

建筑工程测量

Construction
Engineering Survey

主编 李捷斌



北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

建筑工程测量

主 编 李捷斌

副主编 杨 谦 梁 磊
朱君俊 凌 飞

内 容 提 要

本书以测量的基本理论和概念为基础，以基本技能技术和应用方法为主要内容，以突出测量技术在实际工程中的应用为核心，加强了实践环节的教学内容。

本书共12章，主要内容包括测量基本知识、水准测量、角度测量、距离测量和直线定向、测量误差知识、小地区控制测量、大比例尺地形图与测绘、地形图的应用、施工测量的基本工作、民用建筑施工测量、工业建筑施工测量和建筑物变形观测与竣工总平面图编绘等。每章都有与知识点相对应的引例和应用案例，具有较强的实用性和针对性。

本书可作为高等院校建筑工程技术、工程监理、工程造价、建筑测绘等土建类专业的教材，也可作为相关工程技术人员培训、自学的参考用书。

版权专有 侵权必究

图书在版编目(CIP)数据

建筑工程测量/李捷斌主编. —北京：北京理工大学出版社，2013.5

ISBN 978-7-5640-7720-4

I . ①建… II . ①李… III. ①建筑测量 IV. ①TU198

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第107132号

出版发行 / 北京理工大学出版社有限责任公司

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街5号

邮 编 / 100081

电 话 / (010)68914775(总编室)

82562903(教材售后服务热线)

68948351(其他图书服务热线)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 北京紫瑞利印刷有限公司

开 本 / 787毫米×1092毫米 1/16

印 张 / 14.5

责任编辑 / 张慧峰

字 数 / 331千字

文案编辑 / 张慧峰

版 次 / 2013年5月第1版 2013年5月第1次印刷

责任校对 / 周瑞红

定 价 / 42.00元

责任印制 / 边心超

前言

Preface

建筑工程测量是高等院校土建类专业的一门主要专业课，重点讲解建筑工程测量的基本知识、基本测量仪器的使用、建筑工程实地测设以及施工测量和变形观测等内容，对培养学生的专业岗位能力具有重要的作用。

为突出高等院校教育特色和提高人才培养质量，本书在编写中突出了以下特色：

1. 教材内容以必需、够用为原则，优化教材结构，整合教材内容，强化施工测量知识，调整后的体系更加适合高等院校教学的要求。
2. 本书密切结合工程实际，引入较多的全站仪、GPS等新技术和新方法，符合现行的建筑工程测量规范及验收规范。
3. 本书具有较强的实用性和针对性，体例新颖，案例全面；编写时力求严谨、规范，内容精练，叙述准确，通俗易懂。

本书由李捷斌主编。具体编写分工如下：第一、三章由凌飞编写；第二、四、八章由梁磊编写；第五、十一、十二章由朱君俊编写；第六章由杨谦编写；第七、九、十章由李捷斌编写；全书由李捷斌负责统稿。

