

2003年国家精品课程《自动控制原理》主干教材  
2008年自动控制系列课程国家优秀教学团队精品教材  
2009年《控制系统工程》国家双语教学示范课程双语教材



普通高等院校“十二五”规划教材

# 自动控制原理

## 习题详解与考研辅导

主编 陈复扬



国防工业出版社  
National Defense Industry Press



014012639

TP13-44  
48

普通高等院校“十二五”规划教材  
2003 年国家精品课程《自动控制原理》主干教材  
2008 年自动控制系列课程国家优秀教学团队精品教材  
2009 年《控制系统工程》国家双语教学示范课程双语教材

# 自动控制原理 习题详解与考研辅导

主 编 陈复扬



国防工业出版社

·北京·



北航 C1699573

TP13-44  
48

## 内 容 简 介

本书为《自动控制原理》(第2版)一书的学习辅导用书。书中包括知识点辅导、典型习题及详细解答、考研试题及详细解答、课后练习题及详细解答、2004—2013年南京航空航天大学《自动控制原理》硕士研究生入学考试试题及2007—2013年的考研试题参考答案。本书的习题涵盖了《自动控制原理》的所有知识点,并覆盖南京航空航天大学《自动控制原理》(试题编号820、试题编号920)考研大纲的所有内容。

本书可作为课后学习辅导书、考研参考书;亦可作为自动控制、工业自动化、电气自动化、仪表及测试、机械、动力等专业学习《自动控制原理》课程的辅助教材。

### 图书在版编目(CIP)数据

自动控制原理习题详解与考研辅导/陈复扬主编. —北京:国防工业出版社,2014.1  
ISBN 978-7-118-09128-1

I. ①自... II. ①陈... III. ①自动控制理论—研究生—入学考试—题解 IV. ①TP13-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第250020号

※

国防工业出版社 出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路23号 邮政编码100048)

北京奥鑫印刷厂印刷

新华书店经售

\*

开本 787×1092 1/16 印张 15¼ 字数 400千字

2014年1月第1版第1次印刷 印数 1—4000册 定价 32.00元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)88540777

发行邮购:(010)88540776

发行传真:(010)88540755

发行业务:(010)88540717

# 前 言

本书是与陈复扬主编的《自动控制原理》(第2版)(国防工业出版社,2013)相配套的学习辅导用书。为了配合广大读者学习和掌握自动控制技术,编者对2010年国防工业出版社出版的《自动控制原理》(中文版)进行了全面修订,将自动控制技术的理论部分进行精简修订;将原书中的A习题、B考研题、C课后练习题集中整理修订以本书出版;同时考虑到正在考研的学生苦于搜集考研真题,本书将2004—2013年南京航空航天大学《自动控制原理》硕士研究生入学考试试题及2007—2013年的考研试题参考答案也列入书中,希望能对立志考研的读者有所帮助。

本书体系和符号与《自动控制原理》(第2版)(国防工业出版社,2013)一书相一致。各章结构基本相同,分为知识点辅导、典型习题及详细解答、考研试题及详细解答、课后练习题及详细解答。本书所有习题涵盖《自动控制原理》(第2版)的所有知识点,并覆盖南京航空航天大学《自动控制原理》(试题编号820、试题编号920)考研大纲的所有内容。

本书由陈复扬主编,参加编撰工作的还有姜斌、陆宁云、齐瑞云、丁勇、盛守照、刘剑慰、杨蒲、张绍杰、王新华;在本书编写过程中,得到了蔡玲、路飞飞、王正、张康康、陈志超的支持和帮助;感谢胡寿松教授对编者的多年培养,感谢国防工业出版社责任编辑丁福志先生对本书的大力支持;同时对在本书编写过程中给予帮助的各位人员表示诚挚的谢意。

对于本版中存在的错误和不妥之处,恳请广大读者和网友不吝指正。

编者 E-mail: chenfuyang@nuaa.edu.cn

自动控制原理国家精品课程网址: <http://cae.nuaa.edu.cn/ftp/index.asp>

控制系统工程国家双语教学示范课程网址: <http://gc.nuaa.edu.cn/cse>

陈复扬  
中国南京  
2013年8月

# 目 录

第 1 章 自动控制的一般概念	1
第 2 章 控制系统的数学模型	2
2.1 知识点辅导	2
2.2 典型习题及详细解答	3
2.3 考研试题及详细解答	7
2.4 课后练习题及详细解答	11
第 3 章 线性系统的时域分析法	30
3.1 知识点辅导	30
3.2 典型习题及详细解答	30
3.3 考研试题及详细解答	33
3.4 课后练习题及详细解答	37
第 4 章 线性系统的根轨迹法	53
4.1 知识点辅导	53
4.2 典型习题及详细解答	54
4.3 考研试题及详细解答	60
4.4 课后练习题及详细解答	65
第 5 章 线性系统的频域分析法	81
5.1 知识点辅导	81
5.2 典型习题及详细解答	81
5.3 考研试题及详细解答	85
5.4 课后练习题及详细解答	89
第 6 章 线性离散系统的分析	105
6.1 知识点辅导	105
6.2 典型习题及详细解答	105
6.3 考研试题及详细解答	108
6.4 课后练习题及详细解答	110

