力训练》小学版既是学生参加全国小学数学竞赛的辅导材料,又是小学数学总复习的良师益友。这套书基本上概括了小学数学的重要基础知识、基本技能和基本方法,对小学数学竞赛范围内的知识作了系统归纳,特别着重加强对学生数学思维方法、解题方法和解题能力的训练。出版一年多以来,受到了广大师生与家长的肯定。

当前,新的数学课堂标准全面实施,课堂教学改革不断深化,在这种新的形势下,我们对本套丛书重新进行了修订,使本套书在原有的“同步”、“新”、“广”、“应用性强”等特点上又有了新的变化。

一、例题、习题选取密切联系学生生活、生动有趣的素材,以激发学生学习的兴趣,使学生初步感受数学与日常生活的密切联系。

二、注意各部分内容之间的联系与综合,增加了一些开放性的综合应用题,增加了实用性强的竞赛模拟题,使学生在主动地观察、

推理中,逐步形成对数学的整体认识,获得综合运用数学知识和方法解决具体问题的能力.

三、调整知识内容的呈现方式,使之更具科学性、连贯性、综合性、实用性,更符合教育教学的需要,更有利于学生自学. 另外,此次修订还将原来相对简单和滞后的内容进行了删减,使整套书的内容更精练、题型更丰富,实践性更强.

此次修订由小学数学奥林匹克高级教练员完成. 真诚地希望广大师生继续关注本丛书,经常提出宝贵意见,使之不断完善.

编 者

2002 年 8 月

目 录

第 一 讲	分数乘、除法计算	1
	一、基础知识精讲	1
	二、例题解析	3
	三、练习题	17
第 二 讲	分数、小数四则混合运算	19
	一、基础知识精讲	19
	二、例题解析	19
	三、练习题	31
第 三 讲	分数应用题	34
	一、基础知识精讲	34
	二、例题解析	35
	三、练习题	46
第 四 讲	工程问题	52
	一、基础知识精讲	52
	二、例题解析	52
	三、练习题	63
第 五 讲	圆	66
	一、基础知识精讲	66
	二、例题解析	67
	三、练习题	74
第 六 讲	百分数应用题	80
	一、基础知识精讲	80
	二、例题解析	81
	三、练习题	96
第 七 讲	比和比例	100
	一、基础知识精讲	100
	二、例题解析	100

	三、练习题	113
第八讲	圆柱和圆锥	115
	一、基础知识精讲	115
	二、例题解析	116
	三、练习题	128
第九讲	奇数与偶数	132
	一、基础知识精讲	132
	二、例题解析	133
	三、练习题	152
第十讲	最大与最小	154
	一、基础知识精讲	154
	二、例题解析	154
	三、练习题	161
第十一讲	时钟问题	163
	一、基础知识精讲	163
	二、例题解析	163
	三、练习题	176
第十二讲	牛吃草问题	177
	一、基础知识精讲	177
	二、例题解析	177
	三、练习题	187
第十三讲	抽屉原理	189
	一、基础知识精讲	189
	二、例题解析	190
	三、练习题	199
第十四讲	统筹规划	202
	一、基础知识精讲	202
	二、例题解析	202
	三、练习题	215
第十五讲	竞赛中的几何问题	218
	一、基础知识精讲	218
	二、例题解析	220

三、练习题	231
第十六讲 杂题选讲	236
一、基础知识精讲	236
二、例题解析	236
三、练习题	244

附录一

小学六年级数学竞赛模拟试题(一)	247
小学六年级数学竞赛模拟试题(二)	249
小学六年级数学竞赛模拟试题(三)	252
小学六年级数学竞赛模拟试题(四)	254
小学六年级数学竞赛模拟试题(五)	257
小学六年级数学竞赛模拟试题(六)	260

附录二

答案与提示	262
-------------	-----

第一讲 分数乘、除法计算

一、基础知识精讲

1. 分数乘以整数

(1) 分数乘以整数的意义.

分数乘以整数的意义与整数乘法的意义相同,就是求几个相同加数的和的简便运算.

(2) 分数乘以整数的计算法则.

分数乘以整数,用分数的分子和整数相乘的积做分子,分母不变.

2. 一个数乘以分数

(1) 意义

一个数乘以分数的意义就是求这个数的几分之几是多少.

(2) 法则

分数乘以分数,用分子相乘的积做分子,分母相乘的积做分母.