本书编写过程中参考了书后所附多种文献，在此向原作者表示感谢。本书还得到了北京理工大学出版社和编写者所在单位的大力支持，在此一并致谢。

由于编者水平有限，编写时间仓促，书中存在的问题和不足之处在所难免，恳请读者批评指正。

编 者

目 录

Contents

第一章 测量基本知识 / 1

1

第一节 建筑工程测量概述 / 1

第二节 测量工作的基准面和基准线 / 2

第三节 地面点位置确定的方法 / 3

第四节 测量工作概述 / 11

第二章 水准测量 / 14

2

第一节 水准测量的原理和方法 / 14

第二节 水准测量的仪器与工具 / 16

第三节 水准仪的使用 / 20

第四节 水准测量的施测步骤 / 23

第五节 水准测量的误差及注意事项 / 27

第六节 水准测量的成果计算 / 30

第七节 水准仪的检验和校正 / 33

第八节 自动安平、精密水准仪简介 / 36

第三章 角度测量 / 42

3

第一节 DJ6光学经纬仪的构造 / 42

第二节 经纬仪的使用 / 45

第三节 水平角测量 / 47

第四节 坚直角观测 / 52

第五节 角度测量误差分析及注意事项 / 56

第六节 经纬仪的检验与校正 / 59

4

► 第四章 距离测量和直线定向 / 65

第一节 钢尺量距 / 65

第二节 视距测量 / 71

第三节 光电测距 / 74

第四节 直线定向 / 76

5

► 第五章 测量误差知识 / 82

第一节 测量误差产生的原因和分类 / 82

第二节 衡量精度的标准 / 83

第三节 算术平均值及中误差 / 85

第四节 误差传播定律 / 86

6

► 第六章 小地区控制测量 / 89

第一节 控制测量概述 / 89

第二节 导线测量 / 91

第三节 交会定点 / 101

第四节 高程控制测量 / 103

第五节 GPS测量 / 106

7

► 第七章 大比例尺地形图与测绘 / 115

第一节 地形图的基本知识 / 115

第二节 地形图的分幅与编号 / 126

第三节 大比例尺地形图的测绘 / 133

第四节 大比例尺数字化测图概述 / 139

8

► 第八章 地形图的应用 / 149

- 第一节 地形图应用的基本内容 / 149
- 第二节 地形图的应用实例 / 153

9

► 第九章 施工测量的基本工作 / 159

- 第一节 施工测量概述 / 159
- 第二节 基本测设工作 / 160
- 第三节 测设地面点平面位置的基本方法 / 163
- 第四节 坡度线的测设 / 166
- 第五节 圆曲线的测设 / 167

10

► 第十章 民用建筑施工测量 / 172

- 第一节 施工测量前的准备工作 / 172
- 第二节 民用建筑物的定位与放线 / 174
- 第三节 建筑物基础施工测量 / 177
- 第四节 墙体施工测量 / 178
- 第五节 高层建筑施工测量 / 180

11

► 第十一章 工业建筑施工测量 / 185

- 第一节 厂房控制网与柱列轴线的测设 / 185
- 第二节 厂房基础施工测量 / 186
- 第三节 厂房构件安装测量 / 191
- 第四节 烟囱、水塔施工测量 / 194
- 第五节 管道施工测量 / 196

12

► 第十二章 建筑物变形观测与竣工总平面图编绘 / 211

- 第一节 建筑物变形观测概述 / 211
- 第二节 建筑物的沉降观测 / 211

- 第三节 建筑物的倾斜观测 / 215
第四节 建筑物的裂缝、位移与挠度观测 / 217
第五节 竣工总平面图的编绘 / 219

► 参考文献 / 222

第一章 测量基本知识

通过本章学习，了解建筑工程测量的主要任务；理解测量工作的基准面和基准线；掌握确定地面点位和高程的方法；了解地面点的坐标、空间直角坐标系、用水平面代替水准面的范围；熟悉测量的基本工作和基本原则。

第一节 建筑工程测量概述

一、测量学的定义和分类

测量学是研究地球的形状与大小以及确定地面点位置、方向及其分布的学科。

测量学按照研究对象和研究范围的不同，划分为以下几个学科：

(1)大地测量学：它是研究测定地球的形状和大小及地球的重力场的测量方法、分布情况及其应用的学科。其任务在于为建立国家大地控制网进行精密控制测量；为地形测量和大型工程测量提供基本控制；为空间科技和军事用途提供精确的坐标资料并为研究地球形状、大小、地壳变形及地震预报等科学研究提供重要资料。近年来，由于人造卫星和遥感技术的发展，大地测量又分为常规大地测量与卫星大地测量。

(2)普通测量学：该学科主要是研究地球表面局部区域的形状和大小，不考虑地球曲率的影响，把地球表面较小的范围当做平面看待所进行的测量工作。其主要内容有图根控制网的建立、地形图的测绘及工程的施工测量。

(3)摄影测量学：它是利用摄影或遥感技术获取被测物体的影像或数字信息，进行分析、处理后以确定物体的形状、大小和空间位置，并判断其性质的学科。按获取影像的方式不同，摄影测量学又分水下、地面、航空摄影测量学和航天遥感等。随着空间、数字和全息影像技术的发展，它可方便地为人们提供数字图件、建立各种数据库。虚拟现实，已成为测量学的关键技术。

