



国防电子信息技术丛书

Quantum Radar

# 量子雷达

[美] Marco Lanzagorta 著

周万幸 吴鸣亚 胡明春 金林 等译



电子工业出版社

PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

<http://www.phei.com.cn>

国防电子信息技术丛书

# 量子雷达

Quantum Radar

[美] Marco Lanzagorta 著

周万幸 吴鸣亚 等译  
胡明春 金 林

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

## 内 容 简 介

本书首先从光子理论和经典雷达理论开始,引入了量子雷达的概念。采用量子动力学重点阐述了干涉测量量子雷达和量子照射,并简单讨论了量子激光雷达(LADAR)和量子雷达发射机和接收机的一些技术。接着对量子雷达散射截面进行了分析。最后在之前的讨论研究基础上得出量子雷达可以提升对隐身目标的探测能力和辨认能力,并提出了在各学科理论和实验研究中未来量子雷达研究所面临的挑战。读者并不需要具备经典雷达的理论专业知识,应熟悉非相对论量子力学、狭义相对论和经典电动力学的基本原理。

本书可以为从事雷达、通信、电子对抗/反对抗等专业的科研和教学人员提供参考,也可以作为相关高校教师和学习参考书。

Quantum Radar

9781608458264

Original English language edition published by Morgan and Claypool Publishers

Copyright © 2012 Morgan and Claypool Publishers

All Rights Reserved Morgan and Claypool Publishers

本书中文简体字版专有出版权由 Morgan and Claypool Publishers 授予电子工业出版社。

未经许可,不得以任何手段和形式复制或抄袭本书内容。

版权所有,侵权必究。

版权贸易合同登记号 图字:01-2013-4136

## 图书在版编目(CIP)数据

量子雷达/(美)兰萨戈尔塔(Lanzagorta, M.)著;周万幸等译. —北京:电子工业出版社, 2013. 10  
(国防电子信息技术丛书)

书名原文: Quantum Radar

ISBN 978-7-121-21338-0

I. ①量… II. ①兰… ②周… III. ①量子力学-雷达 IV. ①TN958

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 200704 号

策划编辑: 马 岚

责任编辑: 李秦华

印 刷: 涿州市京南印刷厂

装 订: 涿州市京南印刷厂

出版发行: 电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本: 787 × 1092 1/16 印张: 7 字数: 156.8 千字

印 次: 2013 年 10 月第 1 次印刷

定 价: 49.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题, 请向购买书店调换。若书店售缺, 请与本社发行部联系, 联系及邮购电话: (010)88254888。

质量投诉请发邮件至 zltz@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线: (010)88258888。

## 译者序

雷达技术经过半个多世纪的发展,所肩负的使命越来越重,但同时所面临的挑战也越来越严峻。隐身目标、复杂电磁干扰和杂波环境为雷达技术的发展提供全新的课题。

量子信息科学是量子物理与信息技术相结合发展起来的新学科,其以量子物理学为基础,开拓了与经典方式具有本质区别的全新的信息处理方式,用一种革命性的方式对信息进行编码、存储、传输和操纵,从而可以带来许多神奇的特性。由于量子信息科学可以突破经典信息系统的性能极限,被认为具有经典信息无法比拟的技术优势和发展前景。

量子雷达源于未来雷达的使命及所面临的诸多挑战而提出的新型探测概念和体制,量子雷达本质是利用光量子作为光频电磁波微观粒子,在目标散射和信号检测等方面,具有不同于传统电磁波的物理特性,提升雷达对于目标的探测性能,同时提升雷达的抗干扰、抗欺骗的能力。

因此,量子雷达是一项新兴技术,是一个值得深入探讨的新概念,在美国多个大学、研究中心得到关注及开展研究,为此,我们及时将 TTT Exelis 公司的 Marco Langagorta 博士所著的 *Quantum Radar* 一书组织翻译,该书对量子雷达理论进行了概述,但方法较有意义,给出了两种设想模型,提供了新的研究结果,这些对我们从事雷达技术相关研究的科技人员无疑是值得一读的一本书。

在本书的翻译过程中,周万幸、吴鸣亚、胡明春与金林组织、完成翻译和审校的全过程,并得到了预研部部长孙俊及江涛主任和中国科学技术大学朱冰教授等多位专家的帮助,在此深表感谢!另外,邓大松初译了第1章,沙舟初译了第2章,张蕾和邵余红初译了第3章,邵余红和张春雁初译了第4章,朱宝明和陈荣初译了第5章,冯晓磊和李明初译了第6章和第7章。在此,对他们所做的工作也一并表示感谢。

