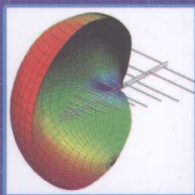
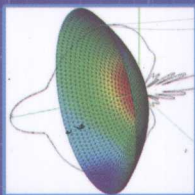
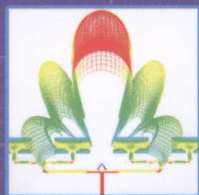


电磁场仿真分析系列

FEKO 5.4

电磁场分析技术与 实例详解



阎照文 苏东林 袁晓梅 编 著



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

电磁场仿真分析系列

FEKO 5.4 电磁场分析技术与实例详解

阎照文 苏东林 袁晓梅 编著



1102

重庆科技学院图书馆



1304887



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内 容 提 要

FEKO 是目前国内比较流行的高频电磁场计算软件,其主要算法是矩量法(MOM)、物理光学法(PO)、一致性几何绕射理论(UTD)、快速多极子求解方法(MLFMM)等,适合求解天线辐射问题、电磁散射问题和电磁兼容问题。

本书比较详细地介绍 FEKO 5.4 的基本原理和分析方法,内容包括:FEKO 基础、CADFEKO 操作指南、POSTFEKO 指南、EDITFEKO 指南、卡片介绍、FEKO 求解天线问题实例、FEKO 求解 RCS 问题实例、FEKO 求解传输线问题以及 FEKO 的优化技术、时域技术、自适应频率采样技术等。

本书适合于从事高频电磁场计算的教师、研究生和高年级本科生使用,也适合从事电磁场计算的科技人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

FEKO 5.4电磁场分析技术与实例详解 / 阎照文, 苏东林, 袁晓梅编著. — 北京: 中国水利水电出版社, 2013.4

(电磁场仿真分析系列)

ISBN 978-7-5170-0580-3

I. ①F… II. ①阎… ②苏… ③袁… III. ①电磁场—有限元分析—应用软件 IV. ①0441.4-39

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第011982号

策划编辑: 杨元泓 责任编辑: 宋俊娥 封面设计: 李 佳

书 名	电磁场仿真分析系列 FEKO 5.4 电磁场分析技术与实例详解
作 者	阎照文 苏东林 袁晓梅 编著
出版发行	中国水利水电出版社 (北京市海淀区玉渊潭南路1号D座 100038) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: mchannel@263.net (万水) sales@waterpub.com.cn
经 售	电话: (010) 68367658 (发行部)、82562819 (万水) 北京科水图书销售中心(零售) 电话: (010) 88383994、63202643、68545874 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	北京万水电子信息有限公司
印 刷	永清县晔盛亚胶印有限公司
规 格	170mm×240mm 16开本 19.25印张 473千字
版 次	2013年4月第1版 2013年4月第1次印刷
印 数	0001—3000册
定 价	68.00元

凡购买我社图书,如有缺页、倒页、脱页的,本社发行部负责调换
版权所有·侵权必究

前 言

FEKO 是目前国内外比较流行的电磁场高频计算软件,其主要算法是矩量法(MOM)、物理光学法(PO)、一致性几何绕射理论(UTD)、快速多极子求解方法(MLFMM)等。目前最新版本是 5.4。FEKO 是比较容易学习和上手的软件,但是要真正掌握其内涵,还需要在理论和实践方面多下工夫理解和练习。

虽然 FEKO 容易学习,但是初学者在学习和使用的过程中还是会碰到一定的困难。这主要是因为一方面需要通过查阅大量的英文帮助,使学习的速度和效率变得很慢,另一方面 FEKO 的卡片在使用时还有许多技巧需要掌握。本书就是在这样的背景下编写的。本书的目的是把 FEKO 中最重要的核心内容搜集在一起,把大量的资料归类整理,按照中国人的习惯进行编辑加工,使本书更适合阅读和查找。此外,本书把大量的例子分类编写,从各个方面练习建模过程和卡片的使用技巧,使读者更容易理解和学习,也使本书更适合作为教科书。

本书包括 10 章内容。第 1 章主要讲述 FEKO 的算法基础、FEKO 的基本操作过程和一般指导说明。第 2 章是 FEKO 的建模工具——CADFEKO 的详细介绍,本章主要是根据手册翻译和整理而成的,内容比较详细,目的是让读者方便阅读和查找。第 3 章是后处理模块——POSTFEKO 的详细介绍,主要介绍几何模型显示方法以及 3D、2D 结果显示方法。第 4 章是卡片编辑器 EDITFEKO 的介绍,主要介绍如何在 EDITFEKO 中进行命令流(卡片)的编写、编辑、运行等语法规则。第 5 章是几何建模卡片的介绍,第 6 章是控制卡片的介绍,这两章介绍得不是很详细,主要是因为一是受篇幅所限,二是卡片的使用方法非常复杂,在具体使用时需要查阅“使用手册”。第 7 章是 FEKO 在天线分析设计方面的例题分析,给出几种典型天线的分析方法。第 8 章是 FEKO 在求解电磁散射(RCS)方面的应用实例。第 9 章是 FEKO 在求解波导传输线结构方面的应用实例。第 7~9 章分类编写例题,目的是让读者更方便理解和练习,也更方便查找使用方法和技巧。第 10 章是 FEKO 的优化技术、时域技术、自适应频率采样技术简介,本章起到抛砖引玉的作用,目的是让读者了解 FEKO 更多的功能,其详细的使用方法可参考“使用手册”。

本书由阎照文、苏东林、袁晓梅编写,其中阎照文编写第 1、7、8、9、10 章,苏东林编写第 2、3 章,袁晓梅编写第 4、5、6 章,全书由阎照文统稿。此外,研究生付路、张兰兰、于晓丰、田国亮、姜英杰、王涛、栗伟珉、韩轶峰、王刚、车明明、韩雅静、王向晖、刘焱、王冰切、翟禹、哈聪颖、康骊、宜娜参与了本书的部分编写工作,在此向他们表示感谢。

本书的出版得到了“北京市属市管高校人才强教计划资助项目”的资助,在此表示感谢。

虽然编写者付出了大量的艰苦工作来规划、思考、编写本书的结构章节和内容,但由于时间紧迫,缺点与错误在所难免;本书是否能达到编写者的初衷,是否能让读者满意,还需要实践的检验。编写者欢迎关于本书的任何批评与赐教,联系地址: yanzhaowen@buaa.edu.cn。

