

現代初中教科書

幾何

題詳解

陳元亨 編著

壽孝天 校閱

上海東方文學社印行

現代初中教科書

幾何

習題詳解

第一編 緒論

教科書內第4面 目解題

1. 一枝沒有削過的圓鉛筆有幾個平面？幾條線？是直線麼？

● 未削過的圓鉛筆兩頭各有一平面，都是曲線所圍成的。

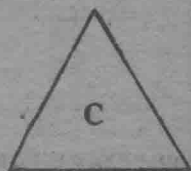
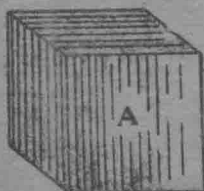
2. 課堂內的黑板有幾個面？幾條線？幾個交點？

● 黑板有 6 個面，12 條線，8 個交點。

3. 黑板的面都是平面麼？線都是直線麼？

● 黑板的面都是平面，線都是直線。

4. 下面的幾個圖形那個表示立體？那個表示平面？



● A 表示立體，B, C 表示平面。

5. 一條絲線，一根頭髮，繃直了好算線段麼？

● 一根絲線或頭髮繃直了，那所成的線的方向是處處一樣的，所以可算爲線段。

6. 拿鉛筆沿直尺畫一條線段，這線段同幾何上理想的線段有什麼分別？

● 幾何上理想的線段是有位置，有方向，有長，而無關，然筆畫的直線，總有少許的闊，但是很小，可以不計，我們只計其位置，方向，長短，就夠了，所以能代表幾何上的線段。

7. 你要試驗桌子的面是不是平面，用什麼法子？

● 把直尺的一邊緊挨桌面，對着亮處將尺移來移去，若桌面與尺邊處處重合，不漏一點光兒，那桌面就是平的。

教科書內第 6 至 7 面 目解題

1. 畫一條長 9 寸，又一條長 7 寸的線段，求他們的和同差。

● 假若拿 $\frac{1}{2}$ 寸代表一寸，其畫法如下：

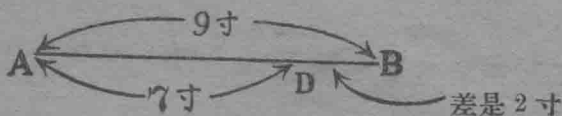


9 寸同 7 寸的和是 16 寸

* 本編因限於紙幅，不夠將題裏所說的尺寸照樣畫出，只得依比例的法子縮小，以後的實驗題也是照樣類推。

這兩線的和是 $AC = AB + BC = 9 \text{ 寸} + 7 \text{ 寸} = 16 \text{ 寸}$

這兩線的差是 $DB = AB - AD = 9 \text{ 寸} - 7 \text{ 寸} = 2 \text{ 寸}$

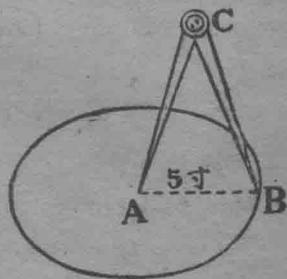


2. 無限直線有沒有端點？線段有幾個端點？圓有麼？

● 無限直線有兩端，但向對方伸張到無限遠，線段有兩端點，但圓沒有端點。

3. 用圓規畫一個半徑五寸的圓。

● 先將圓規 ACB 的兩腳放開，使 AB 的距離是 5 寸（如右圖）將 A 腳駐定 A 點，做圓心，旋轉 B 腳，就成了半徑五寸的圓。



4. 在地圖上離開某處一里路的地方，你用什麼法子去標他出來？

● 以某處做圓心，以一里的距離做半徑，畫一個圓，所以凡是為這圓周所穿過的地方，都是離某處一里路的距離。

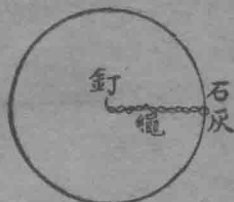
5. 解釋“地震波及到一百里外”這句話在幾何學上的意義。

● 地震的發動點是圓心，一百里的距離是半徑，所以凡是在這半徑百里的圓內的地方，都受地震的波及。

6. 給你一隻釘一條繩，一塊石灰，你能

在地上畫一個圓麼？用什麼法子？

● 先將繩的一端繫釘，一端繫石灰，再將釘釘在地上，把繩繃直做半徑，用手持着有石灰的一端，沿鐵釘旋轉，就畫成了一個圓。



教科書內第12至13面 目解題

1. 直角是平角的幾分之幾？是週角的幾分之幾？

● $1 \text{ 直角} = \frac{1 \text{ 平角}}{2} = \frac{1 \text{ 週角}}{4}$

2. 一直角有幾度？直角的補角是什麼角？

● 1 直角有 90° ，因兩角的和恰是兩直角，便互稱補角，所以直角的補角是 $(2 \text{ 直角} - 1 \text{ 直角} = 1 \text{ 直角})$ 。

3. 72° 的角是鈍角還是銳角？銳角的補角是什麼角？

