

全国普通高等院校
信息管理与信息系统专业规划教材

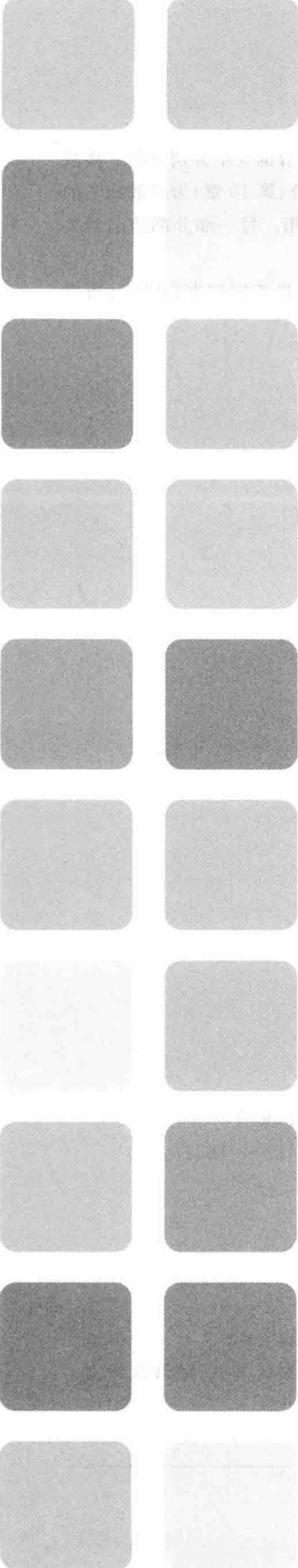
离散数学及其应用

郝素敏 主 编

王树西 副主编

清华大学出版社



A decorative vertical column on the left side of the cover, consisting of a grid of squares. The squares are arranged in two columns of ten rows each. The squares have varying shades of gray, from light to dark, creating a textured, pixelated effect.

全国普通高等院校
信息管理与信息系统专业规划教材

离散数学及其应用

郝素敏 主 编
王树西 副主编

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书定位为应用型离散数学教材。全书由6个部分共11章组成,第1~4部分的9章分别介绍了离散数学的核心知识单元:集合、关系、映射、命题逻辑、谓词逻辑、图论和树,第5部分(第10章)为离散数学的可选知识单元:组合计数,第6部分(第11章)介绍了离散数学在各领域中的应用。每一部分都给出相关历史背景的介绍。

本书可作为管理学、经济学和金融学等学科离散数学课程的教材,并且可以供不同层次的学生(研究生、本科生、专科生)使用,也可以作为离散数学爱好者的自学参考书。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

离散数学及其应用/郝素敏主编. —北京:清华大学出版社,2014

全国普通高等院校信息管理与信息系统专业规划教材

ISBN 978-7-302-31761-6

I. ①离… II. ①郝… III. ①离散数学—高等学校—教材 IV. ①O158

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第057829号

责任编辑:焦虹 战晓雷

封面设计:何凤霞

责任校对:李建庄

责任印制:宋林

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦A座

邮 编:100084

社总机:010-62770175

邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质量反馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

课件下载: <http://www.tup.com.cn>, 010-62795954

印装者:北京鑫海鑫澳胶印有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×260mm 印 张:16.75

字 数:415千字

版 次:2014年3月第1版

印 次:2014年3月第1次印刷

印 数:1~2000

定 价:29.00元

产品编号:040259-01

目前国内编写的离散数学教材在结构和内容上与国外教材都有一定程度的类似性。无论是国外的还是国内的离散数学教材,基本上都是面向计算机专业,作为计算机专业的一门重要基础课教材。

在经济管理领域中,离散数学同样扮演着重要的角色。目前的离散数学教材和经济管理结合的比较少,这就给经管类院校的学生学习“离散数学”课程增加了很大的难度,也给经管类院校的任课老师选教材带来了很多不便。

因此,我们希望编写一本面向经管类院校的离散数学教材,以供学生和老师学习与使用。通过本课程的学习,学生可以把离散数学知识和经济、管理等知识有机的融合,从而达到融会贯通的目的,有利于学生将来的工作和学习。