编 者
于北京航空航天大学
2009 年 8 月

目 录

前言

第1章 FEKO 基础	1
1.1 FEKO 概述	1
1.2 矩量法基础	2
1.2.1 矩量法基本理论	2
1.2.2 用四边形单元对电场积分方程的离散	3
1.2.3 用三角形单元对电场积分方程的离散	10
1.2.4 远场的近似表示	14
1.2.5 奇异点的处理方法	15
1.2.6 空间三角形的积分方法	20
1.3 物理光学法 (PO) 基础	21
1.3.1 无源区散射场的积分方程	21
1.3.2 散射场的物理光学近似	22
1.3.3 Gordon 面元积分法求散射场	22
1.3.4 涂敷介质面元的散射	23
1.4 一致性几何绕射理论 (UTD) 基础	24
1.4.1 基本原理	24
1.4.2 射线类型	25
1.5 FEKO 基本操作过程	28
1.5.1 例 1 贴片天线实例	28
1.5.2 例 2 EMC 耦合问题	38
1.6 一般指导	43
1.6.1 剖分指导	43
1.6.2 标签的使用	45
1.6.3 利用对称性	46
1.6.4 介质体	47
1.6.5 文件名说明	48
1.6.6 对结果的有效性检查	48
1.7 前处理器 PREFEKO	49
1.7.1 概述	49
1.7.2 符号变量	49
1.7.3 FOR/NEXT 循环	49
1.7.4 IF/ELSE/ENDIF 结构	50
1.7.5 符号节点名	51

1.7.6 PRINT 和 EXIT 命令	51
第2章 CADFEKO 操作指南	52
2.1 使用 CADFEKO	52
2.1.1 CADFEKO 概述	52
2.1.2 三维视图	55
2.1.3 树形结构	60
2.1.4 变量参数	62
2.1.5 选择项目	64
2.1.6 删除项目	66
2.1.7 点输入	66
2.1.8 局部直角坐标	67
2.1.9 属性	68
2.1.10 注释编辑器	68
2.1.11 消息文件和 log 文件	69
2.1.12 获取帮助	69
2.1.13 快捷键	69
2.2 CADFEKO 建模	70
2.2.1 定义单位	70
2.2.2 几何扩展	70
2.2.3 建模	71
2.2.4 几何模型操作	74
2.2.5 产生简单原型——删除部件的创建历史记录	79
2.2.6 几何的有效性检查	80
2.2.7 创建网格	80
2.2.8 网格的验证和编辑	83
2.2.9 优化网格	86
2.2.10 变换	87
2.2.11 装配图	88
2.3 在 CADFEKO 中定义求解特性	89
2.3.1 使用有损耗媒质	89
2.3.2 设置材料属性	90
2.3.3 设置频率	94
2.3.4 设置总的激励源功率	95
2.3.5 独立于几何体的源	95

2.3.6 在几何体上设置端口、源和负载.....	98	3.8 得到帮助	129
2.3.7 无穷大的面——Green 函数和 地平面.....	101	3.9 快捷键	129
2.3.8 求解的控制.....	102	第 4 章 EDITFEKO 指南.....	131
2.3.9 求解.....	103	4.1 EDITFEKO 概述.....	131
2.3.10 模型确认.....	107	4.2 EDITFEKO 工具条.....	132
2.3.11 运行的组成部分.....	107	4.2.1 文件控制工具条.....	132
2.3.12 在 EDITFEKO 中处理 CADFEKO 模型.....	108	4.2.2 编辑和窗口工具条.....	132
第 3 章 POSTFEKO 指南.....	110	4.3 EDITFEKO 中的菜单项.....	133
3.1 引言.....	110	4.3.1 文件菜单.....	133
3.2 POSTFEKO 概述.....	110	4.3.2 编辑菜单.....	133
3.2.1 会话、模型和结果的概念.....	110	4.3.3 几何卡片和控制卡片菜单.....	134
3.2.2 打开 POSTFEKO.....	112	4.3.4 运行菜单.....	134
3.2.3 启动其他的 FEKO 组件.....	112	4.3.5 窗口菜单.....	134
3.3 显示几何模型.....	112	4.3.6 帮助菜单.....	134
3.3.1 缩放/旋转/移动模型.....	113	4.4 EDITFEKO 中的参数.....	135
3.3.2 模型视图控制面板.....	113	4.4.1 外观标签.....	135
3.3.3 点与点之间的距离.....	117	4.4.2 选项标签.....	135
3.4 显示 3D 结果.....	117	4.5 PREFEKO 模式.....	135
3.4.1 3D 结果的选择.....	117	4.5.1 产生输入卡片.....	135
3.4.2 普通设置.....	118	4.5.2 可变编辑器.....	137
3.4.3 3D 结果类型.....	119	4.6 OPTFEKO 模式.....	137
3.5 显示 2D 结果.....	121	4.6.1 参数标签.....	137
3.5.1 2D 结果控制面板.....	121	4.6.2 罚函数标签.....	138
3.5.2 缩放和移动图形.....	124	4.6.3 优化标签.....	138
3.5.3 2D 结果选择.....	124	4.6.4 目标函数标签.....	138
3.5.4 电流和电荷图形.....	124	4.7 重要的按键.....	138
3.5.5 源数据图.....	125	第 5 章 几何建模卡简介.....	140
3.5.6 S 参数图形.....	125	5.1 几何卡概述.....	140
3.5.7 功率数据图形.....	125	5.2 建立“点”卡.....	141
3.5.8 无辐射网络图形.....	126	5.2.1 **卡.....	141
3.5.9 远场图.....	126	5.2.2 DP 卡.....	141
3.5.10 近场图.....	127	5.2.3 LA 卡.....	141
3.5.11 数值序列描述.....	127	5.2.4 CB 卡.....	142
3.5.12 加载并保存原始数据.....	127	5.2.5 IP 卡.....	142
3.5.13 POSTFEKO 中的.pfg 图形和 导入 GraphFEKO 中的.wfg 图形.....	128	5.2.6 RM 卡.....	142
3.6 输出 3D/2D 图形.....	128	5.3 建立“线段”卡.....	142
3.7 查看文本输出文件.....	129	5.3.1 BL.....	142
		5.3.2 CL.....	143
		5.3.3 HE.....	143
		5.3.4 WG.....	143