● $72^\circ < 90^\circ$ ， $\therefore 72^\circ$ 的角是銳角，其補角是鈍角。

4. 135° 的角是不是鈍角？鈍角的補角是什麼角？

● $135^\circ > 90^\circ$ ， $\therefore 135^\circ$ 是鈍角，其補角是銳角。

5. 175° 的角是不是優角？ 197° 是鈍角還是優角？

● $175^\circ < 180^\circ$ ， $\therefore 175^\circ$ 的角是鈍角 ($175^\circ > 90^\circ$)

$197^\circ > 180^\circ$ ， $\therefore 197^\circ$ 的角是優角。

6. $22^\circ 17' 5''$ 應當怎樣讀法？

● 讀二十二度,十七分,五秒。

7. $\angle AOB$ 是直角, OC 是他的平分線, OD 同 OC 成一直線, 那麼 $\angle AOD$ 有幾度? $\angle BOD$ 同 $\angle AOD$ 有什麼關係?

● 既知 CO 平分直角 $\angle AOB$

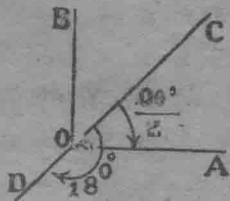
那麼 $\angle COA = 90^\circ \div 2 = 45^\circ$

$\therefore \angle AOD = \angle COD - \angle COA$

$$= 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

照樣找出 $\angle BOD$ 也是 135°

$\therefore \angle BOD = \angle AOD$



8. $\angle a$ 同 $\angle c$ 是互為補角, 那麼 $\angle b$ 同 $\angle d$ 有什麼關係?

● 因 $\angle a, \angle b, \angle c, \angle d$ 所成的是一周角,

$\therefore \angle a + \angle b + \angle c + \angle d = 360^\circ$

$$\frac{\angle a + \angle c}{\angle b + \angle d} = 180^\circ \text{ (相減)}$$

$\therefore \angle b$ 同 $\angle d$ 是互為補角. (因兩角的和恰是兩直角)

9. 假使 $\angle AOB$ 是平角, $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4 = \angle 5 = \angle 6$, 各等於幾度? 又問 $\angle AOC$ 是什麼角?

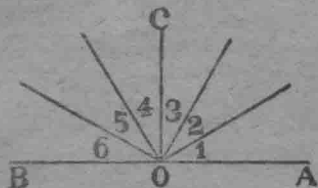
● $\angle 1 = \angle AOB$ 的 $\frac{1}{6} = 180^\circ \div 6 = 30^\circ$

$\therefore$ 各角都是 30° .

$\angle AOC = \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$

$$= 3 \times 30^\circ = 90^\circ$$

$\therefore \angle AOC$ 是直角.



10. 時鐘在兩點, 三點, 四點鐘時, 兩針各成什麼角?

● 時鐘在二點鐘時是 $2 \times 30^\circ = 60^\circ$ (是銳角)

時鐘在三點鐘時是 $3 \times 30^\circ = 90^\circ$ (是直角)

時鐘在四點鐘時是 $4 \times 30^\circ = 120^\circ$ (是鈍角)

11. 時鐘長針每走十分鐘,轉過幾度的角?

