

GCT

入学资格考试辅导丛书

2014 硕士专业学位 研究生入学资格考试

GCT

数学复习指南

全国GCT入学资格考试命题研究组 编著

- 命题人 **2** 套密押试卷与精解
- 命题人GCT数学 **8** 大快速解题方法
- 北大清华考生赠送 **6** 个锦囊妙计
- 网络超值试题库答题机会

正版书凭激活码登录 www.buaapress.com.cn,

获超多增值服务

卡号: 2014005980327

密码:



北京航空航天大学出版社
BEIHANG UNIVERSITY PRESS

GCT

入学资格考试辅导

2014 硕士专业学位 研究生入学资格考试

GCT

数学复习指南

全国GCT入学资格考试命题研究组 编著



- 命题人 **2** 套密押试卷与精解
- 命题人GCT数学 **8** 大快速解题方法
- 北大清华考生赠送 **6** 个锦囊妙计
- 网络超值试题库答题机会

正版书凭激活码登录 www.buaapress.com.cn,
获超多增值服务



北京航空航天大学出版社
BEIHANG UNIVERSITY PRESS

内 容 简 介

本书是 GCT 联考辅导教程丛书之一, 全书每章内容均由基本考点介绍、典型例题精解、同步与强化训练 3 部分组成。

本书由全国硕士专业学位联考命题研究组倾力打造, 内容紧扣考试大纲, 体例切合应试人员需求, 注重实际演练, 讲究方法与技巧, 定位准确、思路清晰, 有助于应试者从容应考, 获得高分。

图书在版编目 (CIP) 数据

2014 硕士专业学位研究生入学资格考试 GCT 数学复习
指南 / 全国 GCT 入学资格考试命题研究组编著. -- 北京 :
北京航空航天大学出版社, 2014.1

ISBN 978-7-5124-1384-9

I . ① 2… II . ① 全… III . ① 高等数学—研究生—入
学考试—自学参考资料 IV . ① O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 009390 号

版权所有, 侵权必究。

2014 硕士专业学位研究生入学资格考试 GCT 数学复习指南

全国 GCT 入学资格考试命题研究组 编著

责任编辑 秦莹

*

北京航空航天大学出版社出版发行

北京市海淀区学院路 37 号 (邮编 100191) <http://www.buaapress.com.cn>

发行部电话: (010) 82317024 传真: (010) 82328026

读者信箱: bhpress@263.net 邮购电话: (010) 82316936

涿州市新华印刷有限公司印装 各地书店经销

*

开本: 787 × 1092 1/16 印张: 22.25 字数: 570 千字

2014 年 1 月第 1 版 2014 年 1 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5124-1384-9 定价: 42.80 元

编委会

总主编：刘仕美

编委：王琪 陈如芳 李学勤 彭伟 袁俊美 徐宁
剧亚东 赵晓强 岳朋 尚福乐 苏士超 杨少猛
李磊 张雷 张家超 张泽利 张纯华 张帆
宋林良 史莹 白瑞峰 兴明明 刘颖 孙雪
孙源龙 朱振华 佟琳 吴春雨 王迎秋 王英
刘东和 王印有 曹银菊 王艳平 黄春丽 孙璇
张艳霜 张一平 沈二婵 吴经林 赵丽娜 范秋杏
李建霞 张秀娟 耿淑玉 高鹏 王德军 范宏博
唐淑华 王春华 刘岩 王芳 陈欢 李雪
陈冬冬 连庆玲 陈杨庆

一 GCT 复习心得

GCT 考试分为四个部分——语言表达能力测试、数学基础能力测试、逻辑推理能力测试、英语运用能力测试，共 175 道题、考试时间为 180 分钟。GCT 考试具有题量大，跨学科、命题范围广泛、题目难易程度跨度大等特点。针对这种考试特点，结合本人在考试复习中的经验和教训，总结如下。

早早制定 GCT 复习整体计划。整体复习计划中应倒排时间，为自己预留出基础复习阶段、提高阶段、临考模拟三个阶段，按照由易至难，由基础到提高，由一般到特殊，由给分题到难题等整体复习思路，循序渐进地复习和学习。比如拿基础复习阶段的语文复习来说，GCT 语文考察主要是考察考生的文学功底和素养，以及一些生活基本常识。从往年的考试真题中可看出，GCT 语文要拿高分，对于平时的文字文学能力和快速准确的阅读判断能力的要求很高，同时还要有相对宽广丰富的工作生活常识。GCT 语文考试考的就是日常积累。作为语文的考试重点的阅读题考试的时候需要速度，这就需要平时经常练习来提高，而每年的语文上面都会有五道以上的常识性题目，包括自然学科和社会学科，范围非常广，想做到有针对性地复习根本不可能，但是平时经常看的话就可以积累到很多经常遇到的知识。对于这部分选择题，我那时每天都看一些历史，地理，生物或其他相关专业百科知识。高中课本如果能找到，其中的文言文阅读理解篇目以及唐诗宋词讲解也是很好的复习材料。这个基础阶段的语文复习，要本着“反复积累，多重记忆，快速准确，灵活应用”的复习宗旨，不急不躁地复习；对于后面阅读理解，我那时也通过读书读报的形式做练习，即每天给自己规定一定的阅读量，读过报纸上的一篇报道后，要求自己能当即复述其基本意义。对于其中出现的新词或成语，如果不能准确掌握其含义的，也马上会去查字典搞清楚。“限定时间，一次阅读，返回原文，衷于原文”是阅读拿高分的制胜“法宝”！