5.4 建立“面”卡	144	5.10 建模结束标志卡	155
5.4.1 BP 卡	144	第6章 控制卡简介	156
5.4.2 BQ 卡	144	6.1 控制卡概述	156
5.4.3 BT 卡	144	6.2 循环控制卡	157
5.4.4 EL 卡	145	6.3 媒质控制卡	157
5.4.5 KK 卡	145	6.3.1 BO	157
5.4.6 KR 卡	146	6.3.2 SK	157
5.4.7 KU	146	6.3.3 GF	158
5.4.8 NU 卡	146	6.3.4 DI	158
5.4.9 PB 卡	147	6.3.5 CO	159
5.4.10 PH 卡	147	6.4 加载阻抗负载卡	159
5.4.11 PM 卡	147	6.4.1 LD	159
5.4.12 TO 卡	148	6.4.2 LE	159
5.4.13 ZY 卡	148	6.4.3 LP	160
5.5 建立“介质”卡	148	6.4.4 LS	160
5.5.1 ME	148	6.4.5 LZ	160
5.5.2 DK	149	6.4.6 L4	160
5.5.3 DZ	149	6.5 复合功能卡	161
5.5.4 QU	150	6.5.1 TL	161
5.5.5 QT	150	6.5.2 CG	161
5.6 “物理光学法”卡	150	6.5.3 CF	161
5.6.1 FO	150	6.5.4 CA	162
5.6.2 KA	151	6.6 激励源卡	162
5.6.3 KL	151	6.6.1 A0	162
5.6.4 PO	151	6.6.2 A1	163
5.6.5 VS	151	6.6.3 A2	163
5.7 有限元和快速多级子卡	152	6.6.4 A3	163
5.7.1 FM	152	6.6.5 A4	163
5.7.2 FP	152	6.6.6 A5	164
5.8 几何绕射理论法卡	152	6.6.7 A6	164
5.8.1 PY	152	6.6.8 A7	165
5.8.2 UT	153	6.6.9 AE	165
5.8.3 UZ	153	6.6.10 AF	165
5.9 几何模型修改卡	153	6.6.11 AI	166
5.9.1 SY	153	6.6.12 AP	166
5.9.2 SF	154	6.6.13 AR	167
5.9.3 TG	154	6.6.14 AS	167
5.9.4 TP	154	6.6.15 AV	168
5.9.5 CN	155	6.6.16 AW	168
5.9.6 IN	155	6.6.17 AC	169

6.6.18	FR	169
6.6.19	PW	169
6.7	输出控制卡	169
6.7.1	DA	169
6.7.2	OS	170
6.7.3	PS	170
6.7.4	OF	171
6.8	电磁场计算卡	171
6.8.1	FF	171
6.8.2	FE	171
6.8.3	RA	172
6.8.4	SP	172
6.8.5	CM	172
6.8.6	SA	172
6.9	文件结束标志卡	173
第7章	FEKO 求解天线问题实例	174
7.1	例1 用 MOM/FEM 耦合法计算肌肉球内的电场分布	174
7.2	例2 地面上的介质谐振天线	177
7.3	例3 使用理想接收天线模型进行天线耦合计算	182
7.4	例4 喇叭天线	187
7.5	例5 微带线馈电的圆贴片天线	192
7.6	例6 Yagi-Uda 天线	195
7.7	例7 UHF 天线阵	200
7.8	例8 埋入地面里的线天线	212
7.9	例9 介质板上的贴片天线	215
7.10	例10 对数周期天线	221
7.11	例11 阻抗匹配偶极子天线耦合	224
第8章	FEKO 求解 RCS 问题实例	230
8.1	例1 薄介质片的 RCS 计算	230
8.2	例2 使用 MLFMM 计算三角锥的 RCS	233
8.3	例3 磁场探针	235
8.4	例4 用面等效电流法计算介质球的 RCS	239
8.5	例5 用体等效电流法计算介质球的 RCS	242
8.6	例6 带有涂层金属球的 RCS 计算	244

8.7	例7 用物理光学法并考虑棱边修正项计算金属立方体的 RCS	247
第9章	FEKO 求解传输线问题实例	252
9.1	例1 屏蔽电缆内部耦合场计算	252
9.2	例2 波导结构的 S 参数计算	256
9.3	例3 双线传输线输入阻抗	259
9.4	例4 地平面上带状线的 S 参数计算	261
9.5	例5 同轴电缆	266
9.6	例6 另一种方法重新求解例5	272
9.7	例7 微带滤波器	280
第10章	优化技术、时域技术及自适应频率采样技术简介	285
10.1	FEKO 求解优化问题 (OPTFEKO)	285
10.1.1	*.pre 文件	285
10.1.2	*.opt 文件	287
10.1.3	创建一个新的*.opt 文件	287
10.1.4	定义优化参数	288
10.1.5	定义罚函数	288
10.1.6	定义优化过程	288
10.1.7	定义目标函数	288
10.1.8	运行优化	289
10.1.9	观察结果	289
10.2	FEKO 求解时域问题 (TIMFEKO)	290
10.2.1	*.pre 文件	290
10.2.2	*.tim 文件	292
10.2.3	创建一个新的*.tim 文件	293
10.2.4	定义脉冲形式	293
10.2.5	定义频率块	296
10.2.6	定义归一化	296
10.2.7	定义激励输出	296
10.2.8	定义时间点	296
10.2.9	运行 TIMEFEKO	297
10.2.10	观察结果	297
10.3	FEKO 求解自适应问题 (ADAPFEKO)	298
10.3.1	描述	298
10.3.2	运行 ADAPFEKO	298
10.3.3	*.pre 输入文件	299
10.3.4	例题	299

第 1 章 FEKO 基础

1.1 FEKO 概述

FEKO 是德文 **FE**ldberechnung bei **K**örpem mit beliebiger **O**berfläche 的缩写,意思是任意形状物体的电磁场计算。

FEKO 的核心算法是矩量法。对于金属导体,首先计算导体表面的面电流分布;对于介质体,首先计算介质体表面的等效面电流和等效面磁流。有了面电流之后,就可以计算近场、远场、RCS、方向图或者天线的输入阻抗。