● 時鐘長針每走十分,轉過 ($2 \times 30^\circ = 60^\circ$) 的角

12. 時鐘兩針在幾時成平角,那幾時成直角,那幾時成銳角,那幾時成鈍角?

● 六點鐘成平角. 三點,九點成直角,

一點,兩點,十點,十一點成銳角.

四點,五點,七點,八點,成鈍角.

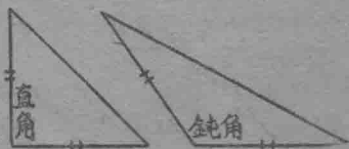
教科書內第16面 目解題

1. 等邊三角形都是等腰的麼? 等腰三角形都是等邊的麼?

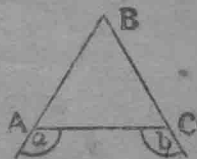
● 等邊三角形都是等腰的. 但等腰三角形不都是等邊的.

2. 直角三角形有等腰的麼? 鈍角三角形有等腰的麼?

● 直角三角形與鈍角三角形,都有等腰的.



3. $\triangle ABC$ 是等角三角形,延長 BA 邊所成的 A 角的鄰角 $\angle a$,和延長 BC 邊所成的 C 角的鄰角 $\angle b$,有什麼關係?



● 既知 $\angle a$ 是在BA的延線上, $\angle b$ 是在BC的延線上,那麼 $\angle BAC + \angle a = \angle ACB + \angle b = 180^\circ$ 又 $\triangle ABC$ 是等角.

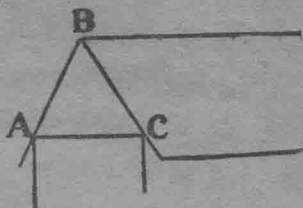
$$\therefore \angle BAC = \angle ACB$$

(兩式相減)

$$\therefore \angle a = \angle b$$

4. 指出屋子外面的等腰三角形.

● 一個屋子側面的上部(如右圖的 $\triangle ABC$)所成的三角形,總是等腰,也有許多屋子是做成等邊的.



5. 舉幾個等邊三角形的例.

● 用器中凡是三個脚的物件,那三隻脚便是等邊三角形的三頂點,如三隻脚的圓桌,三角鈴等等.

教科書內第17面 理解題

1. 找出 34° ; $28^\circ 15'$; $78^\circ 16' 45''$ 的餘角.

● 34° 的餘角 $= 90^\circ - 34^\circ = 56^\circ$

$28^\circ 15'$ 的餘角 $= 90^\circ - 28^\circ 15' = 61^\circ 45'$

$78^\circ 16' 45''$ 的餘角 $= 90^\circ - 78^\circ 16' 45'' = 11^\circ 43' 15''$

2. 找出 85° ; $54^\circ 15'$; $120^\circ 6' 7''$ 的補角.

● 85° 的補角 $= 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$

$54^\circ 15'$ 的補角 $= 180^\circ - 54^\circ 15' = 125^\circ 45'$

$120^\circ 6' 7''$ 的補角 $= 180^\circ - 120^\circ 6' 7'' = 59^\circ 53' 53''$

3. 兩餘角相差 21° ,問那兩角各是幾度?

● 設所求的角等 x 度

則 $X^\circ + (X^\circ + 21^\circ) = 90^\circ$

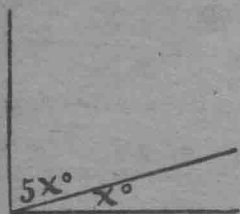
$$2X^\circ = 90^\circ - 21^\circ = 69^\circ$$

$$X^\circ = 34^\circ 30'$$

$$X^\circ + 21^\circ = 55^\circ 30'$$

$\therefore$ 那兩角一個是 $34^\circ 30'$, 一個是 $55^\circ 30'$

4. 一角是他的餘角的五倍問這兩角各是幾度?



