JIANGLIAN KETANG

讲出生动 关注讲练课堂
练出精彩 重温课本细节

总主编 蒋念祖
丁翌平
主 编 钱军先
徐 标

讲练课堂

初二数学

东北师范大学出版社

JIANGLIAN KETANG

总主编 蒋念祖
丁翌平

讲练课堂

初二数学

主　编　钱军先
徐　标

东北师范大学出版社·长春

图书在版编目(CIP)数据

讲练课堂.初二数学/蒋念祖,丁翌立主编.—长春:东北师范大学出版社,2003.5

ISBN 7-5602-3359-7

Ⅰ.讲… Ⅱ.①蒋…②丁… Ⅲ.数学课—初中—教学参考资料 Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第024927号

□责任编辑:李 雁 □封面设计:魏国强
□责任校对:张小磊 □责任印制:张文霞

东北师范大学出版社出版发行
长春市人民大街5268号(130024)
销售热线:0431—5687213
传真:0431—5691969
网址:http://www.nnup.com
电子函件:sdcbs@mail.jl.cn
东北师范大学出版社激光照排中心制版
延边新华印刷有限公司印装
吉林省延吉市河南街30号 133001
2003年5月第1版 2003年5月第1次印刷
幅面尺寸:148mm×210mm 印张:10.25 字数:373千
印数:0 001—6 000册

定价:12.50元

作者名单

总主编	蒋念祖	丁翌平		
主　编	钱军先	徐　标		
编　者	沈月亭	黄海燕	管书霞	彭　娅
	刘金国	朱丰胜	韩俊元	戴翰林
	陈惠平	蒯向东	高兴抒	张　磊
	周德春	吴少然	蔡植杨	王克亮
	徐长中	龚加志	徐卫东	朱胜强
	徐建华	顾立新	刘海林	吴　俊
	刘晓明	常　威	韩　强	张　萍

出版说明

《讲练课堂》是一套面向广大中学生的同步类教辅丛书。整套丛书经过精心策划和专家反复论证,由全国知名中学的优秀特高级教师主持编写。其显著特点在于:

1. 立足于教材而又高于教材。

本书以人教版最新教材为蓝本,紧扣教学大纲,力图对各项知识要点进行有效的梳理,以打牢学生的知识基础。同时加强课内资源与课外资源的整合,以提高学生的解题技巧和综合能力。

2. 题型设计新颖,并具有很强的针对性。

在习题的编选上尽量不选陈题、旧题,使原创题、创新题保持较大比例,力求体现近年来教学和考试的新成果,给人以境界一新的感觉。同时根据教学大纲,就各个知识点、能力要求有针对性地设置习题,做到有的放矢。

如今名目繁多的练习册令人眼花缭乱,如何能"风景这边独好"?

如果非要找一个答案,那么我们可以十分自信地告诉您,《讲练课堂》做到了:在学生心求通而未得,口欲言而未能之时,用易学、易变通的方式,用妥帖的语言,深入浅出,使学生在思维中顿悟,在理解中提升,在运用上熟练。

尽管我们对本丛书的出版工作高度重视,作风严谨,态度认真,但疏漏之处在所难免,恳请读者不吝赐教。

《讲练课堂》编辑组

2003 年 5 月

目 录

CONTENTS

第十章 因式分解 …… 1
第一节 提公因式法 …… 1
第二节 运用公式法 …… 9
第三节 分组分解法 …… 21

第十一章 分 式 …… 38
第一节 分式的概念、性质 …… 38
第二节 分式的运算 …… 46
第三节 与分式相关联的两种方程 …… 65

第十二章 数的开方 …… 80

第十三章 二次根式 …… 93
第一节 二次根式的概念与性质 …… 93
第二节 二次根式的运算 …… 109

第十四章 三角形 …… 132
第一节 三角形的概念 …… 132
第二节 全等三角形 …… 149
第三节 尺规作图 …… 177
第四节 等腰三角形 …… 195
第五节 勾股定理 …… 218

第十五章 四边形 …… 238
第一节 四边形 …… 238
第二节 平行四边形 …… 242
第三节 梯形 …… 264

第十六章　相似形 …… 280
第一节　比例线段 …… 280
第二节　相似三角形 …… 294

第十章　[因式分解]

整式乘法 ⇌ 因式分解 → 因式分解的基本方法

- 提公因式法
- 运用公式法
  - 平方差公式：$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
  - 完全平方公式：$a^2\pm 2ab+b^2=(a\pm b)^2$
- 分组分解法
  - 分组后能直接提公因式
  - 分组后能直接运用公式
  - $x^2+(p+q)x+pq$ 型式子的因式分解

第一节　提公因式法

整体感知

1. 因式分解的概念

把一个多项式化成几个整式的积的形式，叫作把这个多项式因式分解. 因式分解的对象是多项式，目的是把“和”、“差”形式转化为“积”的形式，它与整式的乘法是互为逆变形.