第7章 非线性控制系统分析	119
7.1 知识点辅导	119
7.2 典型习题及详细解答	119
7.3 考研试题及详细解答	121
7.4 课后练习题及详细解答	123
第8章 线性系统的状态空间分析与综合	132
8.1 知识点辅导	132
8.2 典型习题及详细解答	132
8.3 考研试题及详细解答	136
8.4 课后练习题及详细解答	140
第9章 最优控制理论基础	162
9.1 知识点辅导	162
9.2 典型习题及详细解答	162
9.3 课后练习题及详细解答	171
2004—2013年《自动控制原理》硕士研究生入学考试初试试题集锦	178
2007—2013年《自动控制原理》硕士研究生入学考试初试试题参考答案	207
参考文献	238

# 第1章 自动控制的一般概念

本章主要介绍自动控制、被控对象、控制器这三个专业术语以及两大类共三种自动控制的基本方式。三种基本控制方式分别是按给定值操纵、按干扰补偿、按偏差调节,前两种控制方式属于开环控制,第三种控制方式属于闭环控制。

反馈控制系统是由各种结构不同的元部件组成的。从完成“自动控制”这一职能来看,一个系统必然包含被控对象和控制装置两大部分,而控制装置是由具有一定职能的各种基本元件组成的。在不同系统中,结构完全不同的元部件却可以具有相同的职能,因此,将组成系统的元部件按职能分为以下几种:测量元件、给定元件、比较元件、放大元件、执行元件、校正元件。

工程中常从稳、快、准三个方面来评价自动控制系统的总体精度。

## 1. 稳定性

稳定性是保证控制系统正常工作的先决条件。一个稳定的控制系统,其被控量偏离期望值的初始偏差应随时间的增长逐渐减小并趋于零。线性自动控制系统的稳定性是由系统结构所决定的,与外界因素无关。

## 2. 快速性

为了很好地完成控制任务,控制系统仅仅满足稳定性要求是不够的,还必须对其过渡过程的形式和快慢提出要求,一般称为动态性能。因此,对控制系统过渡过程的时间(即快速性)和最大振荡幅度(即超调量)一般都有具体要求。

## 3. 准确性

理想情况下,当过渡过程结束后,被控量达到的稳态值(即平衡状态)应与期望值一致。但实际上,由于系统结构,外作用形式以及摩擦、间隙等非线性因素的影响,被控量的稳态值与期望值之间会有误差存在,称为稳态误差。稳态误差是衡量控制系统控制精度的重要标志,在技术指标中一般都有具体要求。

牢牢掌握稳定性、快速性、准确性这三个基本概念,也是学好以后各章内容的基础。

## 第2章 控制系统的数学模型

### 2.1 知识点辅导

研究一个自动控制系统,除了对系统进行定性分析外,还必须进行定量分析,进而探讨改善系统动态和稳态性能的具体方法,如微分方程、传递函数、结构图、信号流图、频率特性及状态空间描述等。本章主要介绍微分方程、传递函数、结构图和信号流图。学习本章时需要注意掌握以下几个主要知识点。

#### 1. 微分方程列写

常用的列写系统或环节的动态微分方程的方法有两种,一种是分析法,即根据各环节所遵循的物理规律(如力学、电磁学、运动学、热学等)来列写;另一种方法是辨识法,即根据实验数据进行整理列写。

#### 2. 拉普拉斯变换

拉普拉斯变换的定义为  $F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$ , 记住如脉冲函数、阶跃函数、指数函数等几个常用函数的拉普拉斯变换;重点掌握拉普拉斯变换性质中的线性定理、微分定理、终值定理、位移定理;注意求拉普拉斯反变换的部分分式展开法中极点不同情况时的处理方法;熟练掌握用拉普拉斯变换法求解微分方程的方法和步骤。

#### 3. 传递函数

传递函数的定义为:在零初始条件下,系统输出的拉普拉斯变换与输入的拉普拉斯变换之比。传递函数只与系统本身的结构参数有关,与系统输入、输出的形式无关;传递函数只适用于描述线性定常单输入、单输出系统,只直接反映系统在零初始状态下的动态特性。

