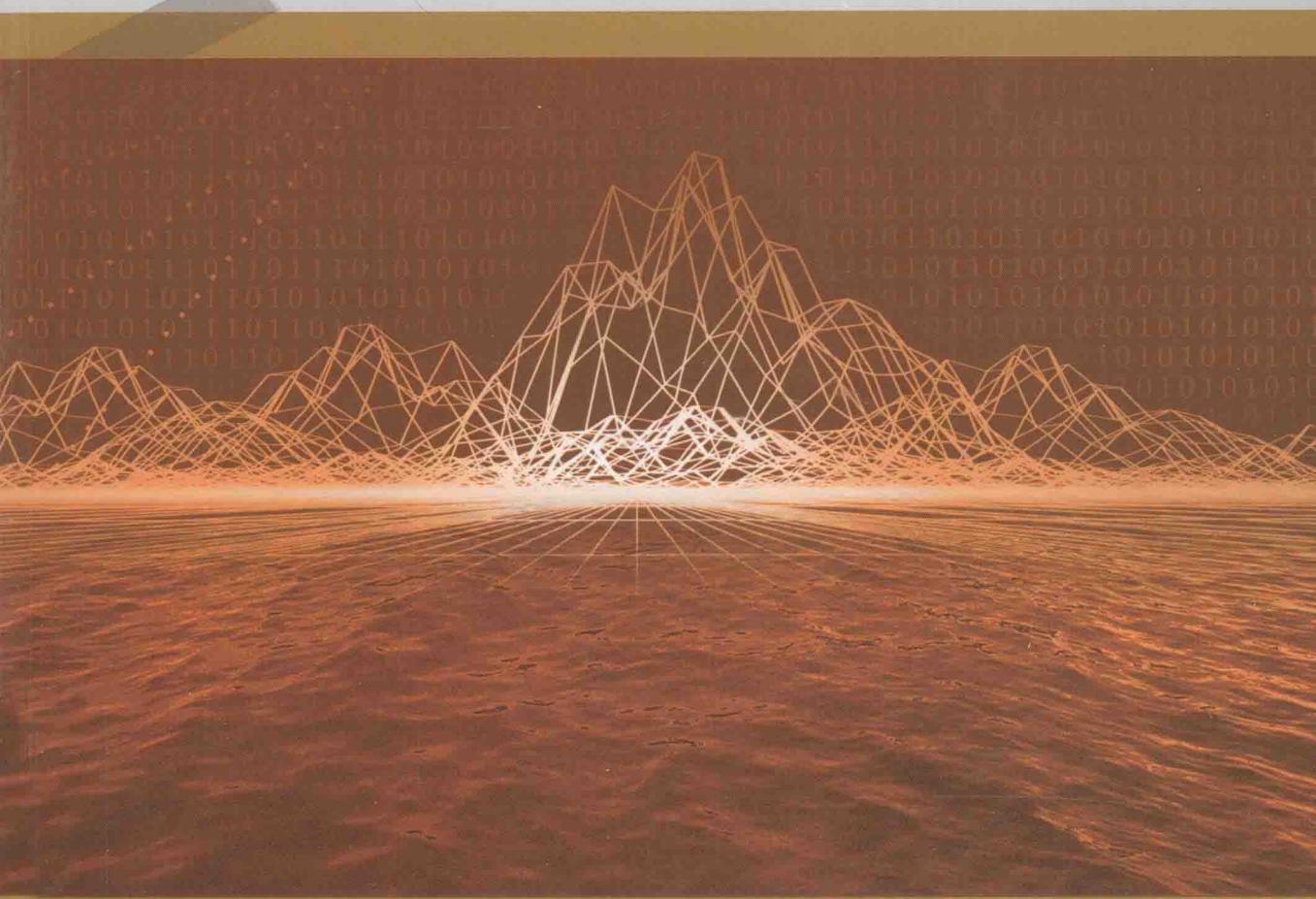


*The Application and Research
of Mathematical Model
in Ecology*

25

数学模型在生态学 的应用及研究

| 杨东方 苗振清 编著



 海洋出版社

数学模型在生态学的应用及研究(25)