3. 带分数乘法

(1) 法则

分数乘法中有带分数的,通常先把带分数化成假分数,然后再乘.

(2) 分数连乘法的计算方法

分数连乘的运算顺序和整数连乘的运算顺序一样.但为了简便,可以先把所有分数的分子和分母约分,再把约简后的分子分母分别相乘.

4. 分数乘加、乘减混合运算的运算顺序跟整数的运算顺序相同

5. 整数乘法运算定律推广到分数乘法中的运用

(1) 加法交换律: $a+b=b+a$;

(2) 加法结合律: $(a+b)+c=a+(b+c)$;

(3) 乘法交换律: $a \times b=b \times a$;

(4) 乘法结合律: $(a \times b) \times c=a \times (b \times c)$;

(5)乘法分配律: $(a \pm b) \times c = a \times c \pm b \times c$;

(6)减法运算性质: $a - (b + c) = a - b - c$,

$$a - (b - c) = a - b + c.$$

6. 分数除法的意义

分数除法的意义与整数除法的意义相同,都是已知两个因数的积与其中一个因数,求另一个因数的运算.

7. 分数除法的计算法则

甲数除以乙数(0除外),等于甲数乘以乙数的倒数.

8. 分数除法的运算性质:

$$a \div (b \times c) = a \div b \div c,$$

$$a \div (b \div c) = a \div b \times c,$$

$$a \div c \pm b \div c = (a \pm b) \div c.$$

9. 约分法

这里所讲的约分法是课本中的约分的推广.课本中所说的约分方法是:分数的分子和分母同时除以它们的公约数(1除外),使分数成为一个分子、分母都比较小且与原分数相等的分数;这里介绍的约分法是将写成分数形式的算式中分子部分与分母部分同时除以它们的公有因数或公有因式,从而简化计算过程达到简算的目的.

10. 等差数列求和

(1)等差数列求和公式:和=(首项+末项) $\times$ 项数 $\div 2$,用字母公式表示是: $S = \frac{1}{2} \times (a_1 + a_n) \times n$.

(2)等差数列求项数的公式:项数=(末项-首项) $\div$ 公差+1,用字母公式表示: $n = (a_n - a_1) \div d + 1$.

11. 裂项法

在计算分数的加、减法时,将其中一些分数拆开,使得拆开后的分数可以互相抵消,以达到简算的目的,我们把这种方法称为拆项法或裂项法.

下面介绍裂项法的三个公式:当 n, d 都是任意自然数时,有

$$(1) \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1};$$

$$(2) \frac{d}{n(n+d)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+d};$$

$$(3) \frac{1}{n(n+d)} = \frac{1}{d} \times \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+d} \right).$$

二、例题解析

1. 分数乘以整数

例 1 $\frac{2000}{2001} \times 2002.$

分析: 2002 可以分解为 $(2001+1)$, 根据乘法分配律打开括号, 这样便可以以 2000 约分.

$$\begin{aligned} \text{解: } \frac{2000}{2001} \times 2002 &= \frac{2000}{2001} \times (2001+1) \\ &= \frac{2000}{2001} \times 2001 + \frac{2000}{2001} \times 1 \\ &= 2000 + \frac{2000}{2001} \\ &= 2000 \frac{2000}{2001}. \end{aligned}$$

例 2 $\frac{44}{45} \times 37.$

分析: 分数与整数相乘, 可以按照分子与整数相乘的积做分子, 分母不变的法则进行计算. 但是观察这道题的数字特点, $\frac{44}{45}$ 与 1 只相差 $\frac{1}{45}$, 如果把 $\frac{44}{45}$ 写成 $\left(1 - \frac{1}{45}\right)$ 的差与 37 相乘, 再运用乘法分配律就能简化运算了.

$$\begin{aligned} \text{解: } \frac{44}{45} \times 37 &= \left(1 - \frac{1}{45}\right) \times 37 \\ &= 1 \times 37 - \frac{1}{45} \times 37 \\ &= 37 - \frac{37}{45} = 36 \frac{8}{45}. \end{aligned}$$

2. 一个数乘以分数

例 1 $27 \times \frac{15}{26}.$

$$\begin{aligned} \text{解: } 27 \times \frac{15}{26} &= (26+1) \times \frac{15}{26} \\ &= 26 \times \frac{15}{26} + 1 \times \frac{15}{26} \end{aligned}$$

$$= 15 + \frac{15}{26} = 15 \frac{15}{26}.$$

例 2 $1948 \times \frac{1948}{1949}.$

分析: 把 $\frac{1948}{1949}$ 写成 $\left(1 - \frac{1}{1949}\right)$ 的差与 1948 相乘, 再运用乘法分配律就能简化运算了.