由于译者的水平有限,翻译过程中难免存在未尽和疏漏之处,敬请广大同行读者批评指正。

中国电子科技集团公司第十四研究所所长

1734



# 前言

近年来,科学攻关的主要领域之一就是利用量子现象,实现明显改进各种传统信息处理设备的性能。特别是,量子计算机和通信系统已被公认为将对信息基础设施产生革命性影响。

量子信息科技的进步对量子传感器的开发产生了巨大影响:即利用量子现象,提高传感器的灵敏度。

量子信息科学与量子传感技术之间的互动具有重大意义。比如,量子传感器的数学原理可以用“噪声量子通道”来表达。此外,随着量子计算技术发展而开发的量子操作技术有助于量子传感硬件的实现。

需指出的是,尽管量子传感技术的成熟度尚不及量子计算技术,但其工程化实现更简单。例如,一部量子计算机需要大量任意叠加的量子位元,且相干时间需足够长,实现众多门的复杂计算。而量子传感器仅需少量处于特定纠缠态的量子位元,且需要的量子处理工作较少。因此,要想构建虚拟量子计算机,必须先开发相关量子信息技术的实际应用,而开发量子传感器,似乎成为一个不错的近期选择。

量子雷达可探测、识别和分辨射频隐身平台和武器系统等。初步研究结果表明,与不采用纠缠光子的雷达相比,利用纠缠光子的量子雷达的分辨率的提高呈二次方增长。另外,量子雷达比传统雷达的目标能见度更高,且量子旁瓣为射频隐身目标的探测提供了一种新方法。

本书对量子雷达理论进行了简要概述。我们的方法具有教育意义。第1章阐述了量子雷达的研究动力。第2章描述了光子及其与物质相互作用的方程式。第3章将讨论光子的镜面反射,利用量子电动力学和干涉测量学对镜面反射进行独具一格的量子阐述。在第4章,我们将回顾经典雷达技术及相关的雷达截面积技术。第5章将详细阐述量子雷达理论,重点分析干涉式量子雷达和量子照射设备。最后,第6章详细讨论了量子雷达散射截面积,以及球形目标和矩形目标的雷达散射截面积样例。此外,本书还提供了一些新的研究结果,如多种大气条件下,X波段电磁波的量子干涉分析研究、量子雷达方程式推导、量子雷达干扰讨论等。

本书的读者对象需熟悉非相对论量子力学、狭义相对论和经典电动力学的基本原理。本书对量子电动力学及其在量子雷达中的应用阐述较为简单,但给出了所有的相关方程式。此外,读者并不需要具备任何经典雷达理论的专业知识。

Marco Lanzagorta

2011年7月

## 致 谢

非常感谢 Keye Martin 的良言和鼓励。我还要致谢 James McCracken, James Troupe 和 Jeffrey Uhlmann, 通看原稿并提出重要的改正、建议和意见。特别鸣谢 Bryan O'Gorman, 提供了雷达截面积仿真代码初版。当然, 我要对编辑 Mike Morgan 的鼓励与有力支持表示深深的感谢。最后, 还要感谢 Pam Lamb, 因为她的后勤支持使我的生活变得如此简单。

衷心地感谢美国海军研究办公室(ONR)量子信息科学基础研究挑战项目组和 ITT Exelis 公司提供的支持。

Marco Lanzagorta

2011 年 10 月

# 目 录

|                       |    |
|-----------------------|----|
| 第1章 导言 .....          | 1  |
| 1.1 雷达系统的改进需求 .....   | 1  |
| 1.2 从量子信息到量子传感器 ..... | 1  |
| 1.3 量子雷达技术 .....      | 2  |
| 1.4 量子雷达研究团体 .....    | 3  |
| 1.5 小结 .....          | 3  |
| 第2章 光子 .....          | 4  |
| 2.1 麦克斯韦方程 .....      | 4  |
| 2.2 量子化电磁场 .....      | 5  |
| 2.3 光子 .....          | 6  |
| 2.4 光子的相互作用 .....     | 8  |
| 2.5 经典限制 .....        | 9  |
| 2.6 光子定位 .....        | 10 |
| 2.7 光子探测 .....        | 11 |
| 2.8 光子波函数 .....       | 12 |
| 2.9 衰减介质中的传播 .....    | 14 |
| 2.9.1 经典光的衰减 .....    | 14 |
| 2.9.2 量子化光的衰减 .....   | 15 |
| 2.10 小结 .....         | 17 |
| 第3章 光子散射 .....        | 18 |
| 3.1 光线反射的物理特性 .....   | 18 |
| 3.2 原子-光子散射 .....     | 19 |
| 3.2.1 跃迁幅度 .....      | 20 |
| 3.2.2 散射截面积 .....     | 22 |
| 3.2.3 散射张量 .....      | 23 |
| 3.2.4 频率不变性 .....     | 24 |
| 3.2.5 散射截面积 .....     | 25 |
| 3.3 镜面-光子散射 .....     | 26 |
| 3.3.1 杨氏双缝实验 .....    | 26 |
| 3.3.2 杨氏双散射体实验 .....  | 28 |