The Application and Research of Mathematical Model in Ecology(25)

杨东方 苗振清 编著

海洋出版社

2013年·北京

内 容 提 要

通过阐述数学模型在生态学的应用和研究,定量化地展示生态系统中环境因子和生物因子的变化过程,揭示生态系统的规律和机制,以及其稳定性、连续性的变化,使生态数学模型在生态系统中发挥巨大作用。在科学技术迅猛发展的今天,通过该书的学习,可以帮助读者了解生态数学模型的应用、发展和研究的过程;分析不同领域、不同学科的各种各样生态数学模型;探索采取何种数学模型应用于何种生态领域的研究;掌握建立数学模型的方法和技巧。此外,该书还有助于加深对生态系统的量化理解,培养定量化研究生态系统的思维。

本书主要内容为:介绍各种各样的数学模型在生态学不同领域的应用,如在地理、地貌、水文和水动力,以及环境变化、生物变化和生态变化等领域的应用。详细阐述了数学模型建立的背景、数学模型的组成和结构以及其数学模型应用的意义。

本书适合气象学、地质学、海洋学、环境学、生物学、生物地球化学、生态学、陆地生态学、海洋生态学和海湾生态学等有关领域的科学工作者和相关学科的专家参阅,也适合高等院校师生作为教学和科研的参考。

图书在版编目(CIP)数据

数学模型在生态学的应用及研究. 25/杨东方, 苗振清编著. —北京:海洋出版社, 2013. 11
ISBN 978 - 7 - 5027 - 8666 - 3

I. ①数… II. ①杨… ②苗… III. ①数学模型 - 应用 - 生态学 - 研究 IV. ①Q14

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 228166 号

责任编辑:方菁

责任印制:赵麟苏

海 洋 出 版 社 出 版 发 行

<http://www.oceanpress.com.cn>

北京市海淀区大慧寺路 8 号 邮编:100081

北京华正印刷有限公司印刷 新华书店北京发行所经销

2013 年 11 月第 1 版 2013 年 11 月第 1 次印刷

开本:787 mm × 1092 mm 1/16 印张:20

字数:480 千字 定价:60.00 元

发行部:62132549 邮购部:68038093 总编室:62114335

海洋版图书印、装错误可随时退换

《数学模型在生态学的应用及研究(25)》编委会

主编 杨东方 苗振清

副主编 吴 玮 张培新 陈 豫 邓一兵 黄 宏

编 委 (按姓氏笔画为序)

邓 婕 冯志纲 白坤栋 石 强 孙静亚

张饮江 杨丹枫 杨佩华 杨端阳 陈庆国

郑 琳 赵晓黎 徐焕志 殷月芬 常彦祥

数学是结果量化的工具

数学是思维方法的应用

数学是研究创新的钥匙

数学是科学发展的基础

杨东方

要想了解动态的生态系统的根本过程和动力学机制，尽可以建立数学模型为出发点，以数学为工具，以生物学为基础，以物理、化学、地质学为辅助，对生态现象、生态环境、生态过程进行探讨。

生态数学模型体现了在定性描述与定量处理之间的关系，使研究展现了许多妙不可言的启示，使研究进入更深的层次，开创了新的领域。

杨东方

摘自《生态数学模型及其在海洋生态学应用》

海洋科学(2000),24(6):21-24.

前　　言

细大尽力，莫敢怠荒，远迩辟隐，专务肃庄，端直敦忠，事业有常。

——《史记·秦始皇本纪》

数学模型研究可以分为两大方面：定性和定量。要定性研究，提出的问题是：“发生了什么？或者发生了没有？”要定量研究，提出的问题是：“发生了多少？或者它如何发生的？”前者是对问题的动态周期、特征和趋势进行定性的描述，而后者是对问题的机制、原理、起因进行定量化的解释。然而，生物学中有许多实验问题与建立模型并不是直接有关的。于是，通过分析、比较、计算和应用各种数学方法，建立反映实际的且具有意义的仿真模型。