#### 4. 结构图

熟练掌握结构图的组成(信号线、方框、比较点、引出点)和特点;主要掌握环节串联、并联、反馈的等效变换规则;弄清楚开环传递函数与闭环传递函数的概念、关系。

#### 5. 信号流图

掌握信号流图的有关术语(源节点、阱节点、混和节点、前向通路、回路、不接触回路);信号流图与结构图本质上一样,只是形式上不同。

#### 6. 梅森公式

牢牢记住表达式及其中每个符号的含义及求法。

$$P = \frac{1}{\Delta} \sum P_k \Delta_k$$

#### 7. 控制系统的典型传递函数

掌握几种传递函数的求法,可根据给定的系统结构图或信号流图,利用梅森公式求出常用传递函数。各传递函数的特征式是一样的,只要求一次。



## 2.2 典型习题及详细解答

2.2-1 设晶闸管三相桥式全控整流电路的输入量为控制角  $\alpha$ , 输出量为空载整流电压  $e_d$ , 它们之间的关系为

$$e_d = E_{d0} \cos \alpha$$

式中  $E_{d0}$  是整流电压的理想空载值, 试推导其线性化方程式。

2.2-1 解答 本题考查电路非线性微分方程的线性化, 具体做法是对非线性微分方程在其平衡点附近用泰勒级数展开并取前面的线性项, 得到等效的线性化方程。

在  $\alpha = \alpha_0$  处对  $e_d$  进行泰勒展开, 然后再取其一次项近似可得

$$\begin{aligned} e_d &\approx e_d|_{\alpha=\alpha_0} + \dot{e}_d|_{\alpha=\alpha_0} (\alpha - \alpha_0) \\ &= e_d|_{\alpha=\alpha_0} - E_{d0} \sin \alpha_0 (\alpha - \alpha_0) \end{aligned}$$

由上式可得全控整流电路的线性化方程为

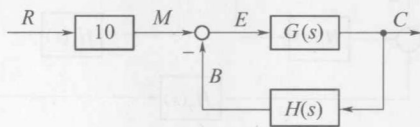
$$\Delta e_d = -E_{d0} \sin \alpha_0 \Delta \alpha$$

2.2-2 如图所示, 已知  $G(s)$  和  $H(s)$  两方框相对应的微分方程分别是

$$6 \frac{dc(t)}{dt} + 10c(t) = 20e(t)$$

$$20 \frac{db(t)}{dt} + 5b(t) = 10c(t)$$

且初始条件均为零, 试求传递函数  $C(s)/R(s)$  及  $E(s)/R(s)$ 。



2.2-2 题图

2.2-2 解答 本题研究系统微分方程与系统传递函数的转换方法。

对题设所给的微分方程两边同时进行拉普拉斯变换, 由于初始条件均为零, 所以有

$$\begin{cases} 6sC(s) + 10C(s) = 20E(s) \\ 20sB(s) + 5B(s) = 10C(s) \end{cases}$$

由上式可得

$$G(s) = \frac{C(s)}{E(s)} = \frac{20}{6s + 10} = \frac{10}{3s + 5}$$

$$H(s) = \frac{B(s)}{C(s)} = \frac{10}{20s + 5} = \frac{2}{4s + 1}$$

由系统的方框图可得

$$\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{10G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

将  $G(s)$  和  $H(s)$  代入得

$$\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{10 \cdot \frac{10}{3s+5}}{1 + \frac{10}{3s+5} \cdot \frac{2}{4s+1}} = \frac{100(4s+1)}{12s^2 + 23s + 25}$$

又

$$E(s) = M(s) - B(s) = 10R(s) - H(s)C(s) = [10 - H(s)\Phi(s)]R(s)$$

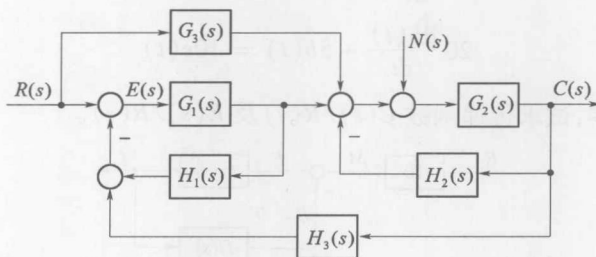
则

$$\begin{aligned} \Phi_e(s) = \frac{E(s)}{R(s)} &= 10 - H(s)\Phi(s) = 10 - \frac{2}{4s+1} \cdot \frac{100(4s+1)}{12s^2 + 23s + 25} \\ &= \frac{10(12s^2 + 23s + 5)}{12s^2 + 23s + 25} \end{aligned}$$

所以传递函数  $C(s)/R(s)$  和  $E(s)/R(s)$  分别为

$$\begin{aligned} \Phi(s) &= \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{100(4s+1)}{12s^2 + 23s + 25} \\ \Phi_e(s) &= \frac{E(s)}{R(s)} = \frac{10(12s^2 + 23s + 5)}{12s^2 + 23s + 25} \end{aligned}$$