|       |                   |    |
|-------|-------------------|----|
| 3.3.3 | 杨氏多散射体实验 .....    | 29 |
| 3.3.4 | 镜面反射的散射 .....     | 30 |
| 3.3.5 | 光子的经典路径 .....     | 31 |
| 3.4   | 展望 .....          | 33 |
| 3.4.1 | 好反射器 .....        | 33 |
| 3.4.2 | 镜面的尺寸 .....       | 34 |
| 3.4.3 | 原子间距离 .....       | 35 |
| 3.4.4 | 光子数量 .....        | 35 |
| 3.5   | 小结 .....          | 35 |
| 第4章   | 经典雷达理论 .....      | 36 |
| 4.1   | 雷达方程 .....        | 36 |
| 4.2   | 最大探测距离 .....      | 37 |
| 4.3   | 雷达干扰 .....        | 38 |
| 4.4   | 雷达散射截面积 .....     | 39 |
| 4.5   | 散射区域 .....        | 40 |
| 4.6   | 雷达 X 波段 .....     | 40 |
| 4.7   | 散射成因 .....        | 41 |
| 4.8   | 镜面和端部回波 .....     | 42 |
| 4.8.1 | 球面目标 .....        | 43 |
| 4.8.2 | 矩形目标 .....        | 44 |
| 4.8.3 | 几何结构、频率和副瓣 .....  | 47 |
| 4.9   | 光学区下的能量守恒 .....   | 49 |
| 4.10  | 雷达作为信息通道 .....    | 51 |
| 4.11  | 小结 .....          | 52 |
| 第5章   | 量子雷达理论 .....      | 53 |
| 5.1   | 远程量子传感器 .....     | 53 |
| 5.1.1 | 量子测量的一些固有局限 ..... | 53 |
| 5.1.2 | 远程量子传感器的分类 .....  | 55 |
| 5.1.3 | 单光子量子雷达 .....     | 55 |
| 5.1.4 | 纠缠光子量子雷达 .....    | 56 |
| 5.1.5 | 量子激光雷达 .....      | 56 |
| 5.2   | 干涉量子雷达 .....      | 56 |
| 5.2.1 | 量子干涉测量法 .....     | 57 |
| 5.2.2 | 衰减量子干涉测量法 .....   | 58 |
| 5.2.3 | 可分离态 .....        | 59 |



|       |                             |    |
|-------|-----------------------------|----|
| 5.2.4 | 大气量子干涉测量法                   | 60 |
| 5.2.5 | 自适应光学校正                     | 64 |
| 5.3   | 量子照明                        | 66 |
| 5.3.1 | 非纠缠光子                       | 66 |
| 5.3.2 | 纠缠光子                        | 68 |
| 5.3.3 | 灵敏度比较                       | 70 |
| 5.3.4 | 高斯状态                        | 71 |
| 5.3.5 | 纠缠测量法                       | 72 |
| 5.4   | 量子雷达干扰机                     | 72 |
| 5.5   | 量子雷达的物理实现                   | 73 |
| 5.5.1 | 发射机                         | 73 |
| 5.5.2 | 接收机                         | 74 |
| 5.6   | 小结                          | 75 |
| 第6章   | 量子雷达散射截面                    | 77 |
| 6.1   | 量子雷达散射截面的特性                 | 77 |
| 6.2   | 入射量子场和散射量子场                 | 78 |
| 6.3   | 量子雷达散射截面的定义                 | 79 |
| 6.4   | 量子雷达方程式                     | 80 |
| 6.5   | 矩形目标的 $\sigma_Q$ 仿真         | 81 |
| 6.5.1 | 解析式                         | 81 |
| 6.5.2 | 副瓣结构                        | 82 |
| 6.5.3 | $\sigma_Q$ 和 $\sigma_c$ 的对比 | 82 |
| 6.5.4 | 目标的几何结构                     | 84 |
| 6.5.5 | 作用距离的独立性                    | 84 |
| 6.5.6 | 小目标                         | 85 |
| 6.5.7 | 高频光子                        | 85 |
| 6.5.8 | 原子结构                        | 86 |
| 6.5.9 | 多光子                         | 86 |
| 6.6   | 小结                          | 90 |
| 第7章   | 结论                          | 91 |
| 7.1   | 待研究的问题                      | 91 |
| 7.2   | 结束语                         | 92 |
|       | 参考文献                        | 93 |