$$\begin{aligned} \text{解: } 1948 \times \frac{1948}{1949} &= 1948 \times \left(1 - \frac{1}{1949}\right) \\ &= 1948 \times 1 - 1948 \times \frac{1}{1949} \\ &= 1948 - \frac{1948}{1949} \\ &= 1947 \frac{1}{1949}. \end{aligned}$$

3. 带分数乘法

例 1 $\frac{8}{9} \times 1 \frac{1}{9}.$

分析: 把 $\frac{8}{9}$ 写成 $\left(1 - \frac{1}{9}\right)$ 的差; $1 \frac{1}{9}$ 写成 $\left(1 + \frac{1}{9}\right)$ 的和, 再运用平方差公式, 此种解法比较适合于较大的分数.

$$\begin{aligned} \text{解: } \frac{8}{9} \times 1 \frac{1}{9} &= \left(1 - \frac{1}{9}\right) \times \left(1 + \frac{1}{9}\right) \\ &= 1^2 - \frac{1}{9^2} \\ &= 1 - \frac{1}{81} = \frac{80}{81}. \end{aligned}$$

例 2 $2002 \frac{2000}{2001} \times \frac{2001}{2002}.$

分析: 把 $2002 \frac{2000}{2001}$ 写成 $2002 + \frac{2000}{2001}$ 的和, 再运用乘法分配律就能简化运算了.

$$\begin{aligned} \text{解: } 2002 \frac{2000}{2001} \times \frac{2001}{2002} &= \left(2002 + \frac{2000}{2001}\right) \times \frac{2001}{2002} \\ &= 2002 \times \frac{2001}{2002} + \frac{2000}{2001} \times \frac{2001}{2002} \\ &= 2001 + \frac{2000}{2002} \end{aligned}$$

$$=2001 \frac{1000}{1001}.$$

4. 分数乘加、乘减混合运算

例 1 $3\frac{3}{5} \times 25\frac{2}{5} + 37.9 \times 6\frac{2}{5}.$

分析:把注意点集中在 $3\frac{3}{5}$ 和 $6\frac{2}{5}$ 上,因为它们的和为 10. 但是,只有当分别与它们相乘的另一个因数相同时,我们才能运用乘法分配律简化运算. 因此,我们不难想到把 37.9 分成 $25\frac{2}{5}$ 与 12.5 两部分.

$$\begin{aligned}\text{解: } & 3\frac{3}{5} \times 25\frac{2}{5} + 37.9 \times 6\frac{2}{5} \\ &= 3\frac{3}{5} \times 25\frac{2}{5} + (25.4 + 12.5) \times 6.4 \\ &= (3.6 + 6.4) \times 25.4 + 12.5 \times 8 \times 0.8 \\ &= 254 + 80 = 334.\end{aligned}$$

例 2 $\frac{31}{77} \times \frac{2}{23} - \frac{2}{77} \times \frac{8}{23}.$

分析:把 $\frac{31}{77} \times \frac{2}{23}$ 根据积不变的规律可以写成 $\frac{2}{77} \times \frac{31}{23}$,再根据乘法分配律便可以简化运算.

$$\begin{aligned}\text{解: } & \frac{31}{77} \times \frac{2}{23} - \frac{2}{77} \times \frac{8}{23} \\ &= \frac{2}{77} \times \frac{31}{23} - \frac{2}{77} \times \frac{8}{23} \\ &= \frac{2}{77} \times \left(\frac{31}{23} - \frac{8}{23} \right) \\ &= \frac{2}{77} \times \frac{23}{23} = \frac{2}{77}.\end{aligned}$$

5. 整数乘法运算定律推广到分数乘法中的应用

例 1 计算 $\frac{1998}{1999} \times 2000.$

分析:2000 比 1999 多 1,可以把 2000 分解成 1999 与 1 的和,再应用乘法分配律计算,可以使运算简便.

$$\begin{aligned}\text{解: } & \frac{1998}{1999} \times 2000 = \frac{1998}{1999} \times (1999 + 1) \\ &= \frac{1998}{1999} \times 1999 + \frac{1998}{1999} \times 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 1998 + \frac{1998}{1999} \\
 &= 1998 \frac{1998}{1999}.
 \end{aligned}$$