(4)工程测量学：它是研究解决在城市建设、厂矿建筑、水利水电、铁路公路、桥梁隧道等工程建设中的测量问题的学科。其任务是建立工程控制网、地形图的测绘、施工放样、设备安装定位、竣工测量、变形监测等。因此，它又分为矿山测量测量学、水利工程测量学、海洋工程测量学等。它们都属于普通工程测量学。

(5)制图学：该学科主要是利用测量所获得的成果资料，研究如何投影编绘和制印各种地图的测量工作，属于制图学的范畴。

本书主要介绍建筑工程的测绘工作内容，它属于工程测量学的范畴，也与其他测量学科有着密切的联系。

二、建筑工程测量学的任务和作用

测量学是研究地球表面的形状和大小以及确定地面点位的科学。它的内容包括测定和测设两个部分。

测定又称测图，是指使用测量仪器和工具，运用一定的测绘程序和方法将地面上局部区域的各种固定性物体(地物，如房屋、道路、河流等)以及地面的起伏形态(地貌)，按一定的比例尺和特定的图例符号缩绘成地形图。

测设又称放样，是指使用测量仪器和工具，按照设计要求，采用一定方法，将设计图纸上设计好的工程建筑物、构筑物的平面位置和高程标定到施工作业面上，为施工提供正确依据，指导施工。因为放样是直接为施工服务的，故通常称为“施工放样”。

工程建设过程中，工程项目一般分规划与勘测、设计、施工、运营四个阶段，测量工作贯穿于工程项目建设的全过程，在工程勘测阶段为规划设计提供各种比例尺的地形图和测绘资料；在工程设计阶段，应用地形图进行总体规划和设计；在工程施工阶段，要进行建筑物、构筑物的定位，放线测量，土方开挖、基础工程和主体砌筑中的施工测量、构件的安装测量以及在工程施工过程中为衔接各工序的交换，鉴定工程质量而进行的检查，校核测量，施工竣工后的竣工测量，施测竣工图，供日后扩建和维修之用；在工程运营阶段，对某些特殊要求的建筑物和构筑物的安全性和稳定性所进行的变形观测，以保证工程的安全使用。

第二节 测量工作的基准面和基准线

测量工作是在地球表面进行的，地球表面是一个不规则的旋转椭球体，其表面错综复杂，所以地球表面不是一个单一的规则面。为了表示所测地面点位的高低位置，应在施测场地确定一个统一的起算面，这个面称为基准面。基准面必须具备两个基本条件：其一，基准面的形状和大小，要尽可能地接近地球的真实形状和大小；其二，基准面是一个规则的数学面，可以用简单的几何模型表达。

地球的自然表面极为复杂，有高山、丘陵、平原、盆地、湖泊、河流和海洋等高低起伏的形态，其中海洋面积约占 71%，陆地面积约占 29%。因此，人们把地球看做是被海水面所包围的球体。假想静止不动的水面延伸穿过陆地，包围整个地球，形成一个闭合的曲面，这个水面称为水准面。水准面是受地球重力影响形成的，它的特点是其面上任意一点的铅垂线都垂直于该点的曲面。由于水准面的高度可变，因此符合这个特点的水准面有无数个，其中与平均海平面相吻合的水准面称为大地水准面，它是测量工作的一个基准面，如图 1.1(a)所示。

由于地球的自转运动，地球上任意一点都要受到离心力和万有引力的双重作用，这两个力的合力称为重力，重力的方向线称铅垂线，如图 1.1(b)所示。铅垂线是测量工作的基准线。大地水准面是测量工作的基准面。由大地水准面所包围的地球形体称为大地体。

由于地球内部质量分布不均匀，离心力大小在不同纬度的变化，引起铅垂线的方向产

生不规则的变化，致使大地水准面成为无法用数学模型来描述的复杂曲面，自然就无法在此曲面上进行测量数据处理。为了使用方便，通常用一个非常接近于大地水准面，并可用数学式表示的几何形体（即地球椭球体）来代替地球的形状作为测量计算工作的基准面，这个基准面称为参考椭球面。由于地球椭球体是一个椭圆绕其短轴旋转而成的形体，故地球椭球体又称旋转椭球，如图 1.1(c)所示。旋转椭球体由长半径 a （或短半径 b ）和扁率 α 所决定，其数学表达式为：