对于电大尺寸物体,可以用物理光学法(PO)和一致性几何绕射理论(UTD)求解。FEKO 中 PO 和 UTD 与 MOM 已经耦合到了一起(目前 UTD 只限于平板、多边形面和圆柱)。对于电小尺寸物体用 MOM 精度高一些,对电大尺寸物体用 UTD 精度高一些。可以使用 MOM 和 PO 或者 MOM 和 UTD 的耦合方法,对关键区域使用 MOM 方法,对其他区域(比如大的平板或圆柱金属面)使用 PO 或 UTD。

从 FEKO 4.2 开始,增加了快速多极子求解器(MLFMM),它可以极大地节省内存和 CPU 时间,这一技术与 PO 和 UTD 相比是很精确的,它不是基于特殊的高频近似方法。

对介质体/磁体,FEKO 中的 MOM 应用不同的技术,比如面等效原理、体等效原理、平面多层介质的特殊格林函数、对涂层或薄介质板的近似处理等。从 5.0 开始,FEKO 加入了有限元法(FEM),可以执行 MOM/FEM 混合求解,这一方法特别适合于非均匀物体的求解。对非均匀介质体,FEM 比 MOM 需要较少的内存。

目前的版本只能施加时域谐波激励源,所以只能在频域中计算。FEKO 使用时间换算因子 $e^{j\omega t}$ 。FEKO 可施加不同的激励源,包括平面波、缝隙上的各种电压降(在一线段上或三角形边上)、磁环电流(TEM-frill,用于同轴线馈电)和强加电流以及场模式。

FEKO 界面有三个主要组成部分:CADFEKO、EDITFEKO 和 POSTFEKO。CADFEKO 用于建立几何模型和剖分。几何模型也可以在文件编辑器 EDITFEKO 中用命令来定义,形成一个以*.pre 为后缀的文件。在 EDITFEKO 中也可以设置求解参数。前处理器/剖分器 POSTFEKO 处理该文件,并生成*.fek 文件,即 FEKO 实际计算的代码。

PREFEKO 也可以直接导入 FEMAP 通用格式、NASTRAN、PATRAN、AutoCAD*.dxf、STL、ANSYS*.cdb 格式的剖分模型。还可以导入*.dxf 文件的实体模型,并可以剖分该模型。

FEKO 的 ASCII 码(*.out)和二进制码(*.bof)输出文件包含所有的结果信息。求解得到的场值和电流可以在 POSTFEKO 中以三维或二维的形式显示出来。POSTFEKO 不仅可以用于后处理,也可以在求解前显示 FEKO 的几何模型、激励源、所定义的近场点分布情况等。

1.2 矩量法基础

1.2.1 矩量法基本理论

矩量法基于叠加原理，用于解线性方程。设方程为

$$L(f) = g \quad (1-1)$$

其中 L 代表线性算子， f 是待求函数， g 是激励函数。用矩量法解方程 (1-1) 是把 f 在算子的定义域内用已知函数族 $\{f_n\}$ 展开，

$$f = \sum_{n=1}^{\infty} I_n f_n \quad (1-2)$$

I_n 是待求的系数， f_n 称为基函数。上式取有限项代入式 (1-1)，则方程式两边一般不会严格相等，而只是近似相等，

$$L \left[\sum_{n=1}^N I_n f_n(r') \right] \approx g(r) \quad (1-3)$$

问题是如何确定出有限个 I_n ，以使近似解尽可能好地逼近准确解。把式 (1-3) 两边的差定义为残差（又称为余量） $R(r)$ ，

$$R(r) = L \left[\sum_{n=1}^N I_n f_n(r') \right] - g(r) \quad (1-4)$$

如果求得精确解则 $R(r)=0$ ，但一般得不到精确解，我们的目的是使 $R(r)$ 尽量小。具体做法是选一组已知函数 $\{W_m\}$ ，称为权函数，使残差 $R(r)$ 与所有的 W_m 的内积（即与 W_m 相乘后在算子域上积分）为零，

$$\langle W_m(r), R(r) \rangle = 0 \quad (m=1, 2, \dots, N) \quad (1-5)$$

（内积又称为求矩量，故得名矩量法）于是导致含有 N 个未知数 I_n 的线性方程组

$$\sum_{n=1}^N I_n \langle W_m, L(f_n) \rangle = \langle W_m, g \rangle \quad (m=1, 2, \dots, N) \quad (1-6)$$

表示成矩阵方程即

$$[Z][I] = [V] \quad (1-7)$$

其中 $[Z]$ 是 $N \times N$ 阶方阵，称为广义阻抗矩阵。解方程 (1-7) 求得 $[I]$ ，即得到原方程 (1-1) 的近似解。

当选 $\{W_m\}$ 与 $\{f_n\}$ 相同时，称为伽略金法。可以证明它与求解变分问题的瑞利—里兹法等效。为了省略求内积的积分运算，选权函数为 δ 函数，称为点匹配法。基函数又分为整域基函数（每个 f_n 都在整个算子域上定义，且除个别点外不为零）和子域基函数（各 f_n 仅在子区域 Δ_n 上不为零，在 Δ_n 以外为零）。一种常用的子域基函数是脉冲基函数：

$$f_n(r') = P_n(r') = \begin{cases} 1, & r' \in \Delta_n \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1-8)$$

它是假设待求量 f 在各子区域 Δ_n 内为常数 I_n 。选择合适的基函数、权函数和算子的近似公式，使在满足一定精度要求下计算时间最短，有关的问题仍是当前的研究课题。

1.2.2 用四边形单元对电场积分方程的离散

本节介绍矩量法中用四边形网格离散曲面问题。例如图 1-1 所示的散射体，它的表面为有限长正圆柱曲面。

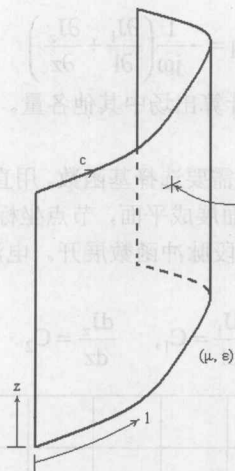


图 1-1 有限长圆柱散射体

1.2.2.1 边界面上的微积分方程

设如图 1-1 所示的有限长完纯导体受外施源 $\mathbf{J}^i$ 和 $\mathbf{M}^i$ 的作用，散射体处于均匀媒质 μ 和 ϵ 中。在 $z=\text{常数}$ 的平面内，柱体表面由轮廓 c 所界定， c 可以是闭合或开口的。边界面上的点用弧长 l 和 z 坐标表示。