而提高阶段的语文复习，要本着“举一反三”的原则，自我施压。争取用一个知识点、一个考点，带动自己学习和复习一片知识点。因为实事求是地讲，GCT 语文复习基本上就没有重点和范围，一切文史哲知识和一切常识都是知识点和考点！只有具备了“举一反三”的能力，才能系统且全面地在短时间内掌握更多的知识。比如，在考试复习资料中看到《国富论》的时候，就要联想到其作者亚当斯密，以及能与之比肩却观点相反的凯恩斯及其著作，如果还能想到大卫李嘉图及比较优势，马尔萨斯，甚至中国的经济学家“三纲五常”（易纲，樊纲，胡鞍钢，张五常）之类，就再好不过了。在看到《杜工部集》时，要能联想到杜甫的一些经典作品，如咏怀五百字、秋兴八首、戏为六绝句等等，还要想到与杜甫齐名的诗人李白及其重要作品，甚至还要举一反三地想到小李杜（杜牧、李商隐）、唐宋八大家等等，而且由唐宋八大家还能扩展到韩愈及古文运动、范仲淹及其名篇《岳阳楼记》等等。看到“三

省六部”这几个字，就要联想到五寺、理藩院、翰林院与内阁、宗人府、钦天监、军机处、枢密院等等。看到莎士比亚，就要想到莎士比亚四大悲剧、四大喜剧、甚至四大悲剧四大喜剧中的经典人物形象，最好还能联想到世界文学作品中经典的四大吸血鬼形象以及作品作家。看到朱光潜谈美学，就能联想到李泽厚、异质同构等重要美学概念。总之，这个提高阶段的复习要诀就是要“举一反三”！由古至今，由中到外，有一般到特殊，用一个知识点，穿起一片乃至一整面的文史哲知识。

数学是本人的弱项，本人高中时候的数学成绩不佳，上大学时又干脆就没涉猎过高等数学，所以对于 GCT 考试的数学部分还是很头疼的。但通过研究近几年的真题，我发现 GCT 数学主要是考察的是数学综合能力，特别强调反应能力和分析综合能力。如果想数学部分拿到理想的分数，应该注重基础的夯实，将知识体系结构化，并且注重通过不断的真题练习来提高自己的反应速度。GCT 数学涵盖的知识面非常广，从小学中学的初等数学到大学的高等数学，还包括线性代数，这使得我在复习一度有种无处下手的感觉。后来我买了一本辅导教材，它不一定对每个知识点都详细讲解，但是它包含了所有大纲规定的知识点，给我复习建立了一个框架，在这个框架上，对于我比较熟悉的内容，我基本是一遍就过，对于不熟悉掌握不牢固的知识点我重点复习，这样复习下来基本就掌握了所有的知识点，并且能节省大量的时间。其实，GCT 的数学题目并不难，都是一些基础题，所以只要能复习到这些知识点，加上大量的练习，数学拿高分也不是难事。除了辅导教材和真题，我当时考试之前甚至找来了高中时候的代数课本和几何课本，回顾梳理了一下基础概念，理清了一些基本概念和解题方法，回忆并构建了自己的“数学体系”，取得了还不错的进步。其实对于数学复习，对于基础薄弱的我来说，我个人认为要坚持“细水长流”、“不抛弃不放弃”的原则，求助身边一切能求助的力量，同学朋友等等，发挥厚脸皮精神，认真踏实地弄清楚手边真题和全真题中的所有内容，加之大量准确地使用特殊值法，排除法，举例法和尺规作图法等快速有效的方法，啃下这块硬骨头，尽可能地多抓分！

对于 GCT 英语复习，我大学时就是英语本科，所以这部分对于我来说就是给分题，绝对不能在这个部分无谓的失分。GCT 英语主要是考察日常交流能力和英语基本功，难度大约在大学英语 3 级到 4 级，考试内容贴近生活工作实际。对于英语学习，一言以概之：“积累，积累，再积累”！语言是慢功夫，不能妄想能突飞猛进，应该每天都保留至少一个小时的学习时间。如果自我感觉英语部分是弱项，应该先弄清楚是哪一部分稍差，再对症下药。比如是词汇、语法、还是阅读理解。对于 GCT 英语考试部分，如果有一套大学英语四级英语全真题或模拟题就够复习用了。大学四级的词汇书、语法练习册也完全够用。托福的一些理解题也可拿来练练手。