● 設 X° = 一角的度數

$5X^\circ$ = 他角的度數

$$X^\circ + 5X^\circ = 90^\circ$$

$$6X^\circ = 90^\circ$$

$$\therefore X^\circ = 15^\circ$$

$$5X^\circ = 75^\circ$$

5. 一角是他的補角的 $\frac{3}{4}$, 問兩角各是幾度?

● 設 X° = 一角的度數

$180^\circ - X^\circ$ = 他的補角的度數

$$X^\circ = \frac{3}{4}(180^\circ - X^\circ)$$

$$4X^\circ = 540^\circ - 3X^\circ$$

$$7X^\circ = 540^\circ$$

$$\therefore X^\circ = 77^\circ \frac{1}{4}$$

$$180^\circ - X^\circ = 102^\circ \frac{3}{4}$$

教科書內第20面 理解題

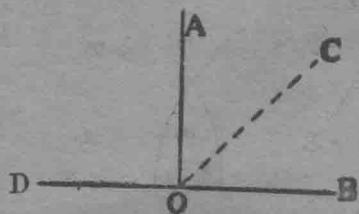
1. 用量角器試驗 §29 的圖裏面 $\angle A, \angle B, \angle C$ 是不是各角等於 $\angle A', \angle B', \angle C'$?

● 用量角器量得 $\angle A = 55^\circ = \angle A'$

$$\angle B = 35^\circ = \angle B'$$

$$\angle C = 90^\circ = \angle C'$$

2. 在一直線上畫一條垂線。再畫直角的平分線。

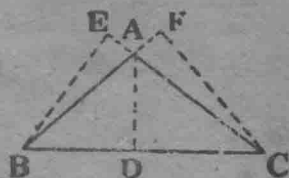
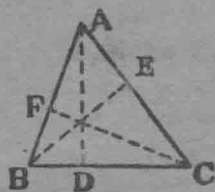


- AO 是 BD 的垂線
 $\angle AOB$ 是直角
 CO 是 $\angle AOB$ 的平分線

3. 畫一個三角形的三個高。

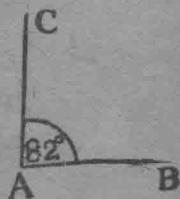
● 畫三角形 ABC，將三角板的直角一邊比齊 BC 線，一邊比齊 A 點，畫一直線 AD，則 AD 為由 A 點畫到 BC 的垂線，(就是底邊 BC 的高)

同樣的再畫 BE 與 CF，如右兩圖。
 則 BE 是底 AC 的高，CF 是 AB 的高。



4. 畫一個 82° 的角。

● 先畫直線 AB，將量角器的中心點與 A 點相合，底邊落在 AB 線上，再沿刻度處數 82° ，用筆誌 1 小點 C，聯結 AC 即得 82° 。



教科書內第22面 實驗題

1. 作每邊 2 吋的等邊三角形。

- 作直線 AB，2 吋長，用 A 做圓心，AB 做半徑畫 m

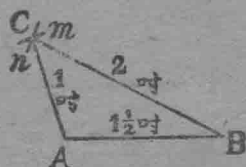
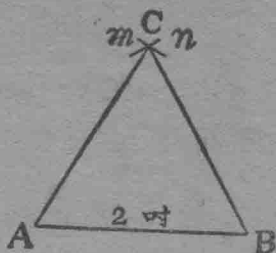
弧,再用B做圓心,AB做半徑畫 n 弧交 m 弧於C. 聯AC與BC兩線.

則 $AC=BC=AB$

∴ $\triangle ABC$ 是等邊三角形

2. 作三邊是2吋, $1\frac{1}{2}$ 吋, 同1吋的一個三角形.

● 先作AB線長 $1\frac{1}{2}$ 吋. 用A做圓心, 1吋做半徑畫 m 弧, 再用B做圓心, 2吋做半徑畫 n 弧, 交 m 弧於C. 畫AC同BC兩線, 則 $\triangle ABC$ 為所求的三角形.

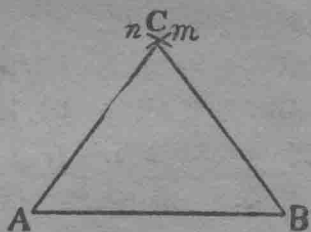


3. 作一個等腰三角形.