**2.2-3** 系统结构图如图所示,求传递函数  $C(s)/R(s)$ ,  $E(s)/R(s)$ ,  $C(s)/N(s)$  和输出  $C(s)$ 。



2.2-3 题图

**2.2-3 解答** 本题考查梅森增益公式、结构图与信号流图的对应关系、线性系统叠加原理的应用。

由图可知,该系统由三个回路组成,回路增益分别为:

$$L_1 = -G_1(s)H_1(s), L_2 = -G_2(s)H_2(s), L_3 = -G_1(s)G_2(s)H_3(s)$$

其中  $L_1$  和  $L_2$  两回路互不接触,故特征式为

$$\Delta = 1 + G_1(s)H_1(s) + G_2(s)H_2(s) + G_1(s)G_2(s)H_3(s) + G_1(s)H_1(s)G_2(s)H_2(s)$$

(1) 求  $C(s)/R(s)$

前向通路及余子式  $P_1 = G_1(s)G_2(s)$ ,  $\Delta_1 = 1$ ;  $P_2 = G_3(s)G_2(s)$ ,  $\Delta_2 = 1 + G_1(s)H_1(s)$ , 故

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s) + G_3(s)G_2(s)[1 + G_1(s)H_1(s)]}{1 + G_1(s)H_1(s) + G_2(s)H_2(s) + G_1(s)G_2(s)H_3(s) + G_1(s)H_1(s)G_2(s)H_2(s)}$$

(2) 求  $E(s)/R(s)$

前向通路及余子式  $P_1 = 1$ ,  $\Delta_1 = 1 + G_2(s)H_2(s)$ ;  $P_2 = -G_3(s)G_2(s)H_3(s)$ ,  $\Delta_2 = 1$ , 故

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1 + G_2(s)H_2(s) - G_3(s)G_2(s)H_3(s)}{1 + G_1(s)H_1(s) + G_2(s)H_2(s) + G_1(s)G_2(s)H_3(s) + G_1(s)H_1(s)G_2(s)H_2(s)}$$

(3) 求  $C(s)/N(s)$

前向通路及余子式  $P_1 = G_2(s)$ ,  $\Delta_1 = 1 + G_1(s)H_1(s)$ , 故

$$\frac{C(s)}{N(s)} = \frac{G_2(s) + G_2(s)G_1(s)H_1(s)}{1 + G_1(s)H_1(s) + G_2(s)H_2(s) + G_1(s)G_2(s)H_3(s) + G_1(s)H_1(s)G_2(s)H_2(s)}$$

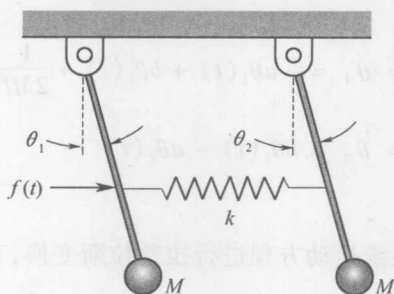
(4) 计算输出  $C(s)$

由(1)和(3)的计算结果,及线性系统的叠加原理,可得:

$$C(s) = \frac{[G_1(s)G_2(s) + G_3(s)G_2(s) + G_3(s)G_2(s)G_1(s)H_1(s)]R(s) + [G_2(s) + G_2(s)G_1(s)H_1(s)]N(s)}{1 + G_1(s)H_1(s) + G_2(s)H_2(s) + G_1(s)G_2(s)H_3(s) + G_1(s)H_1(s)G_2(s)H_2(s)}$$

**2.2-4** 下图为双摆系统,双摆悬挂在无摩擦的旋轴上,并且用弹簧把它们的中点连在一起。假定:摆的质量为  $M$ ;摆杆长度为  $l$ ;摆杆质量不计;弹簧置于摆杆的  $l/2$  处,其弹性系数为  $k$ ;摆的角位移很小,  $\sin\theta, \cos\theta$  均可进行线性近似处理;当  $\theta_1 = \theta_2$  时,位于杆中间的弹簧无变形,且外力输入  $f(t)$  只作用于左侧的杆。若令  $a = g/l + k/4M, b = k/4M$ , 要求:

- (1) 列写双摆系统的运动方程;
- (2) 确定传递函数  $\Theta_1(s)/F(s)$ ;
- (3) 画出双摆系统的结构图和信号流图。



2.2-3 题图

**2.2-4 解答** 本题为系统数学模型建立的微分方程法、传递函数法、结构图法和信号流图法的综合运用,其结果可以相互转化与验证。

(1) 运动方程

弹簧所受到的压力为

$$F = k \frac{l}{2} (\sin\theta_1 - \sin\theta_2)$$

左边摆杆的受力方程为

$$f(t) \frac{l}{2} \cos\theta_1 - F \frac{l}{2} \cos\theta_1 - Mgl \sin\theta_1 = Ml^2 \frac{d^2\theta_1}{dt^2}$$