对于逻辑复习，我感觉 GCT 的逻辑考题是比国家公务员考试中的逻辑题简单的。如果有公务员真题集锦，可用其中的逻辑部分来做 GCT 逻辑复习用。GCT 逻辑主要是考察各种综合分析能力。这部分平时必须多加练习，否则可能成为最大的“绊脚石”。我在考试之前，把之前的真题前后做了 3 次，没放过任何一个概念和习题，每次都认真地总结和归纳，分析错误原因；在复习的中后期，我摸索出逻辑部分必须要多多练习并且模拟，这能极大地提高解题速度和正确率。“快速审题，分析综合，作图列表，结合实际（有些题目的答案是

正能量的，可以据此蒙一把)”理应是复习的主要方法，特别是对于那些没有系统学习过逻辑的同学们！

二 考试中的解题技巧

GCT 考试题量大、时间紧——四门总共加起来有 175 道题，时间只有 180 分钟，除去涂卡时间，分配到每道题的时间不到一分钟。一旦算清楚这个，我马上就知道 GCT 答题过程中必然要有取舍！绝对不能在一道题上浪费太多时间。至于解题顺序，有的专业除了整体分数线以外，还有单科分数线。比如当年北大北外招 MTI 时就单独划定了英语线，所以建议从划线科目做起，因为刚开始考试时头脑比较兴奋，时间充裕，不会过分慌张，能发挥最好的水平。然后就可根据自己水平，“放弃”某些科目的某些题目，比如我就是最后做的数学部分，其中有一些题目稍微看了一下就知道肯定不会，毫无解题思路，必须放弃，以节省时间去做有价值的、能抓到分数的题目。鉴于我自己的特点和水平，我在考前给自己定的原则就是英语、语文必须拿高分，逻辑尽量发挥水平，数学部分不较劲，能做对基础题目就算满意了。

至于难题，还是因人而异，因水平而异。考试题目必然会有难度差异，不然无法区别水平招录学生，所以考试时要尽量保持心态平和，即使是在做自己平时花费了很多心血复习的科目时，也不能急躁不能急于求成，遇到难点就自我放弃。考题都是选择题，无论如何也能排除掉一个或两个必然错误的答案，一筹莫展时用排除法也能赌一把运气。比如我记得当年我考 GCT 时有一道题目是说“和而不同”出自哪部典籍，是《论语》、《孟子》还是《庄子》、《史记》，我当时一时想不起来，就先自己揣摩了一下“和而不同”的意思，觉得这应该是讲人与人之间如何相处，应该保持什么关系的事，就先排除了《史记》和《庄子》，后来觉得《论语》中有很多名言名篇都是论述人际关系、君子之交的，就选择了《论语》。

其实我个人认为，GCT 考试除了数学部分有难题外，其他的题目都是知识型和理解型的。对于知识型的考题，如果之前没能复习到，除了用排除法赌运气外，也没有什么好办法了。而对于理解型的题目，比如语文的阅读理解部分和逻辑考题，只要沉着应答，基于常识做判断，实在不行时选择具有“正能量”价值取向的答案，一般都能所向披靡。英语考题的难度在大学英语四级之下，我认为一般还都能应付。现在如果觉得有欠缺的话，找一本大学英语辅导教材，重点看其中的语法词汇部分即可。至于数学部分的难题，其实还在于数学基本功的发挥。那么考前厘清一些基本概念很重要。比如实数和复数，乘方和开方，极限与连续、矩阵、 n 维向量等概念，以及一些运算基本功，就算某种程度的“尽人力，听天命”了。

三 其他方面的小结

因为 GCT 考试题量太大，为了提高做题速度平时一定要多做题目，最好是成套的模拟题和往年的真题（网上都可以下载得到）。过了基础复习和学习阶段后，尤其是语文部分，就不要再闲散地练习和打游击了，最好成套成套题掐着时间做，并且留出 10 到 15 分钟的涂

卡时间。这样可以培养自己的紧迫感，快速提高做题速度。

除了成套的模拟练习册以外，推荐 MTI 考试中百科知识的辅导书作为 GCT 语文部分的参考书，MTI 百科知识的教材很系统，对于人文社科的知识点梳理的很全面。如果时间充裕的情况下，可从这种书入手。逻辑部分除了往年真题外，建议购买国家公务员考试辅导教材或全真题，练习其中的逻辑推理部分，锻炼自己逻辑思维能力。

再强调一点，GCT 考试做题一定要认真细心，这虽然是一个老生常谈的问题，但是对于 GCT 考试尤其重要，因为 GCT 考试时间非常紧迫，即使在放弃一些题目的情况下，你还是无法再返回去检查已经做好的题目，基本上就是一遍过，所以，一定要仔细再仔细，这是最关键的。