# 第1章 导 言

雷达起源于20世纪上半叶,是一种远距离传感技术<sup>[105]</sup>。虽然 Heinrich Hertz 于1886年首次发现无线电波可从固体目标反射回来,但科学家直到第一次世界大战才认识到,雷达可以成为一项新兴的战场技术。在两次世界大战期间,美、英、法、德、日、意和前苏联等所有主要军事大国均开始从事雷达研究。

1934年,美国海军研究实验室开发了世界上首部脉冲雷达,可实现目标探测并估算目标距离。此后,在第二次世界大战期间,雷达被证明是一个非常重要的战场工具<sup>[85]</sup>。比如,英国首次应用雷达装备探测空中目标,可提前知晓敌方战机的来袭。尽管存有疑义,但雷达在“大不列颠之战”中为盟军提供了关键优势<sup>[11]</sup>。自此之后,雷达在现代战场和民用领域获得了广泛发展。

## 1.1 雷达系统的改进需求

当前雷达系统的性能亟待改进,对隐身平台及其他目标的探测概率、识别与鉴别能力亟待提高。以下应用领域尤其需要对远距离传感器进行性能提升:

**军事领域:** 20世纪最后十年,只有美国掌握隐身技术<sup>[1,86]</sup>。但是现在,隐身技术已经越来越普遍了。

**空间探测:** 大量的自然和人造碎片环绕着我们的星球<sup>[54]</sup>。从小石块到旧卫星,这些目标对载人/无人的空间探测构成了极大风险。比如,STS-118因一个小物体而发生毁坏,造成外壳上出现一个直径达几厘米的洞<sup>[64]</sup>。

**行星防御:** 最近几年,地球防撞战略(跟踪那些可能处于撞地路径上的行星、彗星及其他天体)重新引起注意<sup>[78]</sup>。在这点上,彗星撞木星的 Shoemaker-Levy 9 事件让我们明白,更可怕的毁灭事件发生在我们星球是有可能的<sup>[107]</sup>。

如我们所看到的,量子信息技术将成为改进远程传感器系统的关键。

## 1.2 从量子信息到量子传感器

近年来,科学攻关的主要领域之一就是利用量子现象,明显改进各种传统信息处理设备的性能。特别是,量子计算机和通信系统已被公认为将对信息基础设施产生革命性的影响<sup>[81]</sup>。

大多数量子信息科学努力的主要动力是开发量子计算机,运行 Shor 算法,完成密码

分析。尽管构建能够分解大数质因子的成熟型量子计算机依旧遥远,但大量的理论和实验结果表明,量子现象是可以用于计算和通信领域的。

另外,量子信息科技的进步对量子传感器的开发也产生了巨大影响:即利用量子现象,提高传感器的灵敏度。近年来,行业内提出了多种量子传感器,包括磁力计、光电探测器和密度计。

此外,量子信息科学与量子传感技术之间的互动具有重大意义。比如,量子传感器的数学原理可以用“噪声量子通道”表达。此外,随着量子计算技术发展而开发的量子操作技术有助于量子传感硬件的实现。

需指出的是,尽管量子传感技术的成熟度尚不及量子计算技术,但其工程化实现却更简单。例如,一部量子计算机需要大量任意叠加的量子位元,且相干时间需足够长,实现众多门的复杂计算。而量子传感器仅需少量处于特定纠缠态的量子位元,且需要的量子处理工作较少。

因此,要想构建虚拟量子计算机,必须先进行相关量子信息技术实际应用的开发,而开发量子传感器,似乎成为一个不错的近期选择。

### 1.3 量子雷达技术

量子雷达可用于探测、识别和分辨射频隐身平台和武器系统等。在电子战场,正如20世纪末的射频隐身技术一样,量子雷达可能成为一项革命性的技术。量子雷达同样可用于行星防御和空间探测。

通过纠缠,量子雷达可以增强目标探测能力。系统依赖于纠缠叠加的光(光子)的量子态。一半光子被发送至目标,而另一半依旧留在接收机内。通过对目标反射回来的辐射光子与留在雷达内部的光子之间的符合测量,信号的探测能力得到了增强。同理,量子雷达用于可探测、识别和分辨隐身目标。

初步研究结果表明,与不采用纠缠光子的雷达相比,利用纠缠光子的量子雷达的分辨率以二次方的速率提高<sup>[67,97]</sup>。另外,对于同一个目标,量子雷达比传统雷达的有效探测距离更远,且量子旁瓣为射频隐身目标的探测提供了一种新方法<sup>[61]</sup>。