对于因式分解的结果应注意：

① 必须是几个因式的乘积形式. 例如，$x^2+3x-4=(x+2)(x-2)+3x$，此结果不是乘积形式，不能作为因式分解的结果，应分解为 $x^2+3x-4=(x+4)(x-1)$.

② 每个因式必须是整式. 例如，$x^3-x=x^3\left(1-\dfrac{1}{x^2}\right)=x^3\left(1+\dfrac{1}{x}\right)\left(1-\dfrac{1}{x}\right)$，这里的变形虽是乘积的形式，但后面的因式不是整式，不能称作因式分解，而应分解为 $x^3-x=x(x^2-1)=x(x+1)(x-1)$.

③因式分解是恒等变形. 例如，$-x^2-2xy+x=-x(x+2y)$的左、右两边不等，不是因式分解.

④因式分解要分解到每个因式不能再分解为止. 例如，$x^4+x^2-2=(x^2+2)(x^2-1)$中 x^2-1 还可再分解为$(x+1)(x-1)$.

2. 提公因式法

(1)提公因式法是对一个多项式分解因式时的首选方法，其关键是找公因式，找公

因式的方法是:①公因式的系数是各项系数的最大公约数;②字母取各项中相同的字母;③相同字母的指数取次数最低的.

(2)提公因式法分解因式的一般步骤是:①找出公因式,②提出公因式.当正确找出一个多项式公因式后,需要提公因式,可用原多项式除以公因式,所得的商即是提出公因式后的另一个因式.

(3)提公因式时,应将多项式各项的公因式提清,即将一个多项式提出公因式以后,括号里再也不能提出公因式.如果多项式的第一项系数是负数,应提出"-"号,使括号内的第一项的系数是正数.一个多项式提出公因式后,括号里的多项式的项数应与原多项式的项数一致,要对其加以整理、去括号、合并同类项,并保证每个因式分解彻底.在分解因式的结果中,若含有相同的因式,一定要写成幂的形式.

典型例析

1. 下列各式从左到右的变形,哪些是因式分解?哪些不是?为什么?

(1)$(x+3)(x-3)=x^2-9$;　　(2)$x^2-2x-3=x(x-2)-3$;

(3)$x^2+3xy+x=x(x+3y)$;　　(4)$a^2b+a=a^2\left(b+\dfrac{1}{a}\right)$;

(5)$2(b+c)(b-c)+2=2(b^2-c^2+1)$;　　(6)$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$;

(7)$am+bm-1=m(a+b)-1$;　　(8)$12a^2b=3a\cdot 4ab$.

思路剖析 判断一个式子的变形是否是因式分解,应依据因式分解的定义.本例中,第(1)式从左到右的变形是整式的乘法,第(2)(7)式的右边不是积的形式,第(3)式从左到右的变形不是恒等变形,第(4)式右边的因式 $b+\dfrac{1}{a}$ 不是整式,第(9)式中等式左边被分解的对象不是多项式,所以第(1)(2)(3)(4)(7)(8)式的变形均不是因式分解,只有第(5)(6)式的变形符合因式分解的定义.

解答示范 属于因式分解的是(5)(6),不属于因式分解的是(1)(2)(3)(4)(7)(8).

特别提示 根据因式分解的定义可知,一个式子的因式分解须同时满足以下几个条件:①对象是多项式,②结果是积的形式,③结果中积的因式是整式,④是恒等变形,⑤分解到每一个因式不能再分解为止.

2. 将下列各式分解因式:

(1)$15a^3b^3+5a^2b-20a^2b^3$;　　(2)$18a^3bc-9ab^2c+3ac$.