设 c 为开口的，因此需用电场积分方程决定边界面上的感应电流。按导体表面 $\mathbf{E}$ 切向分量为零的条件可得下列一对耦合的标量方程：

$$\left. \begin{aligned} -j\omega A_l(r) - \frac{\partial}{\partial l} \Phi(r) &= -E_l^i(r) \\ -j\omega A_z(r) - \frac{\partial}{\partial z} \Phi(r) &= -E_z^i(r) \end{aligned} \right\} \quad r \in S \quad (1-9)$$

式中 A 和 Φ 分别为向量磁位和标量电位，它们由感应电流的二个分量产生。右端项的 $\mathbf{E}^i$ 由 $\mathbf{J}^i$ 和 $\mathbf{M}^i$ 的作用决定。 A 和 Φ 与电流的关系如下式所示：

$$A(r) = \mu \int_S \mathbf{J}(r') G(r, r') dS' \quad (1-10)$$

$$\Phi(r) = \frac{1}{\epsilon} \int_S q(r') G(r, r') dS' \quad (1-11)$$

式中 q 为表面电荷， G 为三维格林函数，也称基本解，其表达式为

$$G(r, r') = \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} \quad (1-12)$$

式中 $R = |r - r'|$ ， $k = \omega\sqrt{\mu\epsilon}$ 是媒质的波数。电荷与电流间的关系，根据电流连续性原理，可得

$$q = -\frac{1}{j\omega} \nabla_s \cdot \mathbf{J} \quad (1-13)$$

边界面上的电流有两个分量，表示为

$$\mathbf{J}(l, z) = J_l(l, z)\mathbf{l} + J_z(l, z)\mathbf{z} \quad (1-14)$$

则式(1-13)变为

$$q = -\frac{1}{j\omega} \left(\frac{\partial J_l}{\partial l} + \frac{\partial J_z}{\partial z} \right) \quad (1-15)$$

联立上述方程即可确定 $\mathbf{J}$ ，通过 $\mathbf{J}$ 可计算出场中其他各量。

1.2.2.2 基函数的选择

当用矩量法解 EFIE 方程时，首先需要选择基函数。用直线逼近一些相关联的点是方便的，柱体的表面用矩形单元分割，并把柱面展成平面，节点坐标和单元标号如图 1-2 所示。单元总数为 $(M+1) \times (N+1)$ 。设电荷密度用分段脉冲函数展开。电流与电荷成一次导数关系，则电流应该用三角函数展开，即有

$$\frac{dJ_l}{dl} = C_1, \quad \frac{dJ_z}{dz} = C_2 \quad (1-16)$$



图 1-2 曲面展开图

其中 C_1 和 C_2 是常数，上式意味着 J_l 和 J_z 是沿该电流方向的线性函数，而在垂直方向可以附加以该方向坐标为变量的任意函数。但电流基函数应满足在垂直于边界的方向上无电流的附加条件，为了简便，可把任意函数取为常数，表面电流为

$$\begin{aligned} J_l &= C_1 l + f_1 \\ J_z &= C_2 z + f_2 \end{aligned} \quad (1-17)$$

这种沿电流方向用三角函数展开，而在垂直方向用分段常数脉冲展开的基函数称为屋顶状基函数，常用符号 Λ 表示，如图 1-3 所示。每一个矩形子域通常可和相邻的四个基函数相联系，见图 1-4。表面电流 J_l 和 J_z 用屋顶状函数展开的近似式为

$$\left. \begin{aligned} J_l(r) &\approx \sum_{n=1}^{N+1} \sum_{m=1}^M J_{mn}^l \Lambda_{mn}^l(r) \\ J_z(r) &\approx \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^{M+1} J_{mn}^z \Lambda_{mn}^z(r) \end{aligned} \right\} \quad (1-18)$$

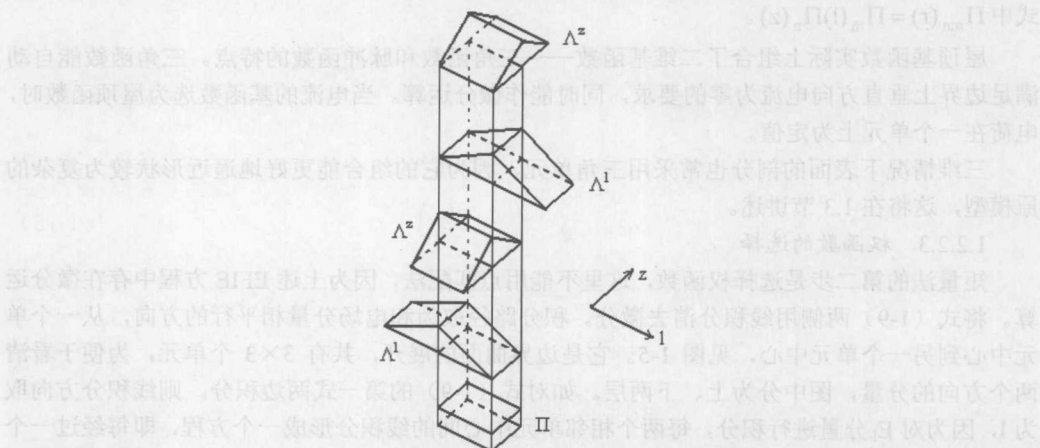


图 1-3 屋顶状基函数

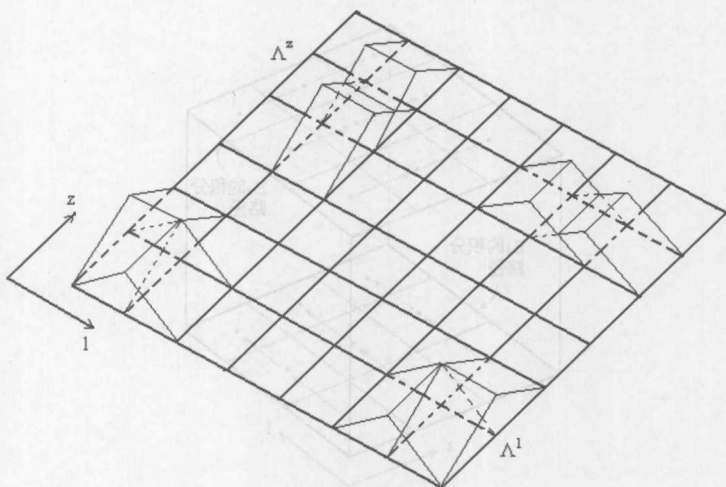


图 1-4 曲面展开成平面

式中 J_{mn}^l 和 J_{mn}^z 为未知系数，上标表示坐标分量。屋顶函数的定义为

$$\begin{cases} \Lambda_{mn}^l(r) = \Lambda_m(l)\Pi_n(z) \\ \Lambda_{mn}^z(r) = \Lambda_n(z)\Pi_m(l) \end{cases} \quad (1-19)$$