尽管还存在着实际的工程化实现问题,更直接地说,甚至有一些科研团队已经对构建量子雷达的前景存有疑虑,不过,至今尚无理论或实验结果表明,9 GHz的光子无法实现纠缠、发射和探测。

此外,荷兰莱顿大学的一个研究小组已经提出一种机械装置方案,可利用量子点产生纠缠态的微波光子<sup>[27]</sup>。Horodecki小组关于量子纠缠的著名评论中引用了该篇论文<sup>[47]</sup>。另一方面,西班牙 Pais Vasco 大学已经开发出多个工作在微波的单光子探测器理论模型<sup>[88,89]</sup>。此外,美国海军实验室(NRL)的研究表明,即使考虑到大气衰减因素,工作于9 GHz的量子雷达理论上可提高目标探测能力<sup>[97]</sup>。而且,第5章阐述的一份新分析表明,即使在大气衰减存在的情况下,采用超灵敏的量子干涉度量法可实现300 km探测

距离。上述的分析均采用了 Mitre 团队基于电磁场在外界环境中的量子化<sup>[52,68]</sup>而推导的纠缠衰减公式<sup>[32,33]</sup>。

需指出的是, 9 GHz 光子对应着雷达的微波频段, 确实, 雷达的 X 频段范围为 8 ~ 12 GHz, 并大量应用于导弹制导、海事雷达、气象、地面警戒和机场交通管制等<sup>[31,59,95,96]</sup>。因此, 工作于该频段的量子雷达将广泛适用于各类民用和军事环境。

## 1.4 量子雷达研究团体

如今, 有几个团队正在开展与量子雷达和远距离量子传感技术相关的研究工作, 其中包括林肯实验室的 Jeff Shapiro 和 Seth Lloyd<sup>[34,48,67,93,94]</sup>、美国海军研究实验室(NRL)的 James Smith<sup>[97]</sup>、路易斯安那州立大学 Jonathan Dowling<sup>[26,50,65]</sup>、哈佛大学 John Myers<sup>[71,79]</sup>、马里兰州立大学 Yanhua Shih<sup>[77]</sup>、Rochester 大学 Robert Boyd<sup>[72]</sup>、布里斯托尔大学 Usha Devi<sup>[102]</sup>、Pais Vasco 大学 Enrique Solano<sup>[88,89]</sup>、洛克希德·马丁公司 Ned Allen<sup>[2]</sup>、美国海军水面作战中心(NSWC) Dahlgren 分部的 James Troupe、ITT Exelis 公司 Marco Lanzagorta<sup>[61,62]</sup>等。此外, 美国国防高级研究计划局(DARPA)对量子雷达也表示了兴趣, 并提出“量子传感器计划”(QSP)<sup>[17]</sup>, 而美国海军研究办公室(ONR)最近组织了一场技术研讨会, 讨论量子雷达的可行性问题<sup>[82]</sup>。

## 1.5 小结

量子雷达是一项很有前景的技术, 将对民用和军事领域产生深刻影响。尽管量子传感技术并没有量子计算技术成熟, 但实现一部具有多量子位元的量子计算机所面临的工程化难度比设计一部可部署的量子传感器大得多。总之, 量子雷达是一项高风险、高回报的技术。无论如何, 量子雷达概念值得深入探讨。



## 第2章 光子

光子是量子电磁场的元激发,也就是说,电磁场是由光子组成的。量子电动力学(QED)是一种描述光子动力学及其与物质的交互关系的相对论理论<sup>[6, 40, 90, 106]</sup>。在欧洲核研究组织(CERN)进行的高精密试验中表明,到目前为止,QED是人类已知的最精确的物理理论<sup>[24]</sup>。

在本章及下一章内我们将简要回顾量子电磁场的基本结构,以及它们与非相对论物质场的关系式。这一特定类别的QED应用通常被称为量子光学<sup>[13, 68, 73, 92]</sup>。关于QED或量子光学的详细讨论不在本书的范畴之内,建议读者可另行参阅相关主题的其他文献。我们的重点是给出理解量子雷达机理(如脉冲生成和传播)所需要的公式,以及量子雷达发射信号非相对论物质目标之间的相互关系。

### 2.1 麦克斯韦方程

真空下的电磁场遵循麦克斯韦方程:

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{E}^{\textcircled{1}} &= 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{B} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\end{aligned}\quad (2.1)$$

该方程可以重写为:

$$\begin{aligned}\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} &= 0 \\ \nabla^2 \mathbf{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} &= 0\end{aligned}\quad (2.2)$$

这样可以更清楚地描述电磁波<sup>[8, 51]</sup>。

电磁场可以用矢量和标量,  $\mathbf{A}$  和  $\Phi$ , 表示如下:

$$\begin{aligned}\mathbf{B} &= \nabla \times \mathbf{A} \\ \mathbf{E} &= -\nabla \Phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}\end{aligned}\quad (2.3)$$