即

$$\frac{d^2\theta_1}{dt^2} = \frac{f(t) \cos\theta_1}{2Ml} - \frac{F \cos\theta_1}{2Ml} - \frac{g \sin\theta_1}{l}$$

右边摆杆的受力方程为

$$F \frac{l}{2} \cos \theta_2 - Mgl \sin \theta_2 = Ml^2 \frac{d^2 \theta_2}{dt^2}$$

即

$$\frac{d^2 \theta_2}{dt^2} = \frac{F \cos \theta_2}{2Ml} - \frac{g \sin \theta_2}{l}$$

因  $\theta_1$  与  $\theta_2$  很小, 故近似有

$$\sin \theta_1 = \theta_1, \quad \cos \theta_1 = 1$$

$$\sin \theta_2 = \theta_2, \quad \cos \theta_2 = 1$$

将  $F = k \frac{l}{2} (\sin \theta_1 - \sin \theta_2)$  代入左右摆杆的受力方程, 并对受力方程作线性化处理, 得到如下两个方程

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{1}{2Ml} f(t) - \left( \frac{g}{l} + \frac{k}{4M} \right) \theta_1 + \frac{k}{4M} \theta_2$$

$$\ddot{\theta}_2 = \frac{k}{4M} \theta_1 - \left( \frac{g}{l} + \frac{k}{4M} \right) \theta_2$$

将  $a = g/l + k/4M, b = k/4M$  代入以上两个方程, 并令  $\omega_1 = \dot{\theta}_1, \omega_2 = \dot{\theta}_2$ , 得到双摆系统的运动方程如下

$$\frac{d\omega_1}{dt} = \ddot{\theta}_1 = -a\theta_1(t) + b\theta_2(t) + \frac{1}{2Ml} f(t)$$

$$\frac{d\omega_2}{dt} = \ddot{\theta}_2 = b\theta_1(t) - a\theta_2(t)$$

## (2) 传递函数

设全部初始条件为零, 对系统运动方程进行拉普拉斯变换, 有

$$s^2 \Theta_1(s) = -a\Theta_1(s) + b\Theta_2(s) + \frac{1}{2Ml} F(s)$$

$$s^2 \Theta_2(s) = b\Theta_1(s) - a\Theta_2(s)$$

显然

$$\Theta_2(s) = \frac{b}{s^2 + a} \Theta_1(s)$$

故

$$\left( s^2 + a - \frac{b}{s^2 + a} \right) \Theta_1(s) = \frac{1}{2Ml} F(s)$$

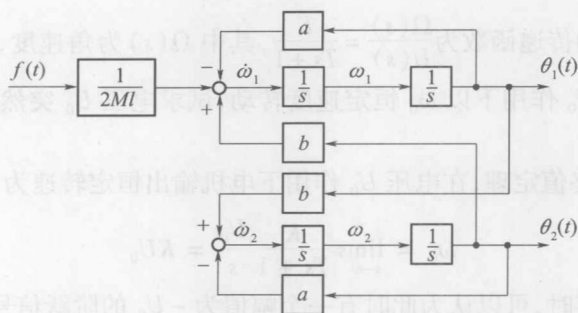
求出

$$\frac{\Theta_1(s)}{F(s)} = \frac{1}{2Ml} \cdot \frac{s^2 + a}{(s^2 + a)^2 - b^2}$$

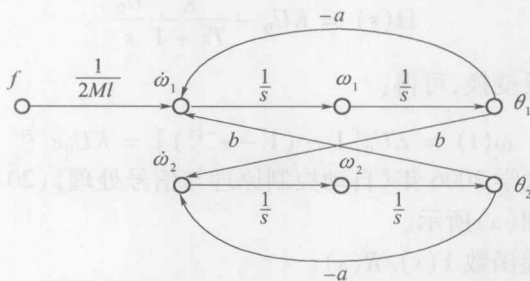
## (3) 结构图与信号流图

依据信号的传递关系, 画出系统结构图和信号流图如图(a)及图(b)所示。

## (4) 信号流图与传递函数



2.2-4 题 图(a) 双摆系统结构图

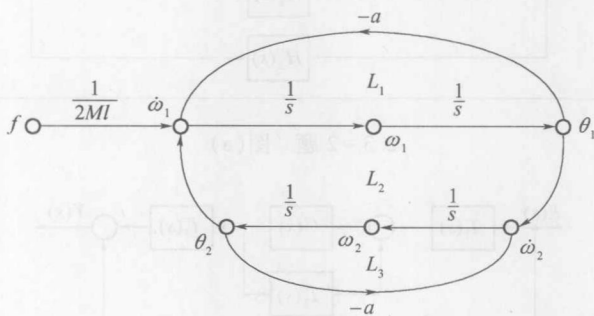


2.2-4 题 图(b) 双摆系统信号流图

为了便于观察,将信号流图改画为图(c)所示。由图知,有

$$L_1 = -\frac{a}{s^2}, L_2 = \frac{b^2}{s^4}, L_3 = -\frac{a}{s^2}$$

$$\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3) + L_1L_3, p_1 = \frac{1}{2Mls^2}, \Delta_1 = 1 - L_3$$