还可以用下面的方法：

分析：这道题被乘数的分子与分母很接近，可以看成 1 与 $\frac{1}{1999}$ 的差，然后再应用乘法分配律计算，也可以使计算简便。

$$\begin{aligned}
 \text{解：} \frac{1998}{1999} \times 2000 &= \left(1 - \frac{1}{1999}\right) \times 2000 \\
 &= 1 \times 2000 - \frac{1}{1999} \times 2000 \\
 &= 2000 - 1 \frac{1}{1999} \\
 &= 1998 \frac{1998}{1999}.
 \end{aligned}$$

例 2 $2003 \frac{2001}{2002} \times 2002.$

分析： $2003 \frac{2001}{2002}$ 很接近整数 2004 ，可以把 $2003 \frac{2001}{2002}$ 看做 2004 与 $\frac{1}{2002}$ 的差，然后，按照乘法分配律可以简算。

$$\begin{aligned}
 \text{解：} \quad 2003 \frac{2001}{2002} \times 2002 \\
 &= \left(2004 - \frac{1}{2002}\right) \times 2002 \\
 &= 2004 \times 2002 - \frac{1}{2002} \times 2002 = 4012007.
 \end{aligned}$$

例 3 $2000 \frac{1998}{1999} \times 1999.$

分析：被乘数的分母 1999 和乘数 1999 可以约分，可以把 $2000 \frac{1998}{1999}$ 分解为 2000 与 $\frac{1998}{1999}$ 的和，然后分别与 1999 相乘，再把它们的积相加，可以使计算简便。

$$\begin{aligned}
 \text{解：} \quad 2000 \frac{1998}{1999} \times 1999 \\
 &= \left(2000 + \frac{1998}{1999}\right) \times 1999
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&=2000 \times 1999 + \frac{1998}{1999} \times 1999 \\&=3998000 + 1998 = 3999998.\end{aligned}$$

例 4 $2000 \times 5 \frac{4}{125}$.

分析:道理同例 3 一样.

$$\begin{aligned}\text{解: } 2000 \times 5 \frac{4}{125} &= 2000 \times \left(5 + \frac{4}{125} \right) \\&= 2000 \times 5 + 2000 \times \frac{4}{125} \\&= 10000 + 16 \times 4 = 10064.\end{aligned}$$

例 5 $3 \frac{7}{8} \times 5 \frac{2}{3} - 5 \frac{2}{3} \times 2 \frac{7}{8}$.

分析:两个因式中都有 $5 \frac{2}{3}$, 就可以运用乘法分配律进行简算.

$$\begin{aligned}\text{解: } 3 \frac{7}{8} \times 5 \frac{2}{3} - 5 \frac{2}{3} \times 2 \frac{7}{8} \\&= 5 \frac{2}{3} \times \left(3 \frac{7}{8} - 2 \frac{7}{8} \right) \\&= 5 \frac{2}{3} \times 1 = 5 \frac{2}{3}.\end{aligned}$$

例 6 $2 \frac{1}{2} \times \frac{4}{15} + \frac{1}{3} \times \frac{5}{2} + \frac{2}{5} \times \frac{5}{2}$.

分析:三个因式中都有 $2 \frac{1}{2}$ (也就是 $\frac{5}{2}$) 这个因数, 所以同样也能运用乘法分配律进行简算.

$$\begin{aligned}\text{解: } 2 \frac{1}{2} \times \frac{4}{15} + \frac{1}{3} \times \frac{5}{2} + \frac{2}{5} \times \frac{5}{2} \\&= \frac{5}{2} \times \left(\frac{4}{15} + \frac{1}{3} + \frac{2}{5} \right) \\&= \frac{5}{2} \times \left(\frac{4}{15} + \frac{5}{15} + \frac{6}{15} \right) \\&= \frac{5}{2} \times 1 = 2 \frac{1}{2}.\end{aligned}$$

例 7 $48 \frac{5}{7} \times \frac{7}{8}$.

分析:带分数的整数部分 48 和真分数的分母能约分, 可以把带分数分成

两部分与真分数相乘,使计算简便.

$$\begin{aligned}\text{解: } 48 \frac{5}{7} \times \frac{7}{8} &= \left(48 + \frac{5}{7}\right) \times \frac{7}{8} \\ &= 48 \times \frac{7}{8} + \frac{5}{7} \times \frac{7}{8} \\ &= 42 + \frac{5}{8} = 42 \frac{5}{8}.\end{aligned}$$

例 8 $990 \times 5 \frac{3}{11}$.