思路剖析 提公因式时应首先确定公因式,通常情况下,取各项系数的最大公约数与各项都含有的相同字母的最低次幂的积作为公因式.本例中,第(1)题各项系数的最大公约数为5,各项都含有的相同字母为 a,b,它们的最低次幂分别为 a^2 和 b,所以各项的公因式为 $5a^2b$.第(2)题各项系数的最大公约数为3,各项都含有的相同字母为 a,c,它们的最低次幂分别为 a,c,所以公因式为 $3ac$.

解答示范

(1) $15a^3b^3+5a^2b-20a^2b^3$

$=5a^2b\cdot 3ab^2+5a^2b\cdot 1-5a^2b\cdot 4b^2$

$=5a^2b(3ab^2+1-4b^2)$;

(2) $18a^3bc-9ab^2c+3ac$

$=3ac\cdot 6a^2b-3ac\cdot 3b^2+3ac\cdot 1$

$=3ac(6a^2b-3b^2+1)$.

特别提示 ① 用提公因式法分解因式,应先找出所给多项式各项的公因式,再提出公因式进行分解因式.

② 确定公因式的方法是:公因式的系数应取各项系数的最大公约数,字母取各项的相同字母,各相同字母的指数取最低的.

③ 提出公因式后的另一个因式应等于公因式除原多项式的每一项所得的商,它的项数与原多项式的项数一致.特别地,当公因式为多项式的某一项时,提取公因式后不能漏写"1".

3. 将下列各式分解因式:

(1) $-8ab^2c+6a^2bc^2-12ab^2$; (2) $7a^{n+1}-21a^n+49a^{n-1}$.

思路剖析 第(1)题中多项式的第一项的系数是负的,应先提取"$-$"号,再提取公因式进行因式分解;第(2)题中多项式各项字母的指数含字母,且 $n+1>n>n-1$,所以公因式应为 $7a^{n-1}$.

解答示范

(1) $-8ab^2c+6a^2bc^2-12ab^2$

$=-(8ab^2c-6a^2bc^2+12ab^2)$

$=-(2ab\cdot 4bc-2ab\cdot 3ac^2+2ab\cdot 6b)$

$=-2ab(4bc-3ac^2+6b)$;

(2) $7a^{n+1}-21a^n+49a^{n-1}$

$=7a^{n-1}\cdot a^2-7a^{n-1}\cdot 3a+7a^{n-1}\cdot 7$

$=7a^{n-1}(a^2-3a+7)$.

特别提示 ① 分解因式时,如果遇到多项式的第一项的系数是负数,一般先提出"$-$"号,使括号内第一项的系数是正数,再进一步分解因式.在提出负号时,多项式的各项都要变号.

② 如果多项式中出现字母指数,在确定其公因式时,要准确判断字母指数的大小,正确确定公因式.

4. 将下列各式分解因式:

(1) $(2x+3y)(2x+y)+2y(2x+3y)$; (2) $27a(a+2b)^2-9(a+2b)^3$.

思路剖析 第(1)题中多项式的两项中都含有相同的因式 $2x+3y$,可把多项式 $2x+$

$3y$ 看作一个整体作为公因式直接提出;第(2)题中各项系数的最大公约数是9,各项都含有相同的因式 $a+2b$,且 $a+2b$ 的最低次幂为 $(a+2b)^2$,所以公因式为 $9(a+2b)^2$.

解答示范

(1) $(2x+3y)(2x+y)+2y(2x+3y)$

$=(2x+3y)(2x+y+2y)$

$=(2x+3y)(2x+3y)$

$=(2x+3y)^2$;

(2) $27a(a+2b)^2-9(a+2b)^3$

$=9(a+2b)^2\cdot 3a-9(a+2b)^2\cdot(a+2b)$

$=9(a+2b)^2[3a-(a+2b)]$

$=9(a+2b)^2(2a-2b)$

$=18(a+2b)^2(a-b)$.

特别提示 ① 当公因式中含有多项式因式时,应把这个多项式看成整体,与所含的相同字母一样看待,提取公因式后,要将剩下的因式进行整理、化简,有公因式的还应继续提取公因式.

② 分解因式的最后结果中,要把单项式因式写在多项式因式的前面,相同因式要写成幂的形式.

5. 将下列各式分解因式:

(1) $x(x-y)^2+x(x+y)(y-x)+2(x-y)$;　　(2) $5a(a-b)^4-15ab(b-a)^3$.