生态数学模型的特点为：(1)综合考虑各种生态因子的影响。(2)定量化描述生态过程，阐明生态机制和规律。(3)能够动态的模拟和预测自然发展状况。

生态数学模型的功能为：(1)建造模型的尝试常有助于精确判定所缺乏的知识和数据，对于生物和环境有进一步定量了解。(2)模型的建立过程能产生新的想法和实验方法，并缩减实验的数量，对选择假设有所取舍，完善实验设计。(3)与传统的方法相比，模型常能更好地使用越来越精确的数据，从生态的不同方面所取得材料集中在一起，得出统一的概念。

模型研究要特别注意：(1)模型的适用范围：时间尺度、空间距离、海域大小、参数范围。例如，不能用每月的个别发生的生态现象来检测1年跨度的调查数据所做的模型。又如用不常发生的赤潮的赤潮模型来解释经常发生的一般生态现象。因此，模型的适用范围一定要清楚；(2)模型的形式是非常重要的，它揭示内在的性质、本质的规律，来解释生态现象的机制、生态环境的内在联系。因此，重要的是要研究模型的形式，而不是参数，参数是说明尺度、大小、范围而已；(3)模型的可靠性，由于模型的参数一般是从实测数据得到的，它的可靠性非常重要，这是通过统计学来检测。只有可靠性得到保证，才能用模型说明实际的生态问题；(4)解决生态问题时，所提出的观点，不仅从数学模型支持这一观点，还要从生态现象、生态环境等各方面的事实来支持这一观点。

本书以生态数学模型的应用和发展为研究主题,介绍数学模型在生态学不同领域的应用,如在地理、地貌、气象、水文和水动力,以及环境变化、生物变化和生态变化等领域的应用。详细阐述数学模型建立的背景、数学模型的组成和结构以及数学模型应用的意义,对于掌握生态数学模型的特点和功能以及注意事项很有必要。生态数学模型不仅展示了生态系统的演化过程,而且预测了自然资源可持续利用。通过本书的学习和研究,促进自然资源、环境的开发与保护,推进生态经济的健康发展,加强生态保护和环境恢复。

本书是在浙江海洋学院出版基金、浙江海洋学院承担的“舟山渔场渔业生态环境研究与污染控制技术开发”、海洋渔业科学与技术(浙江省“重中之重”建设学科)和“近海水域预防环境污染养殖模型”项目、国家海洋局北海环境监测中心主任科研基金——长江口、胶州湾、浮山湾及其附近海域的生态变化过程(05EMC16)的共同资助下完成。

此书得以完成应该感谢北海环境监测中心崔文林主任和上海海洋大学的李家乐院长;还要感谢刘瑞玉院士、冯士笮院士、胡敦欣院士、唐启升院士、汪品先院士、丁德文院士和张经院士。诸位专家和领导给予的大力支持,提供的良好的研究环境,成为我们科研事业发展的动力引擎。在此书付梓之际,我们诚挚感谢给予许多热心指点和有益传授的其他老师和同仁。

本书内容新颖丰富,层次分明,由浅入深,结构清晰,布局合理,语言简练,实用性和指导性强。由于作者水平有限,书中难免有疏漏之处,望广大读者批评指正。

杨东方 苗振清

2012年11月1日

目 次

松毛虫狭颊寄蝇的种群生态学模型	(1)
土地植被覆盖的指数公式	(4)
柚树叶片 CO ₂ 驯化的光合模型	(6)
林木的生长模型	(10)
冬小麦的根系分布模型	(13)
荒漠绿洲植被的景观格局模型	(16)
小麦目标产量设计及适宜品种选择模型	(18)
山地森林景观的空间格局模型	(24)
作物缺水指数的能量平衡模型	(27)
中国对虾的生长及能量模型	(31)
水稻的播种期模型	(34)
棉花氮肥和水分的运筹模型	(40)
根冠的通信模型	(45)
火电厂生态工业园的能值模型	(48)
马铃薯生长的温度效应模型	(51)
人工湿地的污水处理模型	(54)
生态调节的功能模型	(57)
森林生物量的估算模型	(61)
人工林的气候生产力模型	(63)
林区的土壤通用流失方程	(66)
青霉素重复流加的发酵模型	(69)
转化糖的反应方程	(76)
维生素的发酵过程模型	(82)
分批发酵的模型	(85)
谷氨酸的发酵模型	(88)
微生物的产气量计算	(91)
基因工程的酵母生长模型	(93)
青霉素半连续发酵的自控模型	(98)
假单胞菌的降解模型	(102)