这里 $r=r(l,z)$, Λ_m 和 Λ_n 是三角函数, Π_n 和 Π_m 是分段脉冲函数, 电荷由式 (1-15) 和式 (1-17) 等可得

$$q(r) = \frac{j}{\omega} \left\{ \sum_{m=1}^{M+1} \sum_{n=1}^{N+1} J_{mn}^l \left[\frac{\Pi_{mn}(r)}{l_m - l_{m-1}} - \frac{\Pi_{m+1,n}(r)}{l_{m+1} - l_m} \right] + \sum_{m=1}^{M+1} \sum_{n=1}^N J_{mn}^z \left[\frac{\Pi_{mn}(r)}{z_n - z_{n-1}} - \frac{\Pi_{m,n+1}(r)}{z_{n+1} - z_n} \right] \right\} \quad (1-20)$$

式中 $\Pi_{mn}(r) = \Pi_m(l)\Pi_n(z)$ 。

屋顶基函数实际上组合了二维基函数——三角函数和脉冲函数的特点。三角函数能自动满足边界上垂直方向电流为零的要求，同时能作微分运算。当电流的基函数选为屋顶函数时，电荷在一个单元上为定值。

三维情况下表面的剖分也常采用三角单元，因为它的组合能更好地逼近形状较为复杂的原模型，这将在 1.3 节讲述。

1.2.2.3 权函数的选择

矩量法的第二步是选择权函数，这里不能用点匹配法，因为上述 EFIE 方程中存在微分运算。将式 (1-9) 两侧用线积分消去微分。积分路径取为和电场分量平行的方向，从一个单元中心到另一个单元中心，见图 1-5。它是边界曲面的展开，共有 3×3 个单元，为便于看清两个方向的分量，图中分为上、下两层。如对式 (1-9) 的第一式两边积分，则线积分方向取为 1，因为对 E_l 分量进行积分，每两个相邻单元中心间的线积分形成一个方程，即每经过一个剖分边界可得一个方程。为保证方程的独立性，路径应按网孔的树来选择。图 1-5 中的路径所得方程是独立的。最后方程数等于电流未知系数的总数。

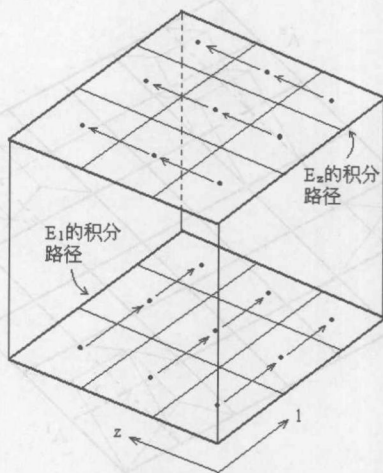


图 1-5 积分路径

梯度线积分有如下性质

$$\int_{S_{j-1/2}}^{S_{j+1/2}} \nabla \Phi \cdot S dS = \int_{S_{j-1/2}}^{S_{j+1/2}} \frac{\partial \Phi}{\partial S} dS = \Phi(S_{j+1/2}) - \Phi(S_{j-1/2}) \quad (1-21)$$

S 可以是 l 或 z ；而 j 可以是 m 或 n 。对式 (1-9) 的第一式积分，有

$$j\omega \int_{l_{m-1/2}}^{l_{m+1/2}} A_l(l, z_{n-1/2}) dl + \Phi(l_{m+1/2}, z_{n-1/2}) - \Phi(l_{m-1/2}, z_{n-1/2}) = \int_{l_{m-1/2}}^{l_{m+1/2}} E_l^i(l, z_{n-1/2}) dl \quad (1-22)$$

$$m = 1, 2, \dots, M$$

$$n = 1, 2, \dots, N+1$$

积分式 (1-9) 的第二式, 有

$$\begin{aligned}
 j\omega \int_{z_{n-1/2}}^{z_{n+1/2}} A_z(l_{m-1/2}, z) dl + \Phi(l_{m-1/2}, z_{n+1/2}) - \Phi(l_{m-1/2}, z_{n-1/2}) = \\
 \int_{z_{n-1/2}}^{z_{n+1/2}} E_z^i(l_{m-1/2}, z) dz \\
 m = 1, 2, \dots, M+1 \\
 n = 1, 2, \dots, N
 \end{aligned} \quad (1-23)$$

当 E^i 和 $A(r)$ 在积分路径上相对地是光滑函数, 变化缓慢; 而某一个剖分单元中心用 r 表示时, 上述两式可得以下简单形式:

$$\begin{aligned}
 j\omega A_l(r_{m,n-1/2}) \cdot (r_{m+1/2,n-1/2} - r_{m-1/2,n-1/2}) + \Phi_l(r_{m+1/2,n-1/2}) - \Phi_l(r_{m-1/2,n-1/2}) = \\
 E_l^i(r_{m,n-1/2}) \cdot (r_{m+1/2,n-1/2} - r_{m-1/2,n-1/2}) \\
 m = 1, 2, \dots, M \\
 n = 1, 2, \dots, N+1
 \end{aligned} \quad (1-24)$$

$$\begin{aligned}
 j\omega A_z(r_{m-1/2,n}) \cdot (r_{m-1/2,n+1/2} - r_{m-1/2,n-1/2}) + \Phi_z(r_{m-1/2,n+1/2}) - \Phi_z(r_{m-1/2,n-1/2}) = \\
 E_z^i(r_{m-1/2,n}) \cdot (r_{m-1/2,n+1/2} - r_{m-1/2,n-1/2}) \\
 m = 1, 2, \dots, M+1 \\
 n = 1, 2, \dots, N
 \end{aligned} \quad (1-25)$$