对外经济贸易大学开设“离散数学”已经多年,不仅电子商务和信息管理专业开设这门课程,而且经济学、金融学和国际贸易等专业也开设这门课程。通过多年的教学实践,在该课程的教材研究与教学改革方面,我们积累了较为丰富的经验,教学效果良好,得到专家及学生的普遍认可。在此基础上,我们编写了这本教材。本教材适用于经济管理类院校的研究生、本科生和专科生。

根据我们的教学实践,本教材的教学课时需要 54~72 学时,如果课时为 54 学时,那么可删去第 5 部分“组合计数”基础,并将第 6 部分“离散数学在各领域中的应用”作为课外阅读材料。

本教材的特色如下:

- (1) 与经济、管理和金融等学科相结合。
- (2) 理论联系实际,有丰富的案例和习题。
- (3) 着重于概念的具体应用,弱化定理的证明。
- (4) 删除了离散数学中一些理论性过强、过难的内容。

(5) 每部分内容都介绍了相关历史背景,使读者了解相关知识的来龙去脉,从而提高离散数学文化素养。

- (6) 教材由简到繁,逐渐深入,通俗易懂。

本书是在“离散数学基础课程建设”项目的基础上,经多年的实践,不断改进、完善而产生的。该项目由李大丰教授和郝素敏共同完成。在此特别感谢李大丰教授对本书前期工作所做出的贡献。

本书的第 1 章、第 2 章、第 3 章、第 6 章、第 7 章和第 10 章由郝素敏编写,第 4 章、第

5 章、第 8 章、第 9 章由王树西编写,第 11 章由郝素敏、王树西合编。郝素敏负责全书的审定。

在编写本书的过程中,我们参阅了大量的离散数学书籍和资料,在此向有关作者表示衷心的感谢。由于水平有限,对于书中存在的不足之处,恳请读者指正。

编著者

2014 年 1 月

第 1 部分 集 合 论

相关历史背景 /3

第 1 章 集合 /5

1.1 集合的基本概念 /5

1.1.1 集合与元素 /5

1.1.2 集合的表示 /5

1.1.3 集合间的关系 /6

1.2 集合的运算 /7

1.2.1 并运算 /7

1.2.2 交运算 /9

1.2.3 补运算 /9

1.2.4 差运算 /10

1.2.5 对称差运算 /10

1.2.6 有限集合基数的运算 /11

1.3 集合恒等式的证明 /13

1.3.1 从定义出发证明集合恒等 /13

1.3.2 利用集合运算律证明恒等式 /14

1.4 笛卡儿积 /15

1.4.1 笛卡儿积的概念 /15

1.4.2 笛卡儿积的运算性质 /15

1.4.3 n 阶笛卡儿积 /17

习题一 /17

第 2 章 关系 /20

2.1 关系的基本概念 /20

2.1.1 二元关系 /20

2.1.2 关系的表示法 /21

2.2 关系的运算 /23

2.2.1 逆关系 /24

2.2.2 关系的合成 /26

2.2.3	关系的幂	/28
2.3	关系的性质	/29
2.3.1	关系的基本性质	/29
2.3.2	关系性质的定理	/32
2.4	关系的闭包	/33
2.5	等价关系	/35
2.5.1	等价关系与等价类	/35
2.5.2	商集与划分	/37
2.6	偏序关系与层次结构	/38
	习题二	/41
 第3章 映射 /45		
3.1	映射的基本概念	/45
3.1.1	映射的定义	/45
3.1.2	单射、满射和双射	/47
3.1.3	有关映射的定理	/47
3.2	逆映射与复合映射	/49
3.2.1	逆映射	/49
3.2.2	映射的合成	/50
3.2.3	有关映射合成的定理	/51
3.3	变换与置换	/52
3.3.1	变换	/52
3.3.2	置换	/54
	习题三	/54

第2部分 数理逻辑

相关历史背景 /59

第4章 命题逻辑 /64

4.1	基本概念和基本运算	/64
	例题分析 4.1	/67

4.2	命题公式和真值表	/69
	例题分析 4.2	/71
4.3	等值演算	/73
	例题分析 4.3	/76
4.4	推理理论	/77
	例题分析 4.4	/83
4.5	范式	/88
	习题四	/90
第5章 谓词逻辑 /93		
5.1	基本概念	/93
	例题分析 5.1	/96
5.2	谓词公式及解释	/98
	例题分析 5.2	/103
5.3	谓词公式的等值式	/105
	例题分析 5.3	/109
5.4	谓词逻辑的推理理论	/110
	例题分析 5.4	/112
	习题五	/115