含酚废水的处理模型	(104)
游离酵母的发酵模型	(107)
固定化酵母的反应模型	(109)
固定化尖镰孢菌的反应公式	(112)
染菌故障的模糊诊断模型	(114)
外环流的生化反应模型	(117)
丙烯酰胺的生产公式	(121)
青霉素的发酵噪声模型	(123)
发酵过程的体积氧传系数计算	(128)
菌体浓度的滤波估算方程	(130)
管道厌氧的消化模型	(134)
淀粉酶的提取公式	(137)
赖氨酸发酵连续补糖的流速方程	(139)
固定化细胞的催化反应模型	(142)
固定化细胞的转化公式	(144)
分批培养的微生物生长公式	(146)
酵母菌的菌体浓度计算	(150)
聚球藻的碳代谢公式	(153)
丝氨酸的代谢方程	(156)
蛋白质晶体形核的机理公式	(159)
不同耕作栽培方式的评价公式	(162)
农田的二氧化碳排放通量方程	(164)
渠道的淤积公式	(167)
玉米种植的最佳集水计算	(173)
滴灌系统的流量偏差率计算	(175)
插秧机转向的自动控制公式	(183)
灌水器的流量及压力公式	(187)
水稻叶片气孔导度模型	(190)
马蹄形断面的临界流方程	(194)
单膜孔肥液的入渗模型	(198)
微喷带的水量分布计算	(201)
根系分布的经验函数	(204)
双模式液压机械的传动特性方程	(209)
土壤储水的亏缺与补偿公式	(214)

目 次

蒸腾速率与液流密度的公式	(217)
全射流喷头的结构公式	(219)
啮合周期的泵转矩计算	(222)
蓝藻伪空泡的压力公式	(227)
机械臂的逆运动公式	(229)
泵站的供需及能耗计算	(233)
甘蔗剥叶机的剥叶质量模型	(237)
苹果采摘路径的优化算法	(239)
油菜花及花序的形态结构模型	(243)
农业旱情评估的投影寻踪模型	(251)
农田养分的收支平衡模型	(255)
粪草的产气公式	(258)
玉米秸秆的酶解模型	(261)
农村居民点的整理潜力模型	(265)
虾仁的冻结模型	(268)
低聚木糖的纳滤模型	(271)
高密度二氧化碳的杀菌公式	(276)
免疫球蛋白的回收利用公式	(278)
耕地质量的收益计算	(280)
花生蛋白的性质公式	(285)
生物质板的力学性能公式	(289)
包膜尿素的缓释公式	(291)
滴灌施肥的均匀性评价公式	(294)
沟灌入渗的湿润体运移距离模型	(297)
Philip 入渗及土壤吸湿率公式	(306)

松毛虫狭颊寄蝇的种群生态学模型

1 背景

寄蝇是农、林、果树害虫的重要寄生天敌。这些寄蝇具有寄生能力强,成虫寿命较长,扩散范围宽和寄主范围广的优点^[1-2]。因此,这些寄生天敌是影响多种害虫种群动态的重要天敌因子。周昌清等^[3]对松毛虫颊狭寄蝇生态学进行研究,了解其种群生态学、种群的生殖力等特性。

2 公式

2.1 发育历期和发育速率的计算

发育历期的计算如下:

$$D = \sum_i f D_i / n_i$$

f 是虫态(卵、幼虫、蛹、成虫), D_i 是发育时间(d), n_i 是虫态的总的存活量^[4-5]。

$$\text{标准差 } S.E. = \sqrt{(D - \bar{D})^2 / (n - 1)}$$

2.2 发育起点温度和有效积温的计算

有效积温是生理时间,以昆虫各个阶段完成发育所需的总热量(日·度)来表示,它是一个常数。

$$K = D(T - C) \quad (1)$$

式中, K 是有效积温(日·度), D 是发育历期, C 是发育零点温度, T 是发育历其中的平均温度。本研究中的 K 和 C 采用下面的方法计算,并把结果作比较。