● 任取一直線AB. 用A做圓心, AC任意長做半徑, 畫 n 弧. 再用B做圓心, AC做半徑, 畫 m 弧交 n 弧於C. 則 $AC=BC$

∴ $\triangle ABC$ 為等腰.

4. 海口對岸, 各有A炮台, 相隔16哩遠. 甲台的炮可以射到12哩遠, 乙台的祇能射到10哩. 畫圖表示兩炮都打得到的地方. 量這個圖形, 求出敵艦駛過火線時, 所經最短的距離.

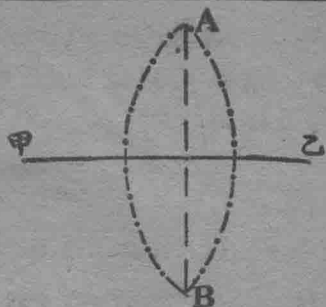


● 令1樞代表4哩, 則4樞代表16哩. 3樞代表甲台能射的12哩, $2\frac{1}{2}$ 樞代表乙台能射的10哩. 用甲點做圓心, 3樞做半徑, 畫弧. 再用乙點做圓心, $2\frac{1}{2}$ 樞做半徑, 畫

弧則兩弧所圍的地方，便是兩炮都打得到的地方，AB就是敵艦駛過火線時最短的距離。量AB的距離得 $3\frac{3}{4}$ 哩（即15哩）

$$\therefore 1\text{ 哩} : 3\frac{3}{4}\text{ 哩} = 4\text{ 哩} : X$$

$$X = 15\text{ 哩}$$



教科書內第26至27面 目解題

1. 沿直尺畫直線，根據了什麼公理沒有？根據了什麼公法沒有？

● 沿直尺畫直線根據了 §41 幾何公理 (1), (2), 根據了 §42 公法 (1).

2. 用刻有分寸的尺去量線段的長短，可以說明什麼公理？

● 用刻有分寸的直尺，量線段可以知道他的長短，是說明 §41 幾何公理 (1).

3. 假使有叁條尺，一條曉得是直的，你能根據什麼公理，用什麼法子去驗定其它兩條是不是直尺？

● 根據幾何公理之〔推論二〕，用曉得的一條作標準，把他條與直尺比齊，若他的邊與直尺處處相合，則他尺亦為直尺。

4. 兩條線可以決定一點麼？何以呢？

● 兩條線可定一點，因兩線相交只有一點（見公理 2 之推論一）

5. 兩點可以決定一線麼? 何以呢?

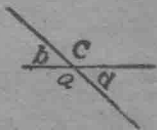
● 兩點可以定一直線, 因通連兩點只有一直線, (見幾何公理2).

教科書內第30面 實驗題

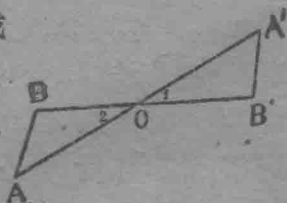
1. 畫相交兩直線, 用量角器驗出是不是有兩對相等的角?

● 用量角器量第37面 §50 定理的兩對角, 就得 $\angle a = \angle b = 60^\circ$ $\angle c = \angle d = 120^\circ$

又 如右圖裏量得 $\angle a = \angle c = 140^\circ$
 $\angle b = \angle d = 40^\circ$



2. 畫兩直線相交, 截取 $OA = OA'$ $OB = OB'$, 量出是不是 $AB = A'B'$, $\angle A = \angle A'$, $\angle B = \angle B'$, $\angle 1 = \angle 2$.