第3部分 代数系统

相关历史背景	/119
--------	------

第6章 代数系统的基本概念 /121	
6.1	代数运算和代数系统的定义 /121
6.2	代数系统的性质 /122
6.2.1	常见的运算性质 /122
6.2.2	常见的特殊元素 /123
6.2.3	可逆元素与幂等元素 /124
6.3	同态与同构 /125
6.3.1	同态映射与同构映射 /125

6.3.2 同态象 /126

6.3.3 同构象 /129

6.3.4 同构的应用 /129

习题六 /132

第7章 几个典型的代数系统 /135

7.1 群 /135

7.1.1 群的定义 /135

7.1.2 群的基本性质 /136

7.2 环与域 /137

7.3 格与布尔代数 /139

7.3.1 布尔代数的基本性质 /140

7.3.2 几个布尔代数系统 /142

7.4 关系代数 /143

习题七 /144

第4部分 图 论

相关历史背景 /149

第8章 图的基本概念 /151

8.1 基本概念 /151

例题分析 8.1 /155

8.2 图的连通性 /158

例题分析 8.2 /160

8.3 图的矩阵表示 /161

例题分析 8.3 /164

8.4 一些特殊的图 /166

8.4.1 欧拉图 /166

8.4.2 汉密尔顿图 /168

8.4.3 二部图 /169

8.4.4 平面图 /170

例题分析 8.4 /171

8.5 最短路径 /172

8.5.1 有向图的最短路径问题 /172

8.5.2 Dijkstra 的标号法 /172

8.5.3 Dijkstra 标号法需要改进之处 /174

8.5.4 改进的 Dijkstra 标号法 /174

例题分析 8.5 /177

8.6 关键路径 /179

8.6.1 PERT 图 /179

8.6.2 最早完成时间 /180

8.6.3 最晚完成时间 /180

8.6.4 缓冲时间 /180

习题八 /181

第 9 章 树 /184

9.1 树的基本概念 /184

9.2 有向树 /187

习题九 /193

第 5 部分 组合计数基础

第 10 章 组合计数基础 /197

10.1 基本计数规则 /197

10.1.1 加法法则 /197

10.1.2 乘法法则 /197

10.2 排列与组合 /198

10.3 二项式定理与组合恒等式 /200

10.4 多项式定理 /202

习题十 /203

第 6 部分 离散数学在各领域中的应用

第 11 章 离散数学在各领域中的应用 /207

11.1 集合的应用 /207

11.1.1 集合在关系数据库中的应用 /207

11.1.2 集合特征代码与代码的运算 /208

11.1.3 有限集合的基数 /209

11.1.4 序关系在项目管理中的应用 /210

11.2 命题逻辑的应用 /210

11.2.1 推理问题 /210

11.2.2 红楼梦中的命题逻辑 /212

11.2.3 分工 /212

11.2.4 逻辑学家的推理 /213

11.2.5 程序下载 /214

11.2.6 自动调动电路 /215

11.2.7 发问 /215

11.2.8 人员录取方案 /216

11.2.9 排课方案 /216

11.2.10 人员选派 /218

11.2.11 在科技管理中的应用 /219

11.2.12 在排队论中的应用 /221

11.2.13 密码锁问题 /221

11.2.14 假言推理的应用 /222

11.2.15 电路设计 /223

11.3 代数系统的应用 /224

11.3.1 开关电路的技术问题 /225

11.3.2 开关电路函数 /225

11.3.3 逻辑门 /225

11.4 图论的应用 /226

11.4.1 购物场所的选址 /226

11.4.2 最优匹配问题 /227

11.4.3 旅游路线的选择 /227

11.4.4	公交网络路径的确定	/230
11.4.5	消防选址	/231
11.4.6	中国邮递员问题	/233
11.4.7	人员分配	/233
11.4.8	着色问题	/235
11.4.9	PERT 图简介	/235
11.4.10	最小成本生成树	/236
11.4.11	列车运行模型	/237
11.4.12	排座位	/237
11.4.13	关键路径问题	/238
11.4.14	电网建设	/241
11.4.15	城市交通	/242
11.4.16	铁路危险货物配放	/243
11.4.17	树状河流空间关系	/246
11.4.18	风险管理中的决策树	/247
模拟试题一		/249
模拟试题二		/251
参考文献		/253