2.2.1 直线回归方法

从式(1)中可得: $V = 1/D$, V 是发育速率^[4-5]。式(1)可改写为:

$$T = VK + C, K \text{ 和 } C \text{ 可用线性回归方法求得。}$$

2.2.2 最小变异系数法

对于每个事先选择好的发育起点温度 C ,按照一系列试验结果(T_i, D_i),可以算得: $A_i = D_i(T_i - C)$, T_i 为实验所定温度, D_i 是在此温度下的发育历期(d), A_i 是在假设发育起点温度为 C 时所算得的有效积温。

设: $\bar{A} = \sum A_i/n$, 并且 $S^2 = \sum (\bar{A} - A_i)^2/(n-1)$ ($i = 1, 2, \dots, n$), 则变异系数为:

$C. V. = S/\bar{A}$ 。 $C. V.$ 最小值时的 C 值就是期望发育起点温度^[6]。这个过程依赖于在计算机上做一维搜索, 才能找到最优值, 计算比较复杂。张学武将此法稍做改进, 取 $S^2 = \sum (\bar{A} - A_i)^2/n$, 然后根据数学极值理论, 可解出使 $C. V.$ 最小的发育起点温度:

$$C = [\sum (T_i D_i^2) \sum (T_i D_i) - \sum D_i \sum (T_i^2 D_i^2)] / [\sum (T_i D_i) \sum (D_i^2) - \sum D_i \sum (T_i D_i^2)]$$

2.2.3 直接最优法

假设目标函数是: $O. F. = \sum (A - \bar{A})^2$, 其中 $\bar{A} = \sum A_i/n$, 然后用数学极值理论^[6]可解出目标函数极小的发育起点温度 C :

$$C = [\sum (T_i D_i^2) - \bar{D} \sum (T_i D_i)] / [\sum D_i^2 - n \bar{D}^2]$$

其中, $\bar{D} = \sum D_i/n$, 本研究利用以上 3 种方法计算出狭颊寄蝇的发育起点温度后, 用下列公式算出各阶段的有效积温和世代的有效积温, 即:

$$\bar{K} = \sum K_i/n = \sum D_i \sum (T_i - C)/n$$

同时, 用发育起点温度的标准差来比较 3 种方法的计算精度, 即:

$$S_t = \sqrt{\sum (T_i - T'_i)^2/(n-1)}$$

式中, $(n-1)$ 为自由度, $\sum (T_i - T'_i)^2$ 为误差平方和(Q), T_i 为观察值, T'_i 为计算值。

2.3 生命表参数的计算采用近似算法

$$R_0 = \sum l_x m_x$$

$$T = \sum l_x m_x / R_0$$

式中^[7-8], R_0 为种群世代增长指数; T 为世代时间; l_x 为年龄为 x 时存活的雌性个体数; m_x 为年龄为 x 时产下的雌性子代数。

2.4 有效积温计算模型

$$\bar{K} = \sum K_i/n = \sum D_i \sum (T_i - C)/n$$

松毛虫狭颊寄蝇雌蝇交配后经 3~5 d 补充营养, 卵发育成熟就可产卵。在不同温度下产卵量与温度的关系见图 1。

3 意义

松毛虫狭颊寄蝇(*Carcelia matsukarehae*)是松毛虫重要的寄生天敌之一, 周昌清等^[3]总结建立了种群生态学研究模型, 在 15℃、18℃、22℃、25℃、29℃、32℃ 6 个恒温, 相对湿度为 70%~85%, 光照为 12:12(L:D) 的条件下研究了松毛虫狭颊寄蝇的生态学特性, 为进一步