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1 \quad (1.1)$$

式中 a 、 b ——椭球体几何参数。

我国现在采用的参考椭球体的几何参数为： $a=6\ 378\ 140\text{ m}$ ， $b=6\ 356\ 755\text{ m}$ ，扁率 $\alpha=(a-b)/a=1/298.257$ 。由于地球椭球的扁率很小，因此，当测区范围不大时，可近似地把地球椭球作为圆球，其半径为 $6\ 371\text{ km}$ 。

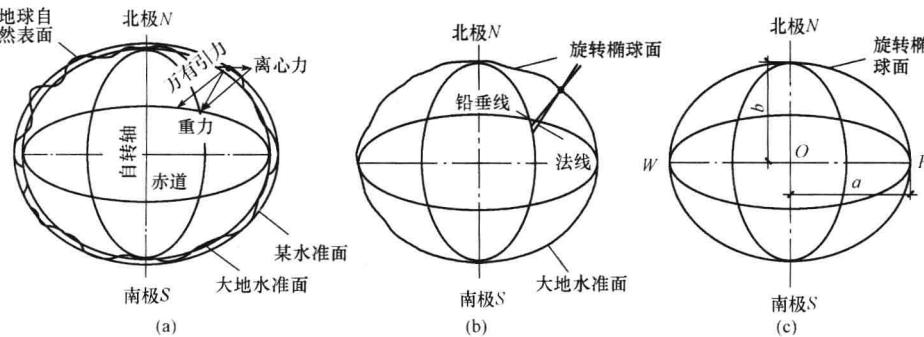


图 1.1 地球自然表面、大地水准面和旋转椭球面

第三节 地面点位置确定的方法

测量工作的基本任务是确定地面点的空间位置。确定地面点的空间位置需要三个要素，通常是确定地面点在球面或平面上的投影位置，即地面点的坐标；地面点到大地水准面的铅垂距离，即地面点的高程。

一、平面位置的确定

确定点的球面位置的坐标系有地理坐标系和平面直角坐标系两类。

(一) 地理坐标系

按坐标所依据的基本线和基本面的不同以及求坐标方法的不同，地理坐标系又可分为天文地理坐标系和大地地理坐标系两种。

1. 天文地理坐标系

天文地理坐标又称天文坐标，表示地面点在大地水准面上的位置，其基准是大地水准面和铅垂线，用天文经度 λ 和天文纬度 φ 来表示地面点在球面上的位置。

如图 1.2 所示, N 、 S 分别是地球的北极和南极, NS 称为地轴。包含地轴的平面称为子午面。子午面与地球表面的交线称为子午线。通过原格林尼治天文台的子午面称为首子午面。过地面上任意一点 P 的子午面与首子午面的夹角 λ , 称为 P 点的经度。由首子午面向东量称为东经, 向西量称为西经, 其取值范围为 $0^\circ \sim 180^\circ$ 。

通过地心且垂直于地轴的平面称为赤道面。过 P 点的铅垂线与赤道面的夹角 φ , 称为 P 点的纬度。由赤道面向北量称为北纬, 向南量称为南纬, 其取值范围为 $0^\circ \sim 90^\circ$ 。地面上每一点都有一对地理坐标, 例如北京某点的地理坐标为东经 $116^\circ 28'$, 北纬 $39^\circ 54'$ 。

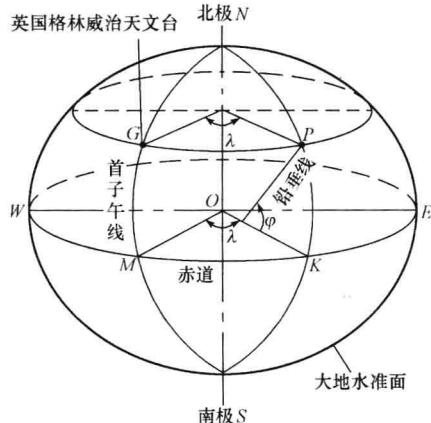


图 1.2 天文地理坐标系

2. 大地地理坐标系

大地地理坐标又称大地坐标, 如图 1.3 所示, 是表示地面点在旋转椭球面上的位置, 它的基准是法线和旋转椭球面, 它用大地经度 L 和大地纬度 B 表示。 P 点的大地经度 L 是过 P 点的大地子午面和首子午面所夹的两面角, P 点的大地纬度 B 是过 P 点的法线和赤道面的夹角。大地经、纬度是根据一个起始大地点(又称大地原点, 该点的大地经、纬度与天文经、纬度一致)的大地坐标, 再按大地测量所得的数据推算而得的。我国以陕西省泾阳县永乐镇大地原点为起算点, 由此建立新的大地坐标系, 称为“1980 年国家大地坐标系”, 简称 80 系。