思路剖析 本例中两多项式的各项均没有完全相同的因式,但由于 $(y-x)=-(x-y)$,$(b-a)^3=-(a-b)^3$,所以,可先将多项式的某些项进行适当的符号处理,产生相同因式,再提取公因式.

解答示范

(1) $x(x-y)^2+x(x+y)(y-x)+2(x-y)$

$=x(x-y)^2-x(x+y)(x-y)+2(x-y)$

$=(x-y)\cdot x(x-y)-(x-y)\cdot x(x+y)+(x-y)\cdot 2$

$=(x-y)[x^2-xy-x^2-xy+2]=(x-y)(-2xy+2)$

$=-2(x-y)(xy-1)$;

(2) $5a(a-b)^4-15ab(b-a)^3$

$=5a(a-b)^4+15ab(a-b)^3$

$=5a(a-b)^3\cdot(a-b)+5a(a-b)^3\cdot 3b$

$=5a(a-b)^3(a-b+3b)$

$=5a(a-b)^3(a+2b)$.

特别提示 在分解因式的过程中,如果多项式各项中含相同字母的因式是互为相反数

的形式，应先将其进行适当的符号处理，再提取公因式.提取公因式后，要将另一个因式进行整理、化简，有公因式的应继续提取公因式，并将结果中的单项式因式写在多项式因式的前面，相同因式写成幂的形式.

6. 将下列各式分解因式：

(1) $(x-5)^2-2x+10$;　　(2) $a(x-y)+(ay-ax)y$.

思路剖析 运用提公因式法分解因式的关键是根据多项式的结构特点确定公因式.本例中，第(1)题的多项式共含三项，它们之间没有公因式，但后两项之间有公因式 -2，将 -2 提出后的另一个因式为 $x-5$，这样就产生了原多项式的公因式 $x-5$；第(2)题中多项式的两项间没有现成的公因式，但后一项中有公因式 a，将 a 提出后产生的另一个因式为 $y-x$，而 $y-x=-(x-y)$，所以就有了原多项式的公因式 $a(x-y)$.

解答示范

(1) $(x-5)^2-2x+10=(x-5)^2-2(x-5)$

$=(x-5)[(x-5)-2]=(x-5)(x-7)$;

(2) $a(x-y)+(ay-ax)\cdot y=a(x-y)+a(y-x)\cdot y$

$=a(x-y)-a(x-y)\cdot y=a(x-y)(1-y)$.

特别提示 将多项式进行因式分解时，若被分解的多项式各项没有公因式，可考虑将多项式的某些项进行组合或分解，使多项式的各项产生公因式，再提取公因式进行分解因式.

7. 已知关于 x,y 的多项式 $x^2+axy+bx-2y+2$ 分解为 $(x-1)(x+2y+c)$，求 a,b,c 的值.

思路剖析 由因式分解与整式乘法的关系可知 $(x-1)(x+2y+c)=x^2+axy+bx-2y+2$，将这个等式的左边用整式的乘法展开，再比较两边的系数，即可求出 a,b,c.

解答示范 $\because (x-1)(x+2y+c)=x^2+2xy+(c-1)x-2y-c$,

$\therefore x^2+axy+bx-2y+2=x^2+2xy+(c-1)x-2y-c$,

$\therefore a=2, b=c-1, c=-2$，即 $a=2, b=-3, c=-2$.

8. 求证：$3^{2000}-4\times3^{1999}+10\times3^{1998}$ 能被 7 整除.

解答示范 $\because 3^{2000}-4\times3^{1999}+10\times3^{1998}=3^{1998}(3^2-4\times3+10)$

$=3^{1998}(9-12+10)=3^{1998}\times7$,

$\therefore 3^{2000}-4\times3^{1999}+10\times3^{1998}$ 能被 7 整除.

9. 求证：$5^{2n+3}-5^{2n+1}$ 能被 120 整除.

解答示范 $\because 5^{2n+3}-5^{2n+1}=5^{2n+1}\cdot5^2-5^{2n+1}\cdot1=5^{2n+1}(5^2-1)$

$=5^{2n+1}\cdot24=5^{2n}\cdot120$,

$\therefore 5^{2n+3}-5^{2n+1}$ 能被 120 整除.

能力测试

一、填空题.

1. 把一个<u>多项式</u>化成<u>几个整式的积</u>的形式叫作因式分解.

2. 在将多项式 $8a^3b+4a^2b^2-2ab^3$ 分解因式时应提取的公因式是<u>2ab</u>.