最后附送考生三个锦囊：

锦囊 1：早复习，早着手。基础复习阶段夯实基础，构建知识网络和体系。

锦囊 2：提高阶段“举一反三”，扩大知识面，锻炼解题能力。

锦囊 3：模拟考试阶段及冲刺阶段多做练习，熟能生巧。

最关键的一点，就是考试时要扬长避短不纠结，适当放弃，发挥长项！

一 复习心得

首先解释一下什么叫做 GCT, GCT 全称是工程硕士专业学位研究生入学资格考试 (Graduate Candidate Test for Master of Engineering)。那么我为什么要考 GCT 呢? 大家都知道一个好的学历对于单位的加薪晋升以及评职称都是有用的, 而我本科毕业已经工作了近 7 年, 如果要回到学校读全日制的研究生很不现实, 一是因为考不上, 全日制的统考研究生需要大量的时间和精力去复习, 作为一个在职人员这是不现实的, 另一方面即使我侥幸能够考上, 我也没有办法脱离我的岗位去读书, 上有老下有小完全不可能离开工作岗位, 再者全日制的读出来未必能找到比我现有更好的工作。在经过和家人的一番商量和利弊权衡之后, 我感觉 GCT 比较适合我的需要。于是我首先对 GCT 考试的具体情况作了一个调研, 在这之前我甚至不知道 GCT 是什么。通过查阅资料我搞清楚了 GCT 试卷由四部分构成: 语言表达能力测试、数学基础能力测试、逻辑推理能力测试和外语运用能力测试。简单地说语言表达能力测试就是我们常说的语文, 后三部分一幕了然。在对这个考试有一个大概的了解之后我下定了决心一定要攻克它, 于是我给自己制定了一个计划, 那就是周一到周五晚上每天晚上全力以赴学习 2 个小时, 周六周日各学习半天, 由于本人所在职位相对较轻松, 所以这还是比较容易达到的, 事实证明我们并不需要每天复习到半夜十二点, 我们需要的是拥有足够多的恒心, 每天学习一点, 坚持住就一定可以, 与我形成鲜明对比的是我有个同事在考前半个月每天学习到半夜一点钟, 最后依然没有考出理想的成绩。

对于语文这一部分, 我非常头疼, 从小学到大学受尽了散文、诗歌和文言文的折磨, 对它我一直没有好感。所幸的是我走上工作岗位以后, 在没有考试压力的情况下我大量地阅读了一些书籍, 这方面如果有欠缺的同学可以在平时多看看书, 哪怕是把它当成一个娱乐。把真题稍微认真的做做大概就对考试规律有所把握了, 复习起来自然也就更加有针对性。至于做题, 这部分倒没什么特别的技巧, 如果一定要我说有什么的技巧的话, 那我觉得应该相信感觉, 毕竟是语言, 有的时候语感还是比较的可靠的。语文除了靠平时的阅读和知识的积累, 还有一些常识题, 这部分可以在网上搜寻一些相关资料, 扩大自己的知识范围, 此外, 还可以借鉴公务员考试中的行政测试的复习资料。通过做公务员考试的复习资料, 可以积累语文考试中常识部分内容。事实证明, 这一复习策略还是比较好的, 对于考试时语文拿高分起到了较好的作用。

英语是我在准备 GCT 中面临的最大的挑战, 从上大学起我的英语学习基本上就处于停止的状态, 在加上工作的这些年从来用不上英语, 我的英语已经回到了文盲时代, 面对这种情况我选择了渐进式的复习策略。由于 GCT 考试英语考试相对较简单, 考试难度相当于公共英语四级。由于多年不用英语, 我的词汇量越来越少。在最先开始复习之前, 我买了一本

四级英语的词汇书，把单词先过了一遍，认识的单词加深印象，不认识的单词背诵了一遍。由于平时要上班，所以我利用零零散散的时间背诵单词，有时间就把自己不太熟悉的单词拿出来看一看，加深印象，力求在阅读中碰见时能大致猜出它们的意思。英语主要的得分点主要在阅读，所谓得阅读者得天下，就可知阅读的重要性。为了提高自己的阅读速度和水平，我首先把新概念二的课表进行了熟读。为了加深印象，在熟读之后我还进行了听写。这进一步加大了词汇量。在阅读和背单词的同时，每天的训练是必不可少的。我每天坚持保持做四篇阅读理解和一篇完形填空。在刚开始做阅读时，我的关注点在理解原文的意思，提高解题的正确率。后来逐渐开始加快阅读速度，同时保持一定的准确率。完形填空是我比较薄弱的环节，为了提高这一块的得分率，我对完形付出的时间和精力比较多。每次做完一篇完形填空，我会反复揣摩出错的原因，并把一些词组和句子记在笔记本上面，有空就拿出来翻翻。在几个月的准备过程中，我坚持做练习，并不断复习自己出错的地方。正是因为我的复习强度到位了，所以最后英语问题得到了解决。