上面的讨论似乎只给出一个积分过程而没有考虑权函数的应用。实际上可以认为对 (1-9) 第一式的积分过程选用的权函数为 $\Pi_{m+1/2}(l)\delta(z-z_{n-1/2})$, $m=1,2,\dots,M$, $n=1,2,\dots,N+1$ 。而对 (1-9) 第二式, 选用的权函数为 $\delta(l-l_{m-1/2})\Pi_{n+1/2}(z)$ 。也可采用屋顶函数为权函数, 这样需作双重面积分, 费时太多, 并不可取。

1.2.2.4 矩阵方程

上述方程以矩量法离散后可得矩阵方程, 由于有两个电流分量, 所以用分块矩阵表示

$$\begin{bmatrix} [Z_{mn,pq}^{ll}] & [Z_{mn,pq}^{lz}] \\ [Z_{mn,pq}^{zl}] & [Z_{mn,pq}^{zz}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [J_{pq}^l] \\ [J_{pq}^z] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [F_{mn}^l] \\ [F_{mn}^z] \end{bmatrix} \quad (1-26)$$

矩阵元素的第一个上标表示积分路径方向; 第二个上标表示电流分量。第一对下标指规定的权函数积分路径; 第二个下标指出原因所在。例如 $z_{mn,pq}^{lz}$ 代表沿 l 方向对 z 方向电场分量积分的结果, 积分通过指数为 m 和 n 的两个相邻单元; 并且它是由位于 p 、 q 单元 z 方向电流产生的效应。

为了得到系数矩阵元素的表达式, 首先对向量磁位和标量电位的式子作一些讨论。向量磁位的展开式为

$$A(r) = l \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{N+1} J_{mn}^l A_{mn}^l(r) + z \sum_{m=1}^{M+1} \sum_{n=1}^N J_{mn}^z A_{mn}^z(r) \quad (1-27)$$

$$\text{式中 } A_{mn}^l(r) = \frac{\mu}{4\pi} \int_s \Lambda_{mn}^l(r') \frac{e^{-jkR}}{R} dS \quad (1-28)$$

$$A_{mn}^z(r) = \frac{\mu}{4\pi} \int_s \Lambda_{mn}^z(r') \frac{e^{-jkR}}{R} dS \quad (1-29)$$

标量电位的展开式为

$$\Phi(\mathbf{r}) = \sum_{m=1}^{M+1} \sum_{n=1}^{N+1} q_{mn} \Phi_{mn}(\mathbf{r}) \quad (1-30)$$

$$\text{式中 } \Phi_{mn}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_S \Pi_{mn}(\mathbf{r}') \frac{e^{-jkR}}{R} dS \quad (1-31)$$

Φ 亦可用 J_{mn} 表示成

$$\begin{aligned} \Phi(\mathbf{r}) = & \frac{j}{4\pi\epsilon\omega} \int_S \left\{ \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{N+1} J_{mn}^l \left[\frac{\Pi_{mn}(\mathbf{r})}{l_m - l_{m-1}} - \frac{\Pi_{m+1,n}(\mathbf{r})}{l_{m+1} - l_m} \right] + \right. \\ & \left. \sum_{m=1}^{M+1} \sum_{n=1}^N J_{mn}^z \left[\frac{\Pi_{mn}(\mathbf{r})}{z_n - z_{n-1}} - \frac{\Pi_{m,n+1}(\mathbf{r})}{z_{n+1} - z_n} \right] \right\} \frac{e^{-jkR}}{R} dS = \\ & \frac{j}{\omega} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{N+1} J_{mn}^l \left[\frac{\Phi_{mn}(\mathbf{r})}{l_m - l_{m-1}} - \frac{\Phi_{m+1,n}(\mathbf{r})}{l_{m+1} - l_m} \right] + \\ & \frac{j}{\omega} \sum_{m=1}^{M+1} \sum_{n=1}^N J_{mn}^z \left[\frac{\Phi_{mn}(\mathbf{r})}{z_n - z_{n-1}} - \frac{\Phi_{m,n+1}(\mathbf{r})}{z_{n+1} - z_n} \right] \end{aligned} \quad (1-32)$$

Φ_{mn} 由式 (1-31) 定义。根据式 (1-26) 中 mn 、 pq 的含义, 式 (1-25) 中 A_l 、 A_z 和 Φ 的表达式可表示为

$$A_l(\mathbf{r}_{m,n-1/2}) = A_{pq}^l(\mathbf{r}_{m,n-1/2}) \quad (1-33)$$

$$\Phi_l(\mathbf{r}_{m+1/2,n-1/2}) = \frac{j}{\omega} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{N+1} J_{mn}^l \left[\frac{\Phi_{pq}(\mathbf{r}_{m+1/2,n-1/2})}{l_p - l_{p-1}} - \frac{\Phi_{p+1,q}(\mathbf{r}_{m+1/2,n-1/2})}{l_{p+1} - l_p} \right] \quad (1-34)$$

$$\Phi_l(\mathbf{r}_{m-1/2,n-1/2}) = \frac{j}{\omega} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{N+1} J_{mn}^l \left[\frac{\Phi_{pq}(\mathbf{r}_{m-1/2,n-1/2})}{l_p - l_{p-1}} - \frac{\Phi_{p+1,q}(\mathbf{r}_{m-1/2,n-1/2})}{l_{p+1} - l_p} \right] \quad (1-35)$$

$$A_z(\mathbf{r}_{m-1/2,n}) = A_{pq}^z(\mathbf{r}_{m-1/2,n}) \quad (1-36)$$

$$\Phi_z(\mathbf{r}_{m-1/2,n+1/2}) = \frac{j}{\omega} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{N+1} J_{mn}^z \left[\frac{\Phi_{pq}(\mathbf{r}_{m-1/2,n+1/2})}{z_q - z_{q-1}} - \frac{\Phi_{p,q+1}(\mathbf{r}_{m-1/2,n+1/2})}{z_{q+1} - z_q} \right] \quad (1-37)$$

$$\Phi_z(\mathbf{r}_{m-1/2,n-1/2}) = \frac{j}{\omega} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{N+1} J_{mn}^z \left[\frac{\Phi_{pq}(\mathbf{r}_{m-1/2,n-1/2})}{z_q - z_{q-1}} - \frac{\Phi_{p,q+1}(\mathbf{r}_{m-1/2,n-1/2})}{z_{q+1} - z_q} \right] \quad (1-38)$$