而且,这些对于标量 $\Lambda$ 的扩展来说是任意:

---

① 为便于读者阅读,本书符号表示形式尽量遵从了原著——编者注。



$$\begin{aligned} \mathbf{A} &\longrightarrow \mathbf{A}' = \mathbf{A} + \nabla \Lambda \\ \Phi &\longrightarrow \Phi' = \Phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \Lambda}{\partial t} \end{aligned} \quad (2.4)$$

这一关系被称为电磁场的规范自由度或规范不变性<sup>[51, 90]</sup>。

## 2.2 量子化电磁场

电磁场的正则量子化用符合麦克斯韦方程的量子算符<sup>[68, 73, 92]</sup>替代经典场<sup>①</sup>:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &\longrightarrow \hat{\mathbf{E}} \\ \mathbf{B} &\longrightarrow \hat{\mathbf{B}} \end{aligned} \quad (2.5)$$

因此, 电磁场之间的这些关系式在经典电动力学中成立, 在量子电动力学中同样成立。

例如, 光束经过具有不同电磁属性的两种介质的边界, 使用麦克斯韦方程并设定合适的场边界条件就可以计算出它的反射和折射<sup>[51]</sup>。因此, 量子电磁场的激发(即光子)越过边界时与经典场景具有完全相同的属性。

在体积为  $V$  的空腔内, 电磁场由动量  $\mathbf{k}$ 、频率  $\omega_{\mathbf{k}}$  和极化  $\lambda$  的元量子激发构成。量子场可以用这些元激发量表达为如下的傅里叶展开式:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{E}} &= \sum_{\mathbf{k}, \lambda} \mathbf{e}_{\mathbf{k}}^{(\lambda)} \mathcal{E}_{\mathbf{k}} \hat{a}_{\mathbf{k}, \lambda} e^{-i\omega_{\mathbf{k}}t + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} + h.c. \\ \hat{\mathbf{B}} &= \sum_{\mathbf{k}, \lambda} \frac{\mathbf{k} \times \mathbf{e}_{\mathbf{k}}^{(\lambda)}}{\omega_{\mathbf{k}}} \mathcal{E}_{\mathbf{k}} \hat{a}_{\mathbf{k}, \lambda} e^{-i\omega_{\mathbf{k}}t + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} + h.c. \end{aligned} \quad (2.6)$$

式中,  $h, c$  表示埃尔米特共轭,  $\mathcal{E}_{\mathbf{k}}^{(\lambda)}$  是极化矢量 ( $\lambda = 0, 1$ ), 且:

$$\mathcal{E}_{\mathbf{k}} = \sqrt{\frac{\hbar \omega_{\mathbf{k}}}{2\epsilon_0 V}} \quad (2.7)$$

湮没算符和产生算符,  $\hat{a}$  和  $\hat{a}^\dagger$ , 满足互易关系:

$$\begin{aligned} [\hat{a}_{\mathbf{k}, \lambda}, \hat{a}_{\mathbf{k}', \lambda'}] &= 0 \\ [\hat{a}_{\mathbf{k}, \lambda}^\dagger, \hat{a}_{\mathbf{k}', \lambda'}^\dagger] &= 0 \\ [\hat{a}_{\mathbf{k}, \lambda}, \hat{a}_{\mathbf{k}', \lambda'}^\dagger] &= \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \delta_{\lambda\lambda'} \end{aligned} \quad (2.8)$$

就湮没算符和产生算符来说, 可以用哈密顿函数得出与电磁辐射场相对应的算符:

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{H}}_R &= \frac{1}{2} \int dV \left( \epsilon_0 \hat{\mathbf{E}} \cdot \hat{\mathbf{E}} + \frac{1}{\mu_0} \hat{\mathbf{B}} \cdot \hat{\mathbf{B}} \right) \\ &= \sum_{\mathbf{k}, \lambda} \hbar \omega_{\mathbf{k}} \left( \hat{a}_{\mathbf{k}, \lambda}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}, \lambda} + \frac{1}{2} \right) \end{aligned} \quad (2.9)$$

讨论一单模场时, 它的能量算法的本征态为一 Fock 态。也就是说, 特征矢量的形式如下:

① 在量子力学中, 一般用“算符”来表示“运算符”——译者注。

$$|n_{\mathbf{k},\lambda}\rangle \quad (2.10)$$

该式表示动能为  $\mathbf{k}$  且极化为  $\lambda$  的有  $n$  个元量子场激发的状态。

产生和湮没运算符被用来增加或减少激发态的数目：

$$\begin{aligned} \hat{a}_{\mathbf{k},\lambda}^\dagger |n_{\mathbf{k},\lambda}\rangle &= \sqrt{n_{\mathbf{k},\lambda} + 1} |n_{\mathbf{k},\lambda} + 1\rangle \\ \hat{a}_{\mathbf{k},\lambda} |n_{\mathbf{k},\lambda}\rangle &= \sqrt{n_{\mathbf{k},\lambda}} |n_{\mathbf{k},\lambda} - 1\rangle \end{aligned} \quad (2.11)$$

因此，产生运算符可被用于定义来自量子真空态  $|0\rangle$  的光的任意量子态。例如，动能为  $\mathbf{k}$  且极化为  $\lambda$  的有  $n$  个元量子场激发的状态就可以用如下公式得出：

$$|n_{\mathbf{k},\lambda}\rangle = \frac{(\hat{a}_{\mathbf{k},\lambda}^\dagger)^n}{\sqrt{n!}} |0\rangle \quad (2.12)$$

对于量子雷达所感兴趣的大多数应用来说，电磁场辐射以光束的形式做直线运动。对于这些难题，用场的连续量子化来替代离散的空腔模式是很有用的<sup>[68, 92]</sup>。在此，量子化空间是无限的，和值被换算为一个积分值：

$$\sum_{\mathbf{k}} \rightarrow \frac{2V}{(2\pi)^3} \int d^3k \quad (2.13)$$

且算符变为：

$$\begin{aligned} \hat{a} &\rightarrow \sqrt{\frac{(2\pi)^3}{V}} \hat{a} \\ \hat{a}^\dagger &\rightarrow \sqrt{\frac{(2\pi)^3}{V}} \hat{a}^\dagger \end{aligned} \quad (2.14)$$

一维连续模式变量通常被取为光传播方向  $\mathbf{k}$  上的  $\omega$ ，而产生和湮没算符可用  $\hat{a}^\dagger(\omega)$  和  $\hat{a}(\omega)$  来简单表示。如此一来，非零的互易关系就可以写为

$$[\hat{a}(\omega), \hat{a}^\dagger(\omega')] = \delta(\omega - \omega') \quad (2.15)$$

而且，在连续模式的量子化中，对于真实电磁场的同等时间的互易关系式为：

$$\begin{aligned} [\hat{E}_i(\mathbf{r}, t), \hat{B}_j(\mathbf{r}', t)] &= -i\hbar c^2 \frac{\partial}{\partial t} \delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \\ [\hat{E}_i(\mathbf{r}, t), \hat{E}_j(\mathbf{r}', t)] &= 0 \\ [\hat{B}_i(\mathbf{r}, t), \hat{B}_j(\mathbf{r}', t)] &= 0 \end{aligned} \quad (2.16)$$

式中， $(i, j, l)$  构成电磁场三个矢量分量上的循环置换。因此， $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{B}$  的正交分量是不能同时测量的<sup>[92]</sup>。

## 2.3 光子

在电磁辐射库仑规范中，矢量和标量位满足如下关系式：

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{A} &= 0 \\ \Phi &= 0 \end{aligned} \quad (2.17)$$

且电磁场用如下公式给出:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \\ \mathbf{B} &= \nabla \times \mathbf{A} \end{aligned} \quad (2.18)$$

在该规范中, 麦克斯韦方程被简化为矢量势  $\mathbf{A}$  的单波方程式:

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = 0 \quad (2.19)$$

矢量势的正则量子化得出:

$$\hat{\mathbf{A}} = \sum_{\mathbf{k}, \alpha} \left( \mathbf{A}_{\mathbf{k}\alpha} \hat{a}_{\mathbf{k}\alpha} + \mathbf{A}_{\mathbf{k}\alpha}^* \hat{a}_{\mathbf{k}\alpha}^\dagger \right) \quad (2.20)$$

式中:

$$\mathbf{A}_{\mathbf{k}\alpha} = \sqrt{4\pi} \frac{\mathbf{e}^\alpha}{\sqrt{2\omega}} e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \quad (2.21)$$

其中:

$$\omega = |\mathbf{k}| \quad (2.22)$$

且场的分量满足正交性条件:

$$\int \mathbf{A}_{\mathbf{p}\alpha} \cdot \mathbf{A}_{\mathbf{q}\beta}^* d^3x = \frac{2\pi}{\omega} \delta_{\mathbf{p}\mathbf{q}} \delta_{\alpha\beta} \quad (2.23)$$