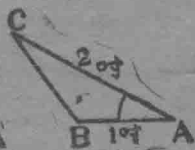
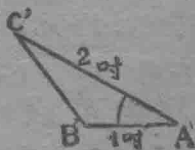


● 用圓規量得 $AB = A'B' = (\quad)$ 吋 用量角器量得 $\angle A = \angle A' = (\quad)^\circ$ $\angle B = \angle B' = (\quad)^\circ$, $\angle 1 = \angle 2 = (\quad)^\circ$

3. 畫兩三角形 ABC 同 $A'B'C'$. 令 $AB = A'B' = 1$ 吋, $AC = A'C' = 2$ 吋, $\angle A = \angle A' = 30^\circ$. 再量出是不是 $\angle B = \angle B'$, $\angle C = \angle C'$, $BC = B'C'$.

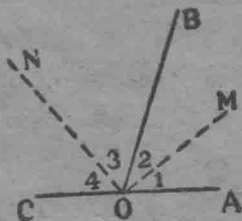
● 用圓規量得 $BC = B'C' = 1\frac{1}{4}$ 吋

用量角器量得 $\angle B = \angle B' = 126.5^\circ$
 $\angle C = \angle C' = 23.5^\circ$



教科書內第35面 理解題

1. 在 $\angle AOC$ 裏面畫
OB 線段, 又畫 $\angle BOC$ 同
 $\angle BOA$ 的平分線 ON 同 OM
那 $\angle MON$ 是一隻什麼角?



● $\angle AOC$ 是平角, OM 平分 $\angle BOA$
ON 平分 $\angle BOC$

● $\angle MON$ 是什麼樣的角?

● $\angle 2 = \frac{\angle AOB}{2}$ ($\because$ OM 是 $\angle BOA$ 的平分線)

$\angle 3 = \frac{\angle BOC}{2}$ ($\because$ ON 是 $\angle BOC$ 的平分線)

$$\angle 2 + \angle 3 = \frac{1}{2}(\angle AOB + \angle BOC) \quad (\text{以上兩式相加})$$

$$= \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$$

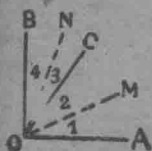
$$(\because \angle AOB + \angle BOC = \angle AOC = 180^\circ)$$

$$\angle MON = 90^\circ \quad (\because \angle MON = \angle 2 + \angle 3)$$

2. 在 $\angle AOB$ 直角裏面畫 OC 線段; 平分
 $\angle AOC$ 同 $\angle COB$ 畫 OM 同 N, 這樣做成的
 $\angle MON$ 是多少度?

● $\angle AOB$ 為直角 OM 平分 $\angle AOC$ ON 平分 $\angle BOC$

● $\angle MON$ 有幾度?



$$\angle 3 = \frac{1}{2} \angle BOC$$

$$\angle 2 = \frac{1}{2} \angle AOC$$

$$\angle 3 + \angle 2 = \frac{1}{2}(\angle BOC + \angle AOC)$$

$$= \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$$

$$\therefore \angle MON = 45^\circ$$

(理由)*

ON 平分 $\angle BOC$

OM 平分 $\angle AOC$

上兩式相加

$$\angle BOA = 90^\circ$$

$$\angle 3 + \angle 2 = \angle MON$$

3. 從 OC 線段上一點 A 畫垂線 AB , 又在 AB 兩側引 AM AN , 使 $\angle BAM = \angle BAN$. 那剩下來的 $\angle MAC$ 同 $\angle NAO$ 有什麼關係?

● $CO \perp AB$, $\angle 1 = \angle 2$

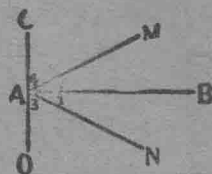
● $\angle 3$ 同 $\angle 4$ 有什麼關係?

●

(理由)*

$$\left. \begin{array}{l} \angle 4 + \angle 2 = 90^\circ \\ \angle 3 + \angle 1 = 90^\circ \end{array} \right\} CO \perp AB$$

$$\therefore \angle 4 = \angle 3 \quad \angle 1 = \angle 2$$



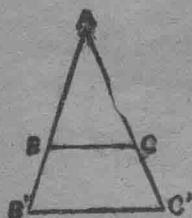
4. 從等腰 $\triangle ABC$ 的頂點 A 延長兩腰 AB 同 AC 到 B' 同 C' , 使 $AB' = AC'$. 那 BB' 同 CC' 有什麼關係?