上式代入式 (1-24) 和式 (1-25) 可得式 (1-26) 的矩阵元素如下

$$\begin{aligned} Z_{mn,pq}^{ll} = & j\omega(\mathbf{r}_{m+1/2,n-1/2} - \mathbf{r}_{m-1/2,n-1/2}) \cdot A_{pq}^l(\mathbf{r}_{m,n-1/2}) \\ & - \frac{j}{\omega} \left[\frac{\Phi_{p+1,q}(\mathbf{r}_{m+1/2,n-1/2})}{l_{p+1} - l_p} - \frac{\Phi_{pq}(\mathbf{r}_{m+1/2,n-1/2})}{l_p - l_{p-1}} \right. \\ & \left. + \frac{\Phi_{pq}(\mathbf{r}_{m-1/2,n-1/2})}{l_p - l_{p-1}} - \frac{\Phi_{p+1,q}(\mathbf{r}_{m-1/2,n-1/2})}{l_{p+1} - l_p} \right] \end{aligned} \quad (1-39)$$

$$m=1, 2, \dots, M; \quad p=1, 2, \dots, M$$

$$n=1, 2, \dots, N+1; \quad q=1, 2, \dots, N+1$$

$$\text{式中 } \Phi_{pq}(r_{m+1/2,n-1/2}) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_{z_{q-1}}^{z_q} \int_{l_{p-1}}^{l_p} \frac{e^{-jkR}}{R} dldz \quad (1-40)$$

其中 $R = \sqrt{(1-l_{m+1/2})^2 + (z-z_{n-1/2})^2}$, 显然当 $p=m+1$, $q=n$ 时出现奇点。

$$\text{式中 } \Phi_{pq}(r_{m-1/2,n-1/2}) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_{z_{q-1}}^{z_q} \int_{l_{p-1}}^{l_p} \frac{e^{-jkR}}{R} dldz \quad (1-41)$$

其中 $R = \sqrt{(1-l_{m-1/2})^2 + (z-z_{n-1/2})^2}$, 显然当 $p=m$, $q=n$ 时出现奇点。

$$\text{式中 } \Phi_{p+1,q}(r_{m+1/2,n-1/2}) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_{z_{q-1}}^{z_q} \int_{l_p}^{l_{p+1}} \frac{e^{-jkR}}{R} dldz \quad (1-42)$$

其中 $R = \sqrt{(1-l_{m+1/2})^2 + (z-z_{n-1/2})^2}$, 显然当 $p=m$, $q=n$ 时出现奇点。

$$\text{式中 } \Phi_{p+1,q}(r_{m-1/2,n-1/2}) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_{z_{q-1}}^{z_q} \int_{l_p}^{l_{p+1}} \frac{e^{-jkR}}{R} dldz \quad (1-43)$$

其中 $R = \sqrt{(1-l_{m-1/2})^2 + (z-z_{n-1/2})^2}$, 显然当 $p=m-1$, $q=n$ 时出现奇点。

$$Z_{mn,pq}^{lz} = -\frac{j}{\omega} \left[\frac{\Phi_{p,q+1}(r_{m+1/2,n-1/2})}{z_{q+1} - z_q} - \frac{\Phi_{pq}(r_{m+1/2,n-1/2})}{z_q - z_{q-1}} + \frac{\Phi_{pq}(r_{m-1/2,n-1/2})}{z_q - z_{q-1}} - \frac{\Phi_{p,q+1}(r_{m-1/2,n-1/2})}{z_{q+1} - z_q} \right] \quad (1-44)$$

$$m = 1, 2, \dots, M, \quad n = 1, 2, \dots, N+1$$

$$p = 1, 2, \dots, M+1, \quad q = 1, 2, \dots, N$$

其中 $\Phi_{p,q+1}(r_{m+1/2,n-1/2})$ 当 $p=m+1$, $q=n-1$ 时出现奇点; $\Phi_{p,q}(r_{m+1/2,n-1/2})$ 当 $p=m+1$, $q=n$ 时出现奇点; $\Phi_{p,q}(r_{m-1/2,n-1/2})$ 当 $p=m$, $q=n$ 时出现奇点; $\Phi_{p,q+1}(r_{m-1/2,n-1/2})$ 当 $p=m$, $q=n-1$ 时出现奇点。

$$Z_{mn,pq}^{zl} = -\frac{j}{\omega} \left[\frac{\Phi_{p+1,q}(r_{m-1/2,n+1/2})}{l_{p+1} - l_p} - \frac{\Phi_{pq}(r_{m-1/2,n+1/2})}{l_p - l_{p-1}} + \frac{\Phi_{pq}(r_{m-1/2,n-1/2})}{l_p - l_{p-1}} - \frac{\Phi_{p+1,q}(r_{m-1/2,n-1/2})}{l_{p+1} - l_p} \right] \quad (1-45)$$

$$m = 1, 2, \dots, M+1, \quad n = 1, 2, \dots, N$$

$$p = 1, 2, \dots, M, \quad q = 1, 2, \dots, N+1$$

其中 $\Phi_{p+1,q}(r_{m-1/2,n+1/2})$ 当 $p=m-1$, $q=n+1$ 时出现奇点; $\Phi_{p,q}(r_{m-1/2,n+1/2})$ 当 $p=m$, $q=n+1$ 时出现奇点; $\Phi_{p,q}(r_{m-1/2,n-1/2})$ 当 $p=m$, $q=n$ 时出现奇点; $\Phi_{p+1,q}(r_{m-1/2,n-1/2})$ 当 $p=m-1$, $q=n$ 时出现奇点。

$$Z_{mn,pq}^{zz} = j\omega(r_{m-1/2,n+1/2} - r_{m-1/2,n-1/2}) \cdot A_{pq}^z(r_{m-1/2,n}) - \frac{j}{\omega} \left[\frac{\Phi_{p,q+1}(r_{m-1/2,n+1/2})}{z_{q+1} - z_q} - \frac{\Phi_{pq}(r_{m-1/2,n+1/2})}{z_q - z_{q-1}} + \frac{\Phi_{pq}(r_{m-1/2,n-1/2})}{z_q - z_{q-1}} - \frac{\Phi_{p,q+1}(r_{m-1/2,n-1/2})}{z_{q+1} - z_q} \right] \quad (1-46)$$

$$m = 1, 2, \dots, M+1; \quad p = 1, 2, \dots, M+1$$

$$n = 1, 2, \dots, N; \quad q = 1, 2, \dots, N$$