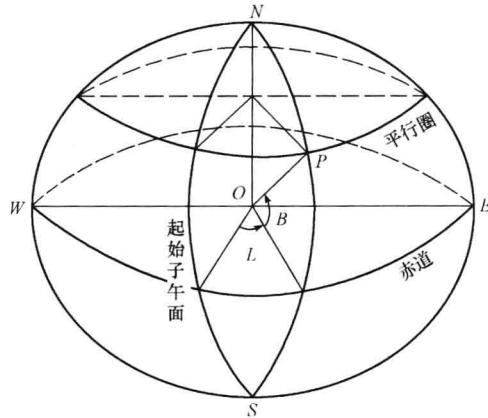


图 1.3 大地地理坐标系

(二) 平面直角坐标系

地理坐标是球面坐标，不便于直接进行各种计算。在工程建设的规划、设计与施工中，须在平面上进行各项计算，为此，须将球面上的图形用平面表现出来，这就必须采用适当的投影方法。由于投影方法的不同，所建立的坐标系又分为高斯平面直角坐标系和独立平面直角坐标系。

1. 高斯平面直角坐标系

高斯投影是设想一个横椭圆柱套在参考椭球的外面，如图 1.4(a)所示，横椭圆柱的轴线通过椭球心 O ，并与地轴 NS 垂直，这时椭球面上某一子午线正好与横椭圆柱面相切，这条子午线称为中央子午线。然后在椭球面上的图形与椭圆柱面上的图形保持等角的条件下，沿椭球柱的 N 、 S 点母线将椭球切开，并展成平面，即为高斯投影平面。至此便完成了椭球面向平面的转换工作。在此高斯投影平面上，中央子午线经投影面展开，呈一条直线，以此直线作为纵轴，即 x 轴；赤道是一条与中央子午线相垂直的直线，将它作为横轴，即 y 轴；两直线的交点作为原点，就组成了高斯平面直角坐标系统，如图 1.4(b)所示。

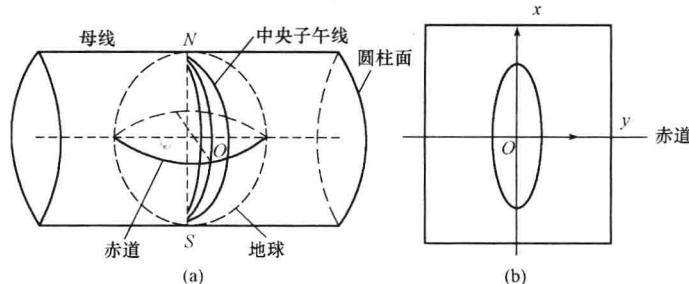


图 1.4 高斯投影

在高斯投影平面上，中央子午线投影的长度不变，其余子午线的长度大于投影前的长度，离中央子午线越远长度变形越大。为使长度变形不大于测量的精度范围，利用高斯投影的方法从首子午线起每隔经度 6° 为一带，自西向东将整个地球分成 60 个带，各带的带号 N 为 1, 2, …, 60，如图 1.5 所示。第一个 6° 带中央子午线的经度为 3° ，任意一带中央子午线的经度可按下式计算：