2.2-4 题 图(c) 双摆系统信号流图

应用梅森增益公式,立即求得

$$\frac{\Theta_1(s)}{F(s)} = \frac{p_1 \Delta_1}{\Delta} = \frac{p_1 (1 - L_3)}{1 - (L_1 + L_2 + L_3) + L_1L_3} = \frac{1}{2Ml} \cdot \frac{s^2 + a}{(s^2 + a)^2 - b^2}$$

## 2.3 考研试题及详细解答

### 2.3-1 南京航空航天大学 2006 年《自动控制原理》(10 分)

设某伺服电动机的传递函数为  $\frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{K}{Ts + 1}$ , 其中  $\Omega(s)$  为角速度,  $U(s)$  为输入电压。假设电动机在控制电压  $U_0$  作用下以  $\omega_0$  恒定速度转动, 试求电压  $U_0$  突然降到零时, 电动机的输出响应  $\omega(t)$ 。

**2.3-1 解答** 由终值定理, 在电压  $U_0$  作用下电机输出恒定转速为

$$\omega_0 = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K}{Ts + 1} \frac{U_0}{s} = KU_0$$

当电压突然降为零时, 可以认为此时有一个幅值为  $-U_0$  的阶跃信号与  $U_0$  叠加的结果, 所以电动机的输出为:

$$\Omega(s) = KU_0 - \frac{K}{Ts + 1} \frac{U_0}{s}$$

对上式取拉普拉斯反变换, 可得:

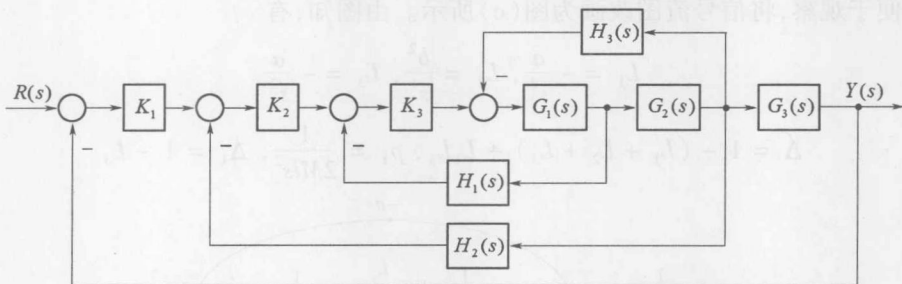
$$\omega(t) = KU_0 [1 - (1 - e^{-\frac{t}{T}})] = KU_0 e^{-\frac{t}{T}}$$

**2.3-2 西安交通大学 2006 年《自动控制原理与信号处理》(20 分)**

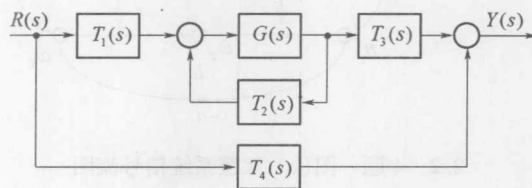
某系统的方块图如图(a)所示。

(1) 确定系统的传递函数  $Y(s)/R(s)$ 。

(2) 如果图(b)所示的方块图来描述图(a)的系统, 试确定当  $G(s) = K_2$  时, 图(b)中的传递函数  $T_1(s), T_2(s), T_3(s)$  和  $T_4(s)$ 。



2.3-2 题 图(a)



2.3-2 题 图(b)

**2.3-2 解答**

(1) 由图(a)知, 该系统由四个回路组成, 回路增益分别为

$$L_1 = -K_1 K_2 K_3 G_1(s) G_2(s) G_3(s), L_2 = -K_2 K_3 G_1(s) G_2(s) H_2(s),$$

$$L_3 = -K_3 G_1(s) H_1(s), L_4 = -G_1(s) G_2(s) H_3(s)$$

没有互不接触回路, 故特征式为

$$\Delta = 1 + K_1 K_2 K_3 G_1(s) G_2(s) G_3(s) + K_2 K_3 G_1(s) G_2(s) H_2(s) + K_3 G_1(s) H_1(s) + G_1(s) G_2(s) H_3(s)$$