数学相对而言比较好复习，规律性在这四部分中间也是最强的一个，只要题量做到位了，分数一定可以上去。但是大学毕业之后，由于多年没有在系统的学过数学，很多知识都已经遗忘了。为了把数学知识系统地过一遍，我把高数部分和线性代数的书籍全部看了一遍，重点复习 GCT 考试中涉及的内容。系统地重新学习数学知识对我而言非常有用，让我重新掌握了理论、公式以及解题技巧。而掌握理论是不够的，数学分数的提高一定在于多练习，而且不是单纯的联系。我觉得复习数学一定要强调错题的整理和反思，对于那些错题把它弄懂了弄透了才会有效果，如果某道题目做错了，不要仅仅局限于把答案读了一遍，而应该隔个几天就把它翻出来再尝试着做一做，要知道看懂和会做远远不是一回事。对于自己没有掌握的知识点，我会对照高数或线性代数的相关内容，力求先理解该部分的理论知识，然后再结合具体的题目，查找自己出错的原因。对于比较难的题目，我会把它们抄在笔记本上。隔一段时间就拿出来复习一下。我的复习策略重在练习，所以每天晚上我都会做一些题目。由于 GCT 真题有限，我也买了一些考研数学的参考书，做上面的考研真题以及模拟题。考研的真题相对 GCT 要难一些，在做了许多考研的数学练习之后，对 GCT 数学的解题思维有很大帮助，觉得 GCT 数学比较简单，在心理上也更自信一些。

在复习 GCT 之前我一直喜欢吹嘘自己的逻辑思维能力超级强，而当我第一次看到 GCT 的真题之后我就傻眼了，这个所谓的逻辑考试对于我来说完全是一个全新的东西，需要从头开始复习。我首先分析了一下历年的真题，发现没有考查逻辑理论的题目，所以我的策略就是通过练习掌握逻辑考试需要的技巧。这一部分也没用啥捷径，就是用题目反复练习，个人推荐一个方法，把做错的题目前面标上三角形，每次把不会的都标上三角形，到最后时间紧张的时候就可以直接挑标注三角形个数最多的题目来进行联系。逻辑比较好拿分，但同时占用的时间比较多。为了提高分数，我特别关注逻辑的阅读大题。在平时训练时，特意加强了这一块的训练。在最初开始的时候，主要是掌握解题技巧。后来逐渐熟练之后，主要就是提高解题速度，控制解题时间。

总的来说，GCT 考试难度不大，但是四科合在一起题目相对较多，考试时间相对比较紧张。因此，在平时训练时，我特别注意控制自己的时间。我会按照考试的时间，严格控制自

己做练习的时间，以此提高自己做题的速度和效率。平时的良好的训练习惯有助于我在考试时控制做题速度，在有限的时间内做完所有题目，并且保证做题的正确率。

二 考试中的解题技巧

语文考试个人认为就是送分的，当然了我们也不能大意，对于有一些考试之前临时突击的题型在拿到试卷之后可以先做，比如说我对错别字容易搞混，那么我在卷子拿到手之后开考前就专门盯着第一题错别字的题目看，防止自己忘记。语文这一部分技巧性到没有什么，保证正确率的基础上尽快提高速度。阅读题文章比较长，但题目比较简单。可先阅读题目，然后再在原文中查找相关细节，这样即能提高阅读速度，而且还能提高准确度。对于其它题目，如果遇到自己没把握的题目，先使用排除法，然后再凭感觉选一个答案。在考试时，可以在不确定题目上做记号。如果做完整张试卷有剩余时间，再重点检查这些题目。

英语第一要注意语感，第二个要紧紧把握住阅读理解，阅读理解这部分我个人建议先看题目，然后再带着问题到文章中去寻找答案，这是因为对于我们这种离开学校多年不碰英语的，从长篇大论里面找出答案肯定是非常困难的，而先通过读题知道自己的目标之后，再有针对性地去读就会轻松很多。完形填空比较长，但分值相对较少，我的目标是将自己会的全部做完，保证正确。如果有疑虑的题目，以自己的第一印象为主，不要花过多的时间在某一个题目上面，以免浪费时间。同时，节省下来的时间可以留着做其他科目。

数学千万要注意不要一味地求快，有的人做得很快结果错误率很高还不如做得慢的人，GCT的数学难度较低，所以说计算的准确率很重要，当然了我们也要尽可能地避免死算，适当地运用一些技巧。比如说 $+2.468 \times 0.766$ 这个计算如果死算将会非常麻烦，而且耗时很多，并且很容出错，如果我们能够观察出它是一个完全平方，那么我们就可以又快有准确地立马报出答案为4。