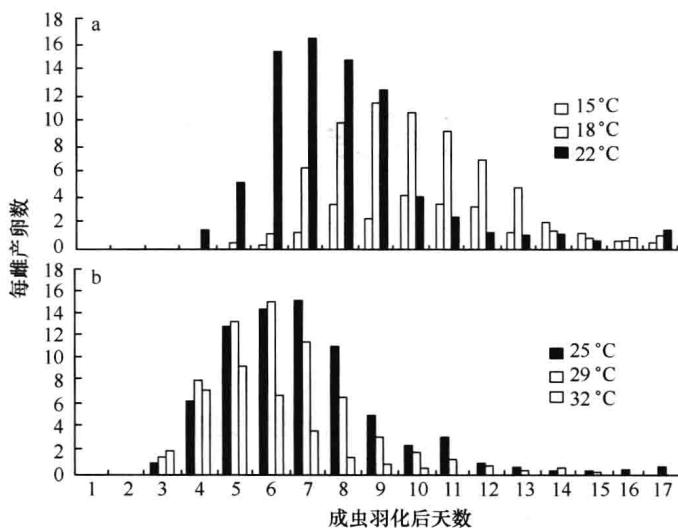


图 1 不同温度下松毛虫狭颊寄蝇种群产卵量变化

了解其自然种群发生规律,创造条件保护利用,充分发挥寄蝇在抑制松毛虫发生中的作用提供科学依据。

参考文献

- [1] Zhao J-M(赵建铭), Lian E-Y(梁恩义). Tachnid Flies of Important Insect Pests in China. Beijing :Science Press, 1984. (in Chinese).
- [2] Zhao J-M(赵建铭), Shi Y-M(史永善). Pest natural enemy-tachinid flies. For Pests Dis Commun(森林病虫通讯), 1982,(2):16 – 19 (in Chinese).
- [3] 周昌清,翁仲彦. 松毛虫狭颊寄蝇实验种群生态学研究. 应用生态学报,2004,15(1):103 – 107.
- [4] Ding Y-Q(丁岩钦). Insect Mathematical Ecology. Beijing: Science Press, (in Chinese)1994.
- [5] Wu X-G(邬祥光). Methods of Mathematical Analyses in Insect Ecology (Rev. edition). Beijing: Agricultural Press(in Chinese) ,1985.
- [6] Li D-M(李典漠), Wang M-M(王莽莽). Quick calculation methods of development zero and effective temperature. Ent Knowl(昆虫知识),1986,33(4):184 – 187 (in Chinese).
- [7] Birch LC. The intrinsic rate of natural increase of an insect population. J Animal Ecol,1948,17:15 – 26.
- [8] Southwood TRE. Ecological Methods with Particular Reference to the Study of Insect Population (Second edition, revised). Cambridge, Great Britain: The University Printing House,1978.

土地植被覆盖的指数公式

1 背景

在景观生态学、景观评价和景观规划等领域常用的景观指数中最基本、最重要的指数是土地覆盖指数(称为% land)。土地植被覆盖指数的数值一般是根据从遥感数据产生出来的土地类型图计算的。因为土地类型图存在着图像分类误差,从其计算出来的景观指数也必然存在着误差,周忠轩等^[1]解释如何评估土地覆盖指数的准确度,以期为相关研究提供参考。

2 公式

根据 Congalton 等的公式^[2],第 i 个土地类型的用户分类准确度(UA_i)为:

$$UA_i = \frac{f_{ii}}{f_{i+}} = \frac{f_{ii}}{\sum_{j=1}^n f_{ij}} = \frac{f_{ii}}{f_{ii} + \sum_{j=1, j \neq i}^n f_{ij}} \quad (1)$$

且第 i 个土地类型的产家分类准确度(PA_i)为:

$$PA_i = \frac{f_{ii}}{f_{+i}} = \frac{f_{ii}}{\sum_{j=1}^n f_{ji}} = \frac{f_{ii}}{f_{ii} + \sum_{j=1, j \neq i}^n f_{ji}} \quad (2)$$