前向通路及余子式为  $P_1 = K_1 K_2 K_3 G_1(s) G_2(s) G_3(s)$ ,  $\Delta_1 = 1$ 。

故传递函数

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_1 K_2 K_3 G_1(s) G_2(s) G_3(s)}{1 + K_1 K_2 K_3 G_1(s) G_2(s) G_3(s) + K_2 K_3 G_1(s) G_2(s) H_2(s) + K_3 G_1(s) H_1(s) + G_1(s) G_2(s) H_3(s)} \quad (1)$$

(2) 由图(b)知,系统有一个回路,增益为  $L_1 = K_2 T_2(s)$ ,则特征式为  $\Delta = 1 - K_2 T_2(s)$ 。前向通路及余子式为  $P_1 = T_1(s) K_2 T_3(s)$ ,  $\Delta_1 = 1$ ;  $P_2 = T_4(s)$ ,  $\Delta_2 = 1 - K_2 T_2(s)$ 。于是,有系统传递函数

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{T_1(s) K_2 T_3(s) + T_4(s) [1 - K_2 T_2(s)]}{1 - K_2 T_2(s)} \quad (2)$$

比较式(1)和(2),根据其对应关系联立方程组,可取:

$$T_1 = K_1 K_3, T_2 = -\frac{K_1 K_2 K_3 G_1(s) G_2(s) G_3(s) + K_2 K_3 G_1(s) G_2(s) H_2(s) + K_3 G_1(s) H_1(s) + G_1(s) G_2(s) H_3(s)}{K_2}$$

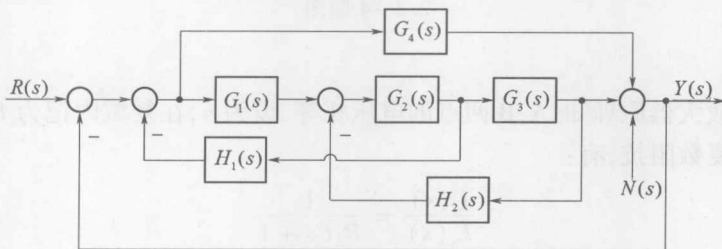
$$T_3 = G_1(s) G_2(s) G_3(s), T_4 = 0。$$

### 2.3-3 南京航空航天大学 2009 年《自动控制原理》(15 分)

已知系统的结构图如图所示。

(1) 求输入  $R(s)$  和扰动  $N(s)$  同时作用下的系统输出  $C(s)$ ;

(2) 若使系统输出完全不受扰动的影响,求  $G_1, G_2, G_3, G_4, H_1, H_2$  应满足的关系。



2.3-3 题图

### 2.3-3 解答

(1) 由图知,系统有四个回路,回路增益分别为:

$$L_1 = -G_1(s) G_2(s) H_1(s), L_2 = -G_2(s) G_3(s) H_2(s), L_3 = -G_1(s) G_2(s) G_3(s), L_4 = -G_4(s)。$$

回路  $L_2$  和  $L_4$  互不接触,增益乘积为:

$$L_2 L_4 = G_2(s) G_3(s) H_2(s) G_4(s)。$$

故系统特征式为:

$$\Delta = 1 + G_1(s) G_2(s) H_1(s) + G_2(s) G_3(s) H_2(s) + G_1(s) G_2(s) G_3(s) + G_4(s) + G_2(s) G_3(s) H_2(s) G_4(s)$$

输入  $R(s)$  作用下,前向通路和余子式为:

$$P_1 = G_1(s) G_2(s) G_3(s), \Delta_1 = 1, P_2 = G_4(s), \Delta_2 = 1 + G_2(s) G_3(s) H_2(s);$$

扰动  $N(s)$  作用下,前向通路和余子式为:

$$P_1 = 1, \Delta_1 = 1 + G_1(s) G_2(s) H_1(s) + G_2(s) G_3(s) H_2(s)。$$

则输入  $R(s)$  和扰动  $N(s)$  同时作用下的系统输出  $Y(s)$  为:

$$Y(s) = \frac{G_1(s)G_2(s)G_3(s) + G_4(s)[1 + G_2(s)G_3(s)H_2(s)]}{\Delta} R(s) + \frac{1 + G_1(s)G_2(s)H_1(s) + G_2(s)G_3(s)H_2(s)}{\Delta} N(s)$$