逻辑只有一个建议，在时间充足时把最后十题做完，而不要把最有把握的十题放在时间最紧张的最后来做！这十题虽然耗费时间，但只要认真做题，准确率会相对比较高，比较好拿分。所以，在时间比较充裕的时候，就先做这十题。然后再做其他题。

总而言之，在考试时按照自己平时训练做即可。我建议大家根据自己对每个科目的强弱程度选择做题顺序。例如，我觉得语文相对比较容易，考试时我最先做的就是语文题。用最短的时间做完语文，为后面的考试节省时间。由于数学计算比较多，不需要大量阅读文字，所以我把数学放在最后做。而在做逻辑题时，我先做完最后十大题。然后再从最开始起做。为了保证数学有足够的时间，我会严格控制前三科的时间，三科总的时间加起来不要超时。即使没做完，我也会放弃剩下的题目，赶紧做数学题。在把数学题做完之后，再在剩下的时间做没做完的题。所以，在考试时切不可将时间全部放在某一科或某两科上。而是应该将时间和精力按比例分配，争取在有限的时间内做完所有的题。只有这样，才有可能取得高分。

总结一下，赠送考生 3 个锦囊！

锦囊 1 制定计划，持之以恒

虽然工作后事情很多，但是既然决定考 GCT 那么制定好的计划一定要尽力去实践，千万不可三天打渔两天晒网！

锦囊 2：日积月累，仔细认真

虽然暂时基础不太好，但是要认真仔细的复习，日积月累一定会有转变，不可看不到短时间内的成效就放弃了

锦囊 3：心静如水，激情似火

看书时心要静下来，千万不可一会看个电视剧一会出去遛弯，坐住冷板凳就一定能成功！每天下班回到家也许会很累，但是开始复习时一定要充满激情，切不可瞌睡连天！

命题人 GCT 数学 8 大快速解题方法

数学考试要在 45 分钟内完成，时间是很紧张的。考生如果能在牢固掌握基础知识的基础上，掌握一定的解题技巧，必将大大提高解题速度。下面就一些比较典型的题型，介绍几种解题方法和技巧。当然，这些解题方法并非具有通用性，考生应该具体情况具体分析。

1. 直观判断常数项

在判断 n 值给定的情况下，二项展开式是否存在常数项的问题时，用直接判断法比代入条件验证结论要简便得多，下面结合例题进行分析。

【例 4】当_____时， $\left(\sqrt[4]{x}-\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$ 有常数项。

[A] $n=1$

[B] $n=2$

[C] $n=4$

[D] $n=7$

【技巧分析】二项展开式中，位于分母的指数为 $\frac{1}{3}$ ，位于分子的指数是 $\frac{1}{4}$ ，它们的比值为 $\frac{3}{4}$ ， $3+4=7$ ，只有当 $n=7$ 的整数倍时，展开式才存在常数项。

答案：D。

2. 运用待定系数法求解

【例 6】已知 $x^4-6x^3+ax^2+bx+4$ 是一个二次三项式的完全平方式，则 a, b 的值分别为_____。

[A] $a=13, b=-12$ 或者 $a=5, b=12$

[B] $a=6, b=1$

[C] $a=-6, b=4$

[D] $a=13, b=-12$

[E] A、B、C、D 均不正确

【技巧分析】此类题采用待定系数法就比较简单，直接根据未知的系数来推算答案是比较麻烦的。

解：设原式 $= (x^2+Ax+B)^2$ 有

$$x^4-6x^3+ax^2+bx+4=x^4+2Ax^3+(A^2+2B)x^2+2ABx+B^2$$

$$\text{得} \begin{cases} 2A=-6 \\ A^2+2B=a \\ 2AB=b \\ B^2=4 \end{cases} \quad \text{解得 } A=-3, B=\pm 2$$

当 $B=-2$ 时，有 $a=5, b=12$ ；当 $B=2$ 时，有 $a=13, b=-12$

答案：[A]。

3. “特值代入法”，准确而又高效的技巧

【例 8】 $C_n^1+3C_n^2+3^2C_n^3+\cdots+3^{n-1}C_n^n$ 的值为_____。

[A] $\frac{1}{3}(4^n-1)$

[B] 4^n

[C] 3×4^n

[D] $\frac{4^n}{3}-1$

【技巧分析】本题可用较为老实的方法计算出答案，但是，在考场上用“特值代入法”，准确而又高效，可以节省大量的时间。请看下面两种解法，很明显，解法2是考生所愿意采纳的方法。

$$\begin{aligned}\text{解法 1: 原式} &= \frac{1}{3}(3C_n^1 + 3^2 C_n^2 + 3^3 C_n^3 + \dots + 3^n C_n^n) C \\ &= \frac{1}{3}[(3^0 C_n^0 + 3C_n^1 + 3^2 C_n^2 + \dots + 3^n C_n^n) - 3^0 C_n^0] \\ &= \frac{1}{3}[(1+3^n) - 1] = \frac{1}{3} 4^n - 1\end{aligned}$$