3. 分解因式:① $x^2-xy=$ <u>x(x-y)</u>;② $3x^2-3x^3+x=$ <u>x(3x-3x²+1)</u>;③ $-xy+xz-x^2=$ <u>x(x-y+z)</u>

4. 分解因式:$x(x-y+z)-y(-x+y-z)=(x-y+z)$(________);$x^{n+1}-3x^n+x^{n-1}=x^{n-1}$(________).

5. $6(p+q)^2-2(p+q)$中各项公因式为________.

6. $10a^2(a-b)^2-4ab(b-a)$中各项公因式为________,提取公因式后的另一个因式为________.

7. 若 $b-a=-6, ab=7$,则 a^2b-ab^2 的值为________.

8. 若 $(a-2b)^2=m(2b-a)^2, (x-3y)^3=n(3y-x)^3$,则 $m=$________,$n=$________.

9. 计算:$1.732\times15-1.732\times6\frac{1}{2}+1.732\times1\frac{1}{2}=$________.

10. 若 $x^2=x-1$,则 $x^{2000}-x^{1999}+x^{1998}$的值是________.

二、选择题.

11. 下列由左到右的变形属于因式分解的有(A).

① $5xy^2=5\cdot x\cdot y^2$;

② $x^2+4x-5=x(x+4)-5$;

③ $x-2y+\frac{y^2}{x}=\frac{1}{x}(x^2-2xy+y^2)=\frac{1}{x}(x-y)^2$;

④ $m^2-mn+\frac{1}{4}n^2=\left(m-\frac{1}{2}n\right)^2$;

⑤ $\frac{1}{2}x^2-xy+\frac{1}{2}y^2=x^2-2xy+y^2=(x-y)^2$.

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

12. 下列从左到右的变形中,错误的是(　　).

A. $(y-x)^2=(x-y)^2$　　B. $-a-b=-(a+b)$

C. $(a-b)^3=-(b-a)^3$　　D. $-x+y=-(x+y)$

13. 下列因式分解中,正确的是(　　).

A. $3ab^2-a^2b+ab=ab(3b-a)$

B. $m(x-y)^2+(y-x)^3=(x-y)^2(m+y-x)$

C. $2a(x-1)-b(1-x)=(x-1)(2a-b)$

D. $(a-b)^2+(b-a)=(b-a)(a-b+1)$

14. 把多项式 $-8a^3b^2c+16a^2b^3-24ab^2c$ 因式分解，应提公因式为(　　).

A. $-4ab^2c$　　B. $-8ab^2$　　C. $2ab^2$　　D. $24a^3b^3c$

15. 下列各组多项式中，没有公因式的一组是(　　).

A. $ay-by$ 与 $by-ay$　　B. $6xy+8x^2y$ 与 $-4x-3$

C. $ab-ac$ 与 $ab-bc$　　D. $(a-b)^3x$ 与 $(b-a)^2y$

16. 将 $(3m+n)(a-2b)+(2b-a)(m-n)$ 分解因式，结果正确的是(　　).

A. $(a-2b)(2m+2n)$　　B. $4m(a-2b)$

C. $2m(a-2b)$　　D. $2(a-2b)(m+n)$

17. $(-3)^{2n+1}+3\cdot(-3)^{2n}$ 的结果是(　　).

A. 3^{2n+1}　　B. -3^{2n+1}　　C. 0　　D. $(-3)^{4n+1}$

18. 若二次三项式 x^2-x-a 可分解为 $(x-a)(x+1)$，则 a 等于(　　).

A. 0　　B. 2　　C. -1　　D. 1

19. 利用提公因式法计算 $(-2)^{2002}+(-2)^{2003}$ 的结果应为(　　).

A. $(-2)^{2002}$　　B. -2^{2002}　　C. -1　　D. -2

20. 若 $(m+n)(m-n)^2-mn(m+n)=(m+n)\cdot M$，则 M 是(　　).

A. m^2+n^2　　B. m^2-mn+n^2　　C. $m^2-3mn+n^2$　　D. m^2+mn+n^2

三、因式分解.