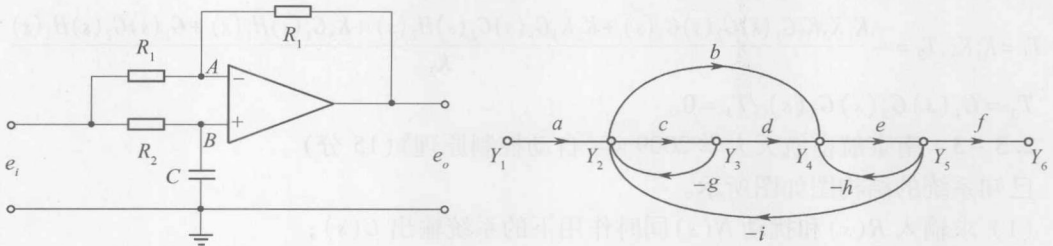
(2) 由扰动  $N(s)$  作用下的传递函数表达式知, 令其分子为零, 则系统输出不受扰动影响, 故有:

$$1 + G_1(s)G_2(s)H_1(s) + G_2(s)G_3(s)H_2(s) = 0$$

### 2.3-4 上海交通大学 2004 年《自动控制原理》(20 分)

(1) 试求左图所示运算放大电路的传递函数  $E_o(s)/E_i(s)$

(2) 如果系统的信号流图如右图所示, 求传递函数  $Y_6(s)/Y_1(s)$ ,  $Y_3(s)/Y_1(s)$  和  $Y_5(s)/Y_2(s)$



2.3-4 题图

### 2.3-4 解答

(1) 由运算放大器原理知, A, B 两点的电压相等, 设为  $u$ , 在复域内记为  $U(s)$ 。则根据电阻和电容的等效复数阻抗, 有:

$$\frac{U(s)}{E_i(s)} = \frac{1}{R_2Cs + 1}$$

$$\frac{E_i(s) - U(s)}{R_1} = \frac{U(s) - E_o(s)}{R_1}$$

消去中间变量  $U(s)$ , 得:

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{1 - R_2Cs}{R_2Cs + 1}$$

(2) 由图知, 系统有四个回路, 回路增益分别为:

$$L_1 = -cg, L_2 = -eh, L_3 = -cdei, L_4 = -bei$$

回路  $L_1$  和  $L_2$  互不接触, 增益乘积为:

$$L_1L_2 = cgeh$$

故系统特征式为:

$$\Delta = 1 + cg + eh + cdei + bei + cgeh$$

求传递函数  $Y_6(s)/Y_1(s)$ , 前向通路和余子式为:

$$P_1 = acdef, \Delta_1 = 1; P_2 = abef, \Delta_2 = 1$$



求传递函数  $Y_3(s)/Y_1(s)$ , 前向通路和余子式为:

$$P_1 = ac, \Delta_1 = 1 + eh$$

求传递函数  $Y_5(s)/Y_2(s)$ ,  $Y_1(s)$  到  $Y_2(s)$  前向通路和余子式为:

$$P_1 = a, \Delta_1 = 1 + eh$$

$Y_1(s)$  到  $Y_5(s)$  前向通路和余子式为:

$$P_1 = acde, \Delta_1 = 1; P_2 = abe, \Delta_1 = 1$$

故所求传递函数分别为:

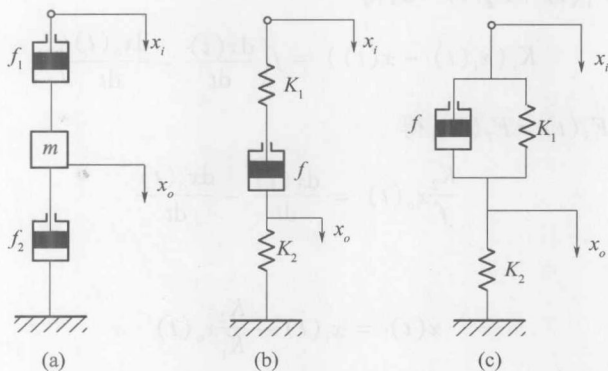
$$\frac{Y_6(s)}{Y_1(s)} = \frac{acdef + abef}{1 + cg + eh + cdei + bei + cgeh}$$

$$\frac{Y_3(s)}{Y_1(s)} = \frac{ac(1 + eh)}{1 + cg + eh + cdei + bei + cgeh}$$

$$\frac{Y_5(s)}{Y_2(s)} = \frac{acde + abe}{a(1 + eh)} = \frac{cde + be}{1 + eh}$$

## 2.4 课后练习题及详细解答

2.4-1 设机械系统如图所示, 其中  $x_i$  是输入位移,  $x_o$  是输出位移。试分别写出各系统的微分方程。



2.4-1 题图 机械系统

### 2.4-1 解答

(1) 设位移垂直向下为正方向, 对阻尼器  $f_1$  进行分析, 对物体  $m$  产生向下的阻尼力为

$$F_1(t) = f_1 \frac{dx_i(t)}{dt} - f_1 \frac{dx_o(t)}{dt}$$

对阻尼器  $f_2$  进行分析, 对物体  $m$  产生向下阻尼力为

$$F_2(t) = -f_2 \frac{dx_o(t)}{dt}$$

对物体  $m$  进行分析, 由牛顿运动定律, 得