答案: [A]。

解法2: 用 $n=1$ 代入，正如A选项，故为正确答案。如果不放心，用 $n=2$ 代入，也成立。即可知，只有A选项符合。

【例9】若 $x=a^2-bc$, $y=b^2-ac$, $z=c^2-ab$, a, b, c 是不完全相等的任意实数，则 x, y, z _____。

[A] 至少有一个大于0

[B] 都大于0

[C] 至少有一个小于0

[D] 都不小于0

【技巧分析】像这种考题，按照规矩的方法，花一些时间可以求出答案。大家可以比较下面两种解题方法，当然解法1也比较简单，但考生在紧张的状态下不一定想得到，所以用解法2是快速而又保险的做法。

$$\text{解法 1: } x+y+z = a^2+b^2+c^2-ac-bc-ab = \frac{1}{2}(a-b)^2 + (b-c)^2 + (a-c)^2$$

因为 a, b, c 不全相等，所以有

$$x+y+z = \frac{1}{2}(a-b)^2 + (b-c)^2 + (a-c)^2 > 0$$

x, y, z 中至少有一个大于0。

答案: A。

解法2: 不妨令 $a=0, b=1, c=2$ ，很快排除B、D。再令 $a=1, b=0, c=-1$ 又排除C。只有A选项正确。

【例10】设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，则 $A^n =$ _____。

[A] $2^n A$

[B] $2^{n-1} A$

[C] $2^{n-2} A$

[D] 0

【技巧分析】老实地算，仔细一点能算正确，否则容易出错，下面的解法2是省时又正确，很简便。在考场上，考生若善于灵活运用这种“特值代入法”，定会大有裨益。

$$\text{解法 1: } A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} = 2A$$

$A^3 = 2A^2 = 2^2 A$, ..., $A^n = 2^{n-1} A$ 所以归纳推理出一般规律，故B选项正确。

解法 2: 不妨设 $n=1$, 很快排除 A、C、D, 直接选择 B, 5 秒钟内得出答案。

答案: B。

【例 11】设 $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$, 则 $A^n =$ _____。

$$[A] \begin{bmatrix} 3^n & 2n3^n & 3n3^n \\ 0 & 3^n & 2n3^n \\ 0 & 0 & 3n \end{bmatrix}$$

$$[B] \begin{bmatrix} 3^n & 2n3^{n-1} & 3n3^{n-1} \\ 0 & 3^n & 2n3^{n-1} \\ 0 & 0 & 3n \end{bmatrix}$$

$$[C] \begin{bmatrix} 3^n & 2n3^{n-1} & 3^n n + 4n(n-1)3^{n-2} \\ 0 & 3^n & 4n3^{n-1} \\ 0 & 0 & 3n \end{bmatrix}$$

$$[D] \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

【技巧分析】像这类题, 在考场上就不要按部就班地计算了, 要知道, 找到 A^n 的规律, 到少要花上 5 分钟, 还不能保证正确率, 用“特值代入法”, 简洁、准确、高效。

解: 令 $n=1$, 代入 A、B、C 选项, 立即可以排除 A、B、D 不用代入, 直接排除, 10 秒钟内可得出答案, 所以“特值代入法”在特定的情况下是相当有用的。

答案: C。

4. 结合图形解题, 一目了然

【例 1】要使方程 $3x^2 + (m-5)x + m^2 - m - 2 = 0$ 的两个实根分别满足 $0 < x_1 < 1$ 和 $1 < x_2 < 2$, 实数 m 的取值范围是_____。

[A] $-2 < m < -1$ [B] $-4 < m < -1$ [C] $-4 < m < -2$ [D] $-3 < m < 1$

【技巧分析】这里主要考查二次函数(方程)的性质。如果用一元二次方程根与系数的关系解题, 比较繁琐, 我们不妨结合图形解题。

解: 如图 1-1 所示, 设

$$f(x) = 3x^2 + (m-5)x + m^2 - m - 2$$

则 $f(x)$ 开口向上, 与 x 轴交于 $(x_1, 0)$ 和 $(x_2, 0)$ 两点, 有不等式组 $\begin{cases} (0) > 0 \\ (1) < 0 \text{ 从而有} \\ (2) > 0 \end{cases}$

$$m^2 - m - 2 > 0; m^2 - 4 < 0; m^2 + m > 0$$

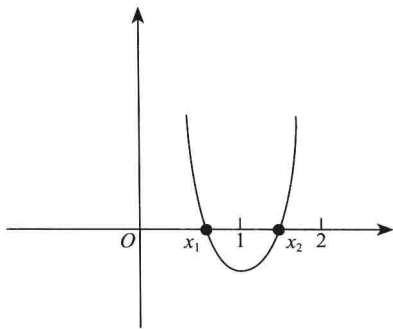


图 1-1

答案: [A]。

【例 2】设 $\varphi(x)$ 是 x 到离 x 最近的整数的距离, 求 $\int_0^{100} \varphi(x) dx$ 。

【技巧分析】此题至少有两种解法。直接用积分的方法也能算出答案, 但是比较繁琐, 如果借助于图形, 答案就一目了然了。其实所求积分就是如图 1-2 所示的 100 个三角形面积之和。