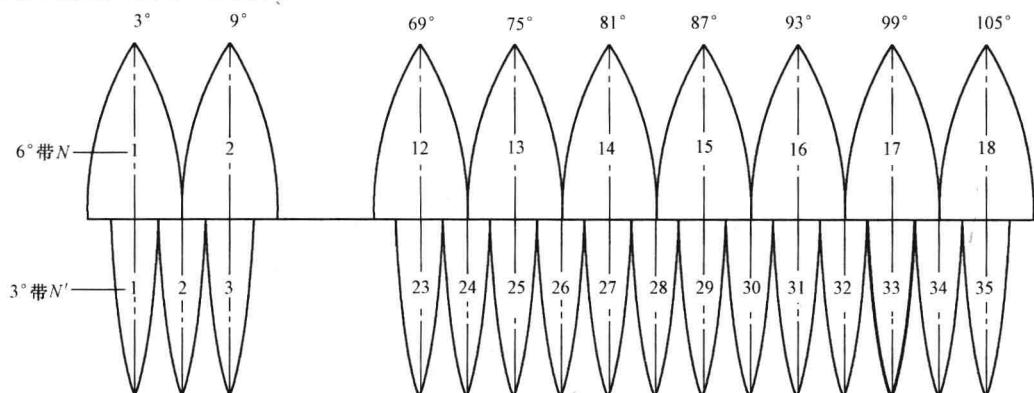


图 1.5 高斯投影的分带

$$L_0 = 6N - 3 \quad (1.2)$$

式中 N ——投影带号。

在大比例尺测图中，要求投影变形更小，则可用 3° 带(图 1.5)或 1.5° 带投影。 3° 带中央子午线在奇数带时与 6° 带中央子午线重合，各 3° 带中央子午线的经度为：

$$L'_0 = 3N' \quad (1.3)$$

式中 N' —— 3° 带带号。

在高斯平面直角坐标系中，纵坐标的正负方向以赤道为界，向北为正，向南为负；横坐标以中央子午线为界，向东为正，向西为负。由于我国位于北半球，所有纵坐标 x 均为正，而各带的横坐标 y 有正有负。为了使用方便，使横坐标 y 不出现负值，规定将纵坐标轴向西平移 500 km，即相当于在实际纵坐标 y 值上加 500 km。如图 1.6(a)所示，A、B 两点的横坐标值为：

$$y_A = +148\ 680.54 \text{ m}, \quad y_B = -134\ 240.69 \text{ m}$$

各加 500 km 后[图 1.6(b)]，分别为：

$$y_A = +148\ 680.54 + 500\ 000 = 648\ 680.54 (\text{m}),$$

$$y_B = -134\ 240.69 + 500\ 000 = 365\ 759.31 (\text{m})$$

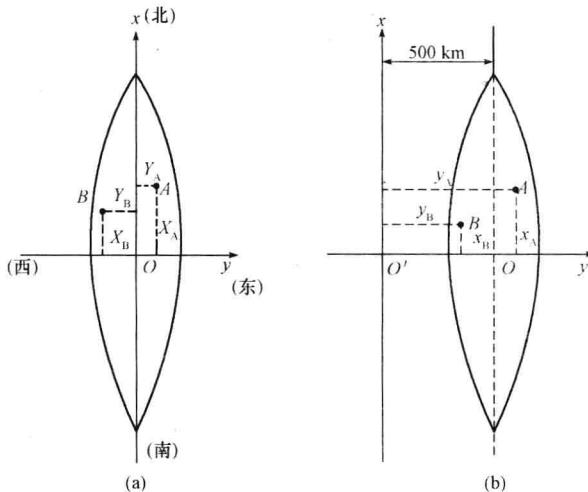


图 1.6 高斯平面直角坐标系

2. 独立平面直角坐标系

当测区范围较小时(测区半径小于 10 km)，可以将大地水准面当做平面看待，并在该面上建立独立平面直角坐标系。地面点在大地水准面上的投影位置就可以用该平面直角坐标系中的坐标值来确定。

一般将独立平面直角坐标系的原点选在测区西南方向之外，以使测区内任意点的坐标均为正值。坐标系原点可以是假定坐标值，也可采用高斯平面直角坐标值。规定 x 轴向北为正， y 轴向东为正。

测量工作采用的独立平面直角坐标系与数学上的平面直角坐标系基本相同。但坐标轴互换，象限顺序相反。测量工作的独立平面直角坐标系的象限，取南北为标准方向顺时针方向量度，这样便于将数学上的三角公式直接应用到测量计算上，如图 1.7 所示。