分析: 990 是 11 的倍数, 运用乘法分配律可以使计算简便.

$$\begin{aligned}\text{解: } 990 \times 5 \frac{3}{11} &= 990 \times \left(5 + \frac{3}{11}\right) \\ &= 990 \times 5 + 990 \times \frac{3}{11} \\ &= 4950 + 270 = 5220.\end{aligned}$$

例 9 $174 \times \frac{7}{8}$.

分析: $\frac{7}{8}$ 可看做 1 与 $\frac{1}{8}$ 的差, 这样计算就简便了.

$$\begin{aligned}\text{解: } 174 \times \frac{7}{8} &= 174 \times \left(1 - \frac{1}{8}\right) \\ &= 174 \times 1 - 174 \times \frac{1}{8} \\ &= 174 - 21 \frac{3}{4} = 152 \frac{1}{4}.\end{aligned}$$

例 10 $6 \frac{3}{8} \times 7 \frac{5}{8}$.

分析: 此题的两个因数可以看做两个数的和乘以两个数的差, 所以可以用 $(a-b) \times (a+b) = a^2 - b^2$ 进行计算.

$$\begin{aligned}\text{解: } 6 \frac{3}{8} \times 7 \frac{5}{8} &= \left(7 - \frac{5}{8}\right) \times \left(7 + \frac{5}{8}\right) \\ &= 7 \times 7 - \frac{5}{8} \times \frac{5}{8} = 49 - \frac{25}{64} = 48 \frac{39}{64}.\end{aligned}$$

6. 分数除法意义

例 1 $\frac{5}{9} \div \frac{5}{6}$.

分析: $\frac{5}{9} \div \frac{5}{6}$ 表示已知两个因数的积是 $\frac{5}{9}$, 其中一个因数是 $\frac{5}{6}$, 求另一个

因数是多少.

$$\text{解: } \frac{5}{9} \div \frac{5}{6} = \frac{5}{9} \times \frac{6}{5} = \frac{2}{3}.$$

7. 带分数除法的计算法则

$$\text{例 1 } 1\frac{5}{13} \div \frac{9}{13}.$$

分析: 先把带分数化成假分数, 同时将除法变成乘法式题, 然后按照分数乘法的计算方法计算.

$$\text{解: } 1\frac{5}{13} \div \frac{9}{13} = \frac{18}{13} \times \frac{13}{9} = 2.$$

注: 变成乘法后, 能约分的要先约分.

$$\text{例 2 } 4\frac{1}{5} \div \frac{1}{4} \times 3\frac{3}{4}.$$

分析: 这是一道乘除混合运算的计算题, 先把除法变成乘法, 除数变成它的倒数, 同时, 把带分数改写成假分数, 按照分数连乘的方法进行计算.

$$\text{解: } 4\frac{1}{5} \div \frac{1}{4} \times 3\frac{3}{4} = \frac{21}{5} \times \frac{4}{1} \times \frac{15}{4} = 63.$$

8. 分数除法的运算性质

$$\text{例 1 } 16\frac{1}{3} \div 8\frac{1}{2} \div \frac{2}{17}.$$

分析: $8\frac{1}{2}$ 和 $\frac{2}{17}$ 互为倒数, 根据除法的运算性质 $a \div b \div c = a \div (b \times c)$ 可以使计算简便.

$$\begin{aligned} \text{解: } 16\frac{1}{3} \div 8\frac{1}{2} \div \frac{2}{17} &= 16\frac{1}{3} \div \left(8\frac{1}{2} \times \frac{2}{17} \right) \\ &= 16\frac{1}{3} \div \left(\frac{17}{2} \times \frac{2}{17} \right) \\ &= 16\frac{1}{3} \times 1 = 16\frac{1}{3}. \end{aligned}$$

注: 计算这样的题, 首先要观察能否利用运算性质使计算简便, 而不要急于按一般方法计算.

$$\text{例 2 } 45\frac{2}{9} \div 11.$$

分析: $45\frac{2}{9}$ 可看做 44 和 $1\frac{2}{9}$ 的和, 44 和 $1\frac{2}{9}$ 分别除以 11, 再把它们的商