第 1 部分

集 合 论

集合是一个重要的概念,是数学各分支、自然科学及社会科学各领域普遍采用的描述工具,并成为数学中最基本的概念。

集合论是离散数学的重要组成部分,是现代数学中占有独特地位的一个分支,它贯穿离散数学的各个知识单元。

集合论分为两种体系,**朴素集合论体系**和**公理集合论体系**。

朴素集合论体系,即康托(G. Cantor)集合论体系。在这个体系中,康托从抽象原则出发,概括出:满足某种性质的个体放在一起组成集合。在这样的概括中隐含着矛盾,这就是著名的罗素悖论。为了消除罗素悖论,后来才产生了公理集合论体系。

公理集合论属于数理逻辑范畴,本书所介绍的集合论内容属于朴素集合论范畴。

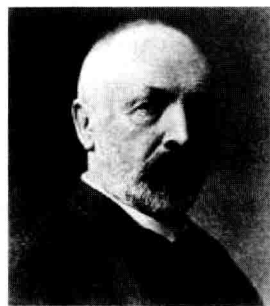
相关历史背景

一、集合论的创立者——康托

康托(Georg Cantor, 1845—1918), 是 19 世纪末 20 世纪初德国伟大的数学家, 集合论的创立者。他是数学史上最富有想象力、最伟大的数学家之一。

康托 1845 年 3 月 3 日生于俄国彼得堡一个犹太商人的家庭。1856 年全家迁居德国法兰克福。康托先后就学于苏黎世大学、哥廷根大学、法兰克福大学和柏林大学, 主要学习哲学、数学和物理。

他在 23 岁时于柏林大学获博士学位。以后几乎一直在哈勒大学从事数学教学与研究, 历任讲师、副教授、教授。



二、集合论产生的原因

17 世纪牛顿(Isaac Newton, 1642—1727) 和莱布尼茨(Gottfried Wilhelm Leibniz, 1646—1716) 创立微积分理论体系。但微积分理论一直缺乏一个严格的逻辑基础。

18 世纪, 由于无穷概念没有精确的定义, 使微积分理论不仅遇到严重的逻辑困难, 而且使无穷概念在数学中信誉扫地, 使柯西(Augustin Louis Cauchy, 1789—1857) 等人进行微积分理论严格化的工作失败。寻求微积分彻底严密的算术化倾向成了集合论产生的一个重要原因。

三、集合论的诞生

19 世纪初, 许多迫切问题得到解决后, 出现了一场重建数学基础的运动。正是在这场运动中, 康托开始探讨了前人从未碰过的实数点集。

1874 年, 康托在著名的《克雷尔数学杂志》上发表了关于无穷集合理论的第一篇革命性文章。数学史上一般认为这篇文章的发表标志着集合论的诞生。

“所有整数和所有偶数之间是一一对应的。”

“所有有理数和所有整数之间是一一对应的。”

“平面上所有的点和线段上所有的点是一一对应的。”

.....

总之, 在无穷的世界里, 整体的所有元素和部分的所有元素之间可以是一一对应的。线段 0 到 1 之间的所有的点, 是可以和一个 p 维空间里所有的点一一对应的, 如果这条线段和这个 p 维空间之间不要求连续的话。

四、关于集合论的争议

康托的发现违背人们的常识: “一立方米的黄金块, 无论如何都不会压缩成一米长的黄金线。”他写信给数学家戴德金(Julius Wilhelm Richard Dedekind, 1831—1916), 惊恐万状地写道: “我见到了, 但我不相信。”但集合论的成果毕竟是有严格逻辑根据的, 它确实确实, 毋庸置疑。