解法 1: 如图 1-2 所示,

$$\int_0^{100} \varphi(x) dx = 100 \times 0.25 = 25。$$

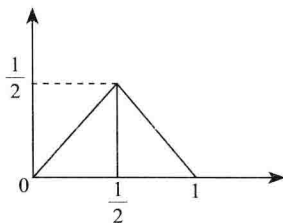


图 1-2

解法 2:

$$\varphi(x) = \begin{cases} x-i & i \leq x < i+0.5 \\ i+1-x, & i+0.5 \leq x < i+1 \end{cases}$$

$$\int_0^{100} \varphi(x) dx = \sum_{i=0}^{99} \int_i^{i+1} \varphi(x) dx = \sum_{i=0}^{99} \left[\int_i^{i+0.5} (x-i) dx + \int_{i+0.5}^{i+1} (i+1-x) dx \right] = 25。$$

5. 典型的比例问题, 借助比例系数求解

【例 3】设 $\frac{1}{x} : \frac{1}{y} : \frac{1}{z} = 4:5:6$, 则使 $x+y+z=74$ 成立的 y 值是_____。

[A] 24

[B] 36

[C] $\frac{74}{3}$

[D] $\frac{37}{2}$

【技巧分析】这是很典型的比例问题, 一般的题是两个数值之间的比例问题, 这里是三个数值之间的比例问题, 按照 $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}, \frac{1}{z}$ 各自的比例直接计算此题, 不如借助于比例系数计算来得快。

$$\text{解: 令 } \frac{1}{x} = \frac{1}{y} = \frac{1}{z} = k$$

$$\text{有 } \begin{cases} x = \frac{1}{4k} \\ y = \frac{1}{5k} \\ z = \frac{1}{6k} \end{cases}$$

$$\text{根据题意有 } \frac{1}{4k} + \frac{1}{5k} + \frac{1}{6k} = 74, \text{ 解得 } k = \frac{1}{120}$$

$$\text{所以 } y = \frac{1}{5k} = 24$$

答案: [A]。

6. 等价变形, 运用转换法

【例 5】设实数 x, y 符合等式 $x^2 - 4xy + 4y^2 + \sqrt{3}x + \sqrt{3}y - 6 = 0$, 则 $x+y$ 的最大值为_____。

[A] $\frac{\sqrt{3}}{2}$

[B] $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

[C] $2\sqrt{3}$

[D] $3\sqrt{2}$

[E] $3\sqrt{3}$

【技巧分析】把 $x+y$ 视作一个整体来解题, 有些麻烦, 问题比较复杂。但是如果能将原等式进行等价变换, 则会“柳暗花明”。

解: 对原式作等价变形, 有

$$\sqrt{3}(x+y) = 6 - (x-2y)^2$$

可得 $(x+y) = \frac{6}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}}(x-2y)^2$

由 $(x-2y)^2 \geq 0$

又得 $\frac{1}{\sqrt{3}}(x-2y)^2 \geq 0$

所以 $x+y \leq \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$

答案: [C]。

7. 求不等式解集: “根排序法”

【例 7】不等式 $\frac{x^2 - 4x + 3}{x + 5} \leq 0$ 的解集是_____。

[A] $(-\infty, -5) \cup [1, 3]$

[B] $(-\infty, -5) \cup (1, 3)$

[C] $(-5, 3)$

[D] $(-\infty, 8)$

[E] [A]、[B]、[C]、[D] 均不正确

【技巧分析】直接对不等式求解显然很麻烦, 我们用“根排序法”会很轻松。

解: 对原不等式作同解变形

得 $\begin{cases} (x-1)(x-3)(x+5) \leq 0 \\ x \neq -5 \end{cases}$

令 $(x-1)(x-3)(x+5) = 0$, 有 $x_1 = 5, x_2 = 1, x_3 = 3$, 将 x_1, x_2, x_3 从左到右依大小进行排序, 得

$$-5 \quad +1 \quad +3$$

$$- \quad + \quad - \quad +$$

由上面的排序可得到答案: 不等式的解集是

$$(-\infty, -5) \cup [1, 3]$$

答案: [A]。

8. 直接加减法: 判断向量的线性相关性

【例 12】设 a_1, a_2, a_3 线性无关, 则_____也线性无关。