21. $3ax^2+6a^2x^3$;

22. $-m^3n+mn^3$;

23. $6x^3-8x^2-4x$;

24. $4m(a+2)-2n(2+a)$;

25. $9a^3x^2-18a^5x^3-36a^4x^4$;

26. $6a^3x^4-8a^2x^5+14ax^6$;

27. $-5x^3y^2z+35xy^3z^2+15x^2y^2z$;

28. $3x^{3n}+6x^{2n}y^2-12x^ny^4$;

29. $x(x+y)(x-y)-x(x+y)^2$;

30. $5a(a-b)^4+15ab(a-b)^3$;

31. $4x(x-2y)^3+12x^2(x-2y)^2$;

32. $4a(x-2)^2-2b(2-x)^3$;

33. $2(x-y)(a-2b+3c)-3(x+y)(2b-a-3c)$;

34. $2(x-3)-x^2+3x$;

35. $(a+b)^3-(5a+5b)$;

36. $3a^n(1-a)-2(a^{n-1}-a^n)$.

四、解答题.

37. 若 $0<x<1$，试比较 x^3 与 x^2 的大小.

38. 若 $2x^2y-3=5$，$y-1=3$，求代数式 $(2x^2y^2-3y)+(3-2x^2y)$ 的值.

39. 解方程：$(x-2002)^2-(2002-x)(2003-x)=1$.

40. 若 a,b,c 为三角形三边，且 $(a-b)b+c(b-a)=c(c-a)+b(a-c)$，试问这个三角形是什么三角形？[redacted]

参考答案

一、填空题.

1. 多项式　几个整式的积　**2.** $2ab$

3. $x(x-y)$　$x(3x-3x^2+1)$　$-x(y-z+x)$

4. $x+y$　x^2-3x+1　**5.** $2(p+q)$　**6.** $2a(a-b)$　$5a(a-b)+2b$

7. 42　**8.** 1　-1　**9.** 17.32　**10.** 0

二、选择题.

11. A　**12.** D　**13.** B　**14.** B　**15.** C　**16.** D　**17.** C　**18.** B　**19.** B　**20.** C

三、因式分解.

21. $3ax^2(1+2ax)$　**22.** $-mn(m+n)(m-n)$　**23.** $2x(3x^2-4x-2)$

24. $2(a+2)(2m-n)$　**25.** $9a^3x^2(1-2a^2x-4ax^2)$　**26.** $2ax^4(3a^2-4ax+7x^2)$

27. $-5xy^2z(x^2-7yz-3x)$　**28.** $3x^n(x^{2n}+2x^ny^2-4y^4)$　**29.** $-2xy(x+y)$

30. $5a(a-b)^3(a+2b)$　**31.** $8x(x-2y)^2(2x-y)$　**32.** $2(x-2)^2(2a+bx-2b)$

33. $(a-2b+3c)(5x+y)$　**34.** $(x-3)(2-x)$　**35.** $(a+b)(a^2+2ab+b^2-5)$

36. $a^{n-1}(3a-2)(1-a)$

四、解答题.

37. $x^3<x^2$　**38.** 15　**39.** $x=2003$

40. 这个三角形是等腰三角形.

证明：$\because (a-b)b+c(b-a)=c(c-a)+b(a-c)$,

$\therefore ab-b^2+bc-ac-c^2+ac-ab+bc=0$,

整理得 $-b^2-c^2+2bc=0$，即 $b^2+c^2-2bc=0$,

$\therefore (b-c)^2=0$,

$\therefore b=c$，$\therefore$ 这个三角形是等腰三角形.

知 识 链 接

待 定 系 数 法

先假定已知多项式具有某个分解式，这个分解式中含有若干个待定的字母系数，然后利用多项式恒等的性质或取原多项式中的几个特殊值，列出关于待定字母的方程式或方程组，解出待定的字母系数值.这种分解因式的方法叫作待定系数法，其依据的是多项式的因式分解是恒等变形.

问题一：已知 $6x^2-5xy-4y^2-11x+22y+m$ 可分解为两个一次因式的积，试求 m 的值，并写出分解式.

具体解答过程如下：

$\because 6x^2-5xy-4y^2=(2x+y)(3x-4y)$,

$\therefore$ 设 $6x^2-5xy-4y^2-11x+22y+m=(2x+y+c_1)(3x-4y+c_2)$,

展开后比较对应项系数,即可求解.