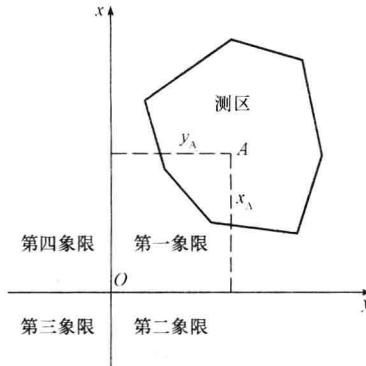


图 1.7 独立平面直角坐标系

二、地面点的高程

地面点的高程是指地面点到基准面的铅垂距离。由于选用的基准面不同而有不同的高程系统。

1. 绝对高程

地面点到大地水准面的铅垂距离称为该点的绝对高程，用 H 表示。如图 1.8 所示， H_A 、 H_B 分别表示地面点 A、B 的高程。

目前，我国以 1952 年至 1979 年青岛验潮站资料确定的平均海平面作为绝对高程基准面，称为“1985 年国家高程基准”。并在青岛建立了国家水准原点，其高程为 72.260 m。

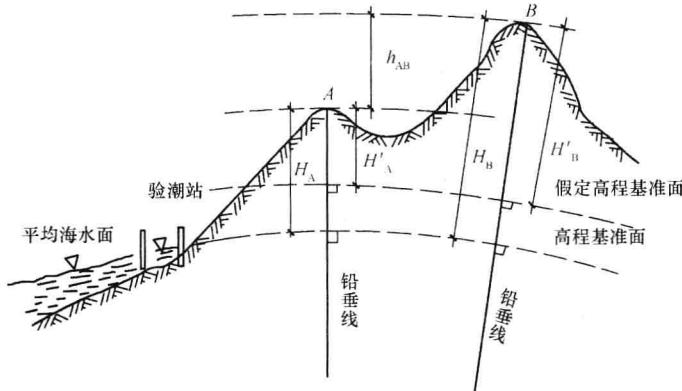


图 1.8 高程系统

2. 相对高程

局部地区采用国家高程基准有困难时，可以采用假定水准面作为高程起算面。相对高程又称“假定高程”，是以假定的某一水准面为基准面，地面点到假定水准面的铅垂距离称为相对高程。如图 1.8 所示， H'_A 、 H'_B 分别表示 A、B 两点的相对高程。

地面两点的高程之差称为高差，用 h 表示。 A 、 B 两点间的高差为：

$$h_{AB} = H_B - H_A \quad (1.4)$$

或

$$h_{AB} = H'_B - H'_A \quad (1.5)$$

当 h_{AB} 为正时, B 点高于 A 点; 当 h_{AB} 为负时, B 点低于 A 点。

B 、 A 两点间的高差为:

$$h_{BA} = H_A - H_B \quad (1.6)$$

或

$$h_{BA} = H'_A - H'_B \quad (1.7)$$

由此可见, 点 A 、 B 的高差与点 B 、 A 的高差绝对值相等, 符号相反, 即 $h_{AB} = -h_{BA}$ 。

三、WGS-84 大地坐标系统和我国国家大地坐标系统

1. WGS-84 坐标系

WGS-84 坐标系是一种国际上采用的地心坐标系。坐标原点为地球质心, 其地心空间直角坐标系的 Z 轴指向国际时间局(BIH)1984.0 定义的协议地极(CTP)方向, X 轴指向 BIH 1984.0 的协议子午面和 CTP 赤道的交点, Y 轴与 Z 轴、 X 轴垂直构成右手坐标系, 称为 1984 年世界大地坐标系。这是一个国际协议地球参考系统(ITRS), 是目前国际上统一采用的大地坐标系。建立 WGS-84 世界大地坐标系的一个重要目的, 是在世界上建立一个统一的地心坐标系。GPS 广播星历是以 WGS-84 坐标系为根据的。

WGS-84 椭球及其有关常数: WGS-84 采用的椭球是国际大地测量与地球物理联合会第 17 届大会大地测量常数推荐值, 其四个基本参数为:

长半径: $a = 6\ 378\ 137 \pm 2\text{ m}$;

地球引力常数: $GM = 3\ 986\ 005 \times 10^8 \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2} \pm 0.6 \times 10^8 \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$;

正常化二阶带谐系数: $C20 = -484.166\ 85 \times 10^{-6} \pm 1.3 \times 10^{-9}$;