● $\triangle ABC$ 同 $\triangle AB'C'$ 都是等腰 $\triangle$
 $AB = AC \quad AB' = AC'$

● BB' 同 CC' 有什麼關係?

●

(理由)*



$$BB' + AB = AB'$$

$$CC' + AC = AC'$$

$$\therefore BB' = CC'$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{分量的和, 等於全} \\ \text{量, 見 §43 (6)} \end{array} \right\} \begin{array}{l} AB' = AC', AB = AC \end{array}$$

* 凡解證幾何各步定要有相當的理由, 本編為易於了解起見特將解證與理由兩部用豎線分開。

第二編 直界形

教科書內第40面 目解題

1. 如圖1, 已知 $OA = OA'$, $OB = OB'$, 那麼 $\triangle AOB \equiv \triangle A'OB'$. 詳細的說出理由來.

● AA' 與 BB' 交於 O
 $OA = OA'$ $OB = OB'$

● ● $\triangle AOB \equiv \triangle A'OB'$

● 在 $\triangle AOB$ 同 $\triangle A'OB'$ 裏

$OA = OA'$ | 已設

$\angle 2 = \angle 1$ | 對頂角相等

$OB = OB'$ | 已設

$\therefore \triangle AOB \equiv \triangle A'OB'$ | 兩 $\triangle$ 的兩邊及夾角對應相等.

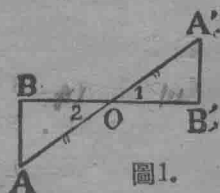


圖1.

2. 如圖2, $\angle 1 = \angle 2$, $AB = AB'$, 那麼 $\triangle ABC \equiv \triangle AB'C$ 詳細說出理由來.

● $\angle 1 = \angle 2$

$AB = AB'$

● ● $\triangle ABC \equiv \triangle AB'C$

● 在 $\triangle ABC$ 同 $\triangle AB'C$ 裏面

$\angle 2 = \angle 1$ | 已設

$AB = AB'$ | 已設

$AC = AC$ | 兩 $\triangle$ 公共的一邊

$\therefore \triangle ABC \equiv \triangle AB'C$ | 兩邊及夾角對應相等

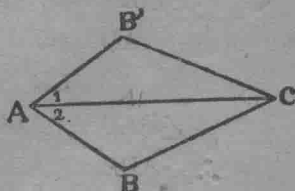


圖2.

3. 正方形是各邊相等, 各角都是直角

的四邊形。如圖3, $ABCD$ 是個正方形, E 是 AD 的中點, 證明 $\triangle AEB \cong \triangle DEC$ 。

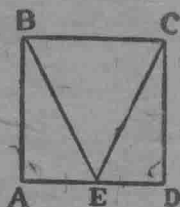


圖3.

● $ABCD$ 是個正方形
則 $AB=BC=CD=DA$

E 是 AD 的中點

● ● $\triangle AEB \cong \triangle DEC$

● 在 $\triangle AEB$ 同 $\triangle DEC$ 裏面

$$AB=CD$$

$$AE=DE$$

$$\angle A = \angle D = \angle R$$

$$\therefore \triangle AEB \cong \triangle DEC$$

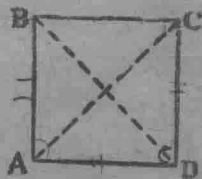
已設

E 為 AD 的中點

正方形各角都是直角

兩邊及夾角對應相等

4. 如圖4, $ABCD$ 是一個正方形, 試證明 $\triangle ADB \cong \triangle ADC$ 。



● $ABCD$ 是一正方形

● ● $\triangle ADB \cong \triangle ADC$

● 在 $\triangle ADB$ 同 $\triangle ADC$ 裏面

$$AD=AD$$

$$AB=CD$$

$$\angle BAD = \angle ADC$$

$$\therefore \triangle ADB \cong \triangle ADC$$

公共邊

□各邊相等

□的各角都是直角

兩邊及夾角對應相等

教科書內第42面 目解題

1. 設 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, 證明 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ 。