本题也可采用取特殊值法求解:

对 x,y 取三组值 $\begin{cases}x_1=1,\\ y_1=0,\end{cases}\begin{cases}x_2=0,\\ y_2=1,\end{cases}\begin{cases}x_3=0,\\ y_3=0,\end{cases}$

得 $\begin{cases}c_1c_2+3c_1+2c_2+11=m, & ①\\ c_1c_2-4c_1+c_2-22=m, & ②\\ c_1c_2=m, & ③\end{cases}$

将③代入①②得 $\begin{cases}3c_1+2c_2+11=0,\\ -4c_1+c_2-22=0,\end{cases}$

解得 $c_1=-5, c_2=2$,代入③得 $m=-10$.

所以,$6x^2-5xy-4y^2-11x+22y-10=(2x+y-5)(3x-4y+2)$.

问题二: 因式分解 $x^2+2xy-8y^2+2x+14y-3$.

具体解答过程如下:

$\because x^2+2xy-8y^2=(x-2y)(x+4y)$,

$\therefore$ 设 $x^2+2xy-8y^2+2x+14y-3=(x-2y+a)(x+4y+b)$,

即 $x^2+2xy-8y^2+2x+14y-3=x^2+2xy-8y^2+(a+b)x+(4a-2b)y+ab$,

比较等号两边对应项系数得 $\begin{cases}a+b=2,\\ 4a-2b=14,\\ ab=-3,\end{cases}$

解得 $a=3, b=-1$,

所以,$x^2+2xy-8y^2+2x+14y-3=(x-2y+3)(x+4y-1)$.

第二节 运用公式法

整体感知

运用公式法是因式分解中的又一种常用的方法.本节中介绍两种最常用的公式——平方差公式和完全平方公式的运用.

学习运用公式法,应首先熟悉各个公式的形式和特点,然后结合所给多项式的结构特征确定运用哪一个公式.

1. 公式的结构特征

(1)平方差公式.

平方差公式左边是二项式且异号,是两个数(或式)的平方的差,右边是这两个数

(或式)的和与这两个数(或式)的差的积,即 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$.如果是同号二项式,如 a^2+b^2,$-a^2-b^2$,则一定不能运用平方差公式.

(2)完全平方公式.

完全平方公式左边从项数上看是三项式,其中有两项同号且能写成某数(或式)的平方形式,其余一项是这两项写成的某数(或式)的积的 2 倍,符号可正可负,右边是这两数(或式)的和或差的平方,即 $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$,$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$.

2. 运用公式法的关键

一个二项式只有在能写成平方差的形式时才能运用平方差公式分解,这是运用平方差公式分解因式的关键.

运用完全平方公式分解因式的关键是正确判断一个三项式是不是完全平方公式,方法是:先把这个三项式按某一字母的升(或降)幂排列,然后看首、末两项能否写成某两数的平方和的形式;如果能,再看剩下的一项是不是等于这两数(或式)的积的 2 倍;如果是,就可以根据剩下一项的符号将原式写成两数和(或差)的平方.

3. 运用公式法须注意的问题

(1)先观察各项有没有公因式,如果有公因式,应先提取公因式,再考虑运用公式,例如,$2x^3-8xy^2$ 若不提公因式就无法分解,而一旦提出公因式,括号内的多项式便可运用平方差公式分解了.

(2)要注意“-”号的提出.

平方差公式的特点之一是两项异号,因此当第一项含“-”号时,可把两项交换位置,或把“-”号提出来.例如,$-9m^2+16n^2=16n^2-9m^2$ 或 $-9m^2+16n^2=-(9m^2-16n^2)$,再用平方差公式进行分解.

完全平方公式的特点之一是首末两项分别是两个数的平方,且系数均为正.当要分解的多项式首末两项都为负时,应先提出这个“-”号.

(3)注意连续分解,直至进行到每一个因式都不能再分解为止.例如,$a^4-16=(a^2)^2-4^2=(a^2+4)(a^2-4)=(a^2+4)(a+2)(a-2)$.

典 型 例 析

1. 下列各式中能用平方差公式分解因式的是(　　).

A. $-m^4-n^4$　　B. $-16x^2+y^2$　　C. $\frac{1}{121}-a^2$　　D. $9a^2-64b^4$

思路剖析 根据平方差公式的内容可知:用平方差公式分解因式的多项式必须能写成两数(或式)的平方的差的形式,即这个多项式必须是二项式,且两项异号,每项都可化为某数(或式)的平方的形式.本题 A 选项中多项式两项同号,所以不能用平方差公式分解因式.