$C20 = -J2\sqrt{5}$;

$J2 = 108\ 263 \times 10^{-8}$;

地球自转角速度: $\omega = 7\ 292\ 115 \times 10^{-11} \text{rad} \cdot \text{s}^{-1} \pm 0.150 \times 10^{-11} \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 。

2. 国家大地坐标系

我国于 20 世纪 50 年代和 80 年代分别建立了 1954 年北京坐标系和 1980 西安坐标系, 限于当时的技术条件, 中国大地坐标系基本上是依赖于传统技术手段实现的。1954 坐标系采用的是克拉索夫斯基椭球体。该椭球在计算和定位的过程中, 没有采用中国的数据, 该系统在中国不能满足高精度定位以及地球科学、空间科学和战略武器发展的需要。20 世纪 70 年代, 中国大地测量工作者经过二十多年的艰苦努力, 终于完成了全国一、二等天文大地网的布测。经过整体平差, 采用 1975 年 IUGG 第十六届大会推荐的参考椭球参数, 中国建立了 1980 西安坐标系, 1980 西安坐标系在中国经济建设、国防建设和科学的研究中发挥了巨大作用。

随着社会的进步, 国民经济建设、国防建设和社会发展、科学研究等对国家大地坐标系提出了新的要求, 迫切需要采用原点位于地球质量中心的坐标系统(以下简称地心坐标系)作为国家大地坐标系。采用地心坐标系, 有利于采用现代空间技术对坐标系进行维护和快速更新, 测定高精度大地控制点三维坐标, 并提高测图工作效率。

2008年3月，由国土资源部正式上报国务院《关于中国采用2000国家大地坐标系的请示》，并于2008年4月获得国务院批准。自2008年7月1日起，中国将全面启用2000国家大地坐标系，国家测绘局受权组织实施。

2000国家大地坐标系是全球地心坐标系在我国的具体体现，其原点为包括海洋和大气的整个地球的质量中心。2000国家大地坐标系采用的地球椭球参数如下：

长半轴： $a=6\ 378\ 137\text{ m}$ ；

扁率： $f=1/298.257\ 222\ 101$ ；

地心引力常数： $GM=3.986\ 004\ 418\times 10^{14}\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$ ；

自转角速度： $\omega=7.292\ 115\times 10^{-5}\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 。

四、用水平面代替水准面的范围

当测区范围小，用水平面取代水准面所产生的误差不超过测量容许误差范围时，可以用水平面取代水准面。但是在多大面积范围内才容许这种取代，有必要加以讨论。假定大地水准面为圆球面，下面将讨论用水平面取代大地水准面对水平距离、水平角度和高程测量的影响。

1. 对水平距离的影响

如图1.9所示，设地面上A、B、C三点在大地水准面上的投影分别是a、b、c三点，过点a作大地水准面的切平面，地面点A、B、C在水平面上的投影分别为a'、b'、c'。设ab的弧长为D，ab'的长度为D'，球面半径为R，D所对应的圆心角为 θ ，则用水平长度D'取代弧长D所产生的误差为：

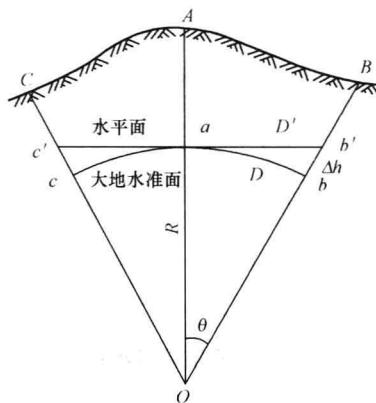


图1.9 水平面代替水准面对距离的影响

$$\Delta D = D' - D = R \tan \theta - R \theta = R(\tan \theta - \theta) \quad (1.8)$$

在小范围测区 θ 角很小。 $\tan \theta$ 可用级数展开，得：

$$\tan \theta = \theta + \frac{1}{3} \theta^3 + \frac{5}{12} \theta^5 + \dots$$

因弧长D比半径R小得多， θ 角又很小，只取级数前两项代入式(1.8)中，得：

$$\Delta D = R(\theta + \frac{1}{3} \theta^3 - \theta) = \frac{R}{3} \theta^3$$