集合论在解决实数理论逻辑基础问题中发挥了别的理论无法取代的重要作用。从根本上背离了数学中关于无穷的使用和解释的传统,所以马上招致当时一些赫赫有名的数学家的激烈攻击。数学家施瓦兹(Schwarz, 1843—1921)原来是康托的好友,但他由于反对集合论而同康托断交;康托的老师,数学家克罗内克(Leopold Kronecker, 1823—1891)曾长期敌视康托的集合论思想(时间达整整 10 年之久);法国数学大家庞加莱(J. H. Poincare, 1854—1912)则预测后一代人将把集合论当做一种疾病。

在猛烈的攻击下与过度的用脑思考中,康托本人一度成为这一激烈论争的牺牲品,他得了精神分裂症,几次陷于精神崩溃。40 岁的时候,他患了严重的忧郁症,经常住进精神病院。他变得很自卑,甚至怀疑自己的工作是否可靠,但他始终顽强地保卫自己的胜利果实。他在集合论方面许多非常出色的成果都是在精神病发作的间歇时期获得的。由于健康状况逐渐恶化,1918 年,康托在哈勒大学附属精神病院去世。

五、集合论的重要性

然而乌云遮不住太阳,经历二十余年后,集合论最终获得了世界公认。当第三次国际数学大会于 1904 年召开时,“现代数学不能没有集合论”已成为大家的共识。如果把现代数学比作一座无比辉煌的大厦,那么可以说集合论正是构成这座大厦的基石,由此可见集合论在数学中的重要性。其创始人康托也以其集合论的成就被誉为对 20 世纪数学发展影响最深的学者之一。

第1章 集合

本章介绍的有关集合的基本概念、理论和方法是贯穿整个离散数学知识体系的重要分析工具。学习者需要特别注意其中各种符号的含义、数学证明的思路和步骤,并熟悉运算基本定律,同时锻炼自己利用集合概念与方法分析实际问题的能力。

集合在其他领域中有广泛的应用,详见第11章11.1节。

通过本章的学习,应达到下列要求:

- (1) 正确表示一个集合;
- (2) 利用文氏图表示集合及其关系;
- (3) 判断元素与集合以及集合与集合的关系;
- (4) 根据集合运算定义给出集合运算的结果;
- (5) 计算幂集、笛卡儿集以及有限集合的基数;
- (6) 根据集合运算及集合相等的定义证明集合恒等式;
- (7) 利用集合运算律证明集合恒等式。

1.1 集合的基本概念

1.1.1 集合与元素

定义 1.1 集合是指具有某种特定属性的事物的全体,组成这个集合的事物称为该集合的**元素**。

集合的元素可以是具体事物,可以是抽象概念,也可以是集体。例如,一本书、一支笔和集合 $\{1,2,3\}$ 这3个元素可以组成集合 $\{\text{一本书,一支笔},\{1,2,3\}\}$ 。

通常用大写拉丁字母 $A, B, C, \dots$ 表示集合,用小写拉丁字母 $a, b, c, \dots$ 表示集合的元素。如果 a 是集合 A 的元素,就说 a 属于 A ,记作 $a \in A$;如果 a 不是集合 A 的元素,就说 a 不属于 A ,记作 $a \notin A$ 。例如, $2 \in$ 自然数集合,王同 $\notin$ 二年级一班。

一个集合,若它只含有限个元素,则称为**有限集合**;否则,称为**无限集合**。

例如, $A = \{2, 4, 6\}$ 是有限集合,有理数集合 $\mathbf{Q}$ 是无限集合。

可以按某种顺序列举所有元素的集合称为**可数集合**,如正整数集合 $\mathbf{Z}$ 。

不可能按某种顺序列举所有元素的集合称为**不可数集合**,如实数集合 $\mathbf{R}$ 。

不含有任何元素的集合称为**空集**,用 $\varnothing$ 表示。

注意: $\{\varnothing\}$ 与 $\varnothing$ 不同, $\{\varnothing\}$ 表示以 $\varnothing$ 为元素的集合,且只有一个元素 $\varnothing$ 。

例如,一元二次方程 $X^2 - 3X + 3 = 0$ 的所有实数解组成的集合为空集。

1.1.2 集合的表示

列举法: 把集合的全体元素一一列举出来,元素之间用逗号分开,再用花括号 $\{\}$ 括