在以上公式中,  $\mathbf{e}^\alpha$  是两个场极化矢量 ( $\alpha=0, 1$ )。根据电磁辐射库仑规范条件可得

$$\nabla \cdot \hat{\mathbf{A}} = \nabla \cdot \sum_{\mathbf{k}, \alpha} \left( \mathbf{A}_{\mathbf{k}\alpha} \hat{a}_{\mathbf{k}\alpha} + \mathbf{A}_{\mathbf{k}\alpha}^* \hat{a}_{\mathbf{k}\alpha}^\dagger \right) = 0 \quad (2.24)$$

并因此有:

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{e}^\alpha = 0 \quad \forall \alpha, \mathbf{k} \quad (2.25)$$

这是一个横向性条件, 据此建立正交于电磁波传播方向的电磁场。

而且,  $\hat{a}_{\mathbf{k}\alpha}$  和  $\hat{a}_{\mathbf{k}\alpha}^\dagger$  分别是电磁场的湮没和产生算符, 且满足:

$$\begin{aligned} \langle N_{\mathbf{k}\alpha} - 1 | \hat{a}_{\mathbf{k}\alpha} | N_{\mathbf{k}\alpha} \rangle &= \sqrt{N_{\mathbf{k}\alpha}} \\ \langle N_{\mathbf{k}\alpha} | \hat{a}_{\mathbf{k}\alpha}^\dagger | N_{\mathbf{k}\alpha} - 1 \rangle &= \sqrt{N_{\mathbf{k}\alpha}} \end{aligned} \quad (2.26)$$

电磁势的量子态贴签为  $N_{\mathbf{k}\alpha}$ , 也就是说, 动量为  $\mathbf{k}$  且极化为  $\alpha$  的电磁矢量势的  $N$  个元量子激发。

在量子电动力学中, 习惯于将光子视为电磁矢量势的量子激发<sup>[90, 106]</sup>。但是, 也可以定义为真实电磁场的元激发。的确, 通过电磁势和麦克斯韦方程式, 这些量子场的函数表达被直接关联起来了<sup>[73]</sup>。

## 2.4 光子的相互作用

众所周知,电磁场与带电粒子是相互作用的。在最小耦合量子电动力学中,光子是与带电粒子耦合的中性规范场<sup>[90, 106]</sup>。用协变导数替换自由粒子非交互动力学方程中的标准导数项就可以得出描述带电粒子与光子之间相互作用的方程式<sup>[90, 106]</sup>。

例如,狄拉克-拉格朗日方程中用狄拉克旋量 $\psi$ 描述的质量为 $m$ 的非交互费米子就是:

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi \quad (2.27)$$

式中, $\gamma^\mu$ 是狄拉克矩阵, $\partial_\mu$ 是标准4阶导数:

$$\partial_\mu = \left( \frac{\partial}{\partial t}, \nabla \right) \quad (2.28)$$

然后,将 $\partial_\mu$ 代换为协变导数 $D_\mu$ 就可以导出电磁相互作用:

$$D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu \quad (2.29)$$

式中, $e$ 是费米子电荷, $A_\mu$ 是洛伦兹协变电磁势:

$$A_\mu = (\phi, -\mathbf{A}) \quad (2.30)$$

因此,相互作用的费米子用拉格朗日算符描述为:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= i\bar{\psi}\gamma_\mu D^\mu\psi - m\bar{\psi}\psi \\ &= i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi + e\bar{\psi}\gamma^\mu A_\mu\psi \end{aligned} \quad (2.31)$$

即带电费米子和光子之间的相互作用可用下式得出:

$$I_{f,\gamma} = e\bar{\psi}\gamma^\mu A_\mu\psi \quad (2.32)$$

该式涉及两个费米子场和一个光子场。

该相互作用的物理意义参见图 2.1。光子和费米子之间的相互作用可以简单地描述为光子吸收过程或光子发射过程<sup>[16, 40]</sup>。要注意的是,根据相互作用项 $I_{f,\gamma}$ ,这些费恩曼图中的每一个都包括两条费米子线和一条光子线。因此,所有的电磁相互作用都精简为光子吸收和/或发射的过程<sup>①</sup>。

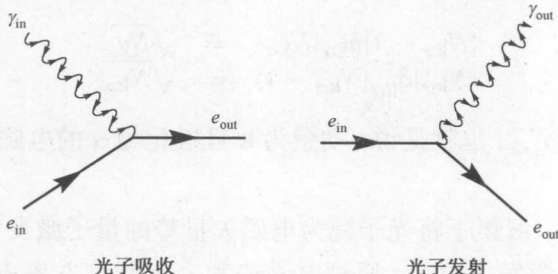


图 2.1 最小耦合量子电动力学: 只用光子吸收或光子发射描述光与物质之间的相互作用

① 尽管我们推导出的是相对论表达式,但这些结果在非相对论范畴内也成立。