式中, n 为在某一景观内土地类型的种类; f_{ij} 为土地类型 i 在分类数据和土地类型 j 在观测数据中共同出现的次数; f_{+i} 为土地类型 i 在观测数据中出现的总数; f_{i+} 为土地类型 i 在分类数据中出现的总数。所以,

$$\frac{1}{UA_i} - \frac{1}{PA_i} = \frac{f_{ii} + \sum_{j=1, j \neq i}^n f_{ij}}{f_{ii}} - \frac{f_{ii} + \sum_{j=1, j \neq i}^n f_{ij}}{f_{ii}} = \frac{\sum_{j=1, j \neq i}^n f_{ij} - \sum_{j=1, j \neq i}^n f_{ji}}{f_{ii}} \quad (3)$$

在式(3)中, $\sum_{j=1, j \neq i}^n f_{ij}$ 项代表了把其他土地类型误分为土地类型 i 的次数,其数值越高,则高估土地类型 i 的面积; $\sum_{j=1, j \neq i}^n f_{ji}$ 项代表了把土地类型 i 误分为其他土地类型的次数,其数值越高,则低估土地类型 i 的面积。因此, $\sum_{j=1, j \neq i}^n f_{ij} - \sum_{j=1, j \neq i}^n f_{ji}$ 代表了土地类型 i 高估与低估

之间的净差。当净差等于 0 的时候,对土地植被覆盖指数的估计则是准确的。倘若净差不为 0,用户准确度和产家准确度的高低(取决于 f_{ii})也将对土地植被覆盖指数的准确度产生影响。

3 意义

周忠轩等^[1]总结概括了土地植被覆盖指数准确度的数学解释模型,用虚例和实例揭示了土地植被覆盖指数的准确度与图像分类的准确度之间的复杂关系,并进一步用数学方式进行了解释,保证土地植被覆盖指数的准确度,为提高 GIS 数据的准确度提供理论基础。

参考文献

- [1] 周忠轩,吴钢,邵国凡. 遥感探测土地植被覆盖指数的准确度评估. 应用生态学报,2004,15(1): 36 - 38.
- [2] Congalton RG, Green K. Assessing the Accuracy of Remotely Sensed Data: Principles and Practices. New York: Lewis Publishers, 1998;137.

柚树叶片 CO₂ 驯化的光合模型

1 背景

柚是华南地区重要果品,广东省把柚列为大力推广的绿色食品。近年来生产规模不断扩大,并成为一些地区农业的支柱产业,但在华南地区可种柚的大多数坡地土壤磷有效性低,研究^[1-2]增加磷供给条件下柚树对大气 CO₂ 分压增高的响应可为在大气 CO₂ 分压增高趋势下柚树种植和推广提供科学依据。

2 公式

在较高光强下叶片的羧化作用受到 Rubisco 活性和羧化部位 CO₂ 和 O₂ 分压所限制。当空气 CO₂ 分压增高,则光合速率增高。当叶片光合速率达到 Rubisco 羧化反应限制下最大光合速率(P_{nc} , μmol · m⁻² · s⁻¹)^[3],则

$$P_{nc} = V_{cmax} \frac{P_i - \Gamma^*}{P_i + K_c(1 + P_0/K_0)} - R_d \quad (1)$$

其中, Γ^* 为光下呼吸的 CO₂ 补偿点, R_d 为光下线粒体呼吸速率。

此时 Rubisco 的羧化速率(V_c , μmol · m⁻² · s⁻¹)^[4]:

$$V_c = \frac{P_{nc}(P_i + K_a)[P_i + K_c(1 + P_0/K_0)]}{P_i^2} \quad (2)$$

而 Rubisco 的氧化速率(V_o , μmol · m⁻² · s⁻¹):

$$V_o = P_{nc} \frac{2\Gamma^*}{P_i} \quad (3)$$

其中, V_{cmax} 为最大羧化速率(μmol · m⁻² · s⁻¹), P_i 为细胞间 CO₂ 分压(Pa), P_0 为羧化部位的氧分压(20.5 × 10³ Pa, 25°C)。 K_c 和 K_0 分别为羧化反应和氧化反应的米氏常数(分别为 40.4 Pa 和 24.8 × 10³ Pa, 25°C), K_a 为常数(1.0 Pa)^[4]。当温度变化时予以校正^[4]。

在较高 CO₂ 分压和较低光强下, RuBP 再生受到光合电子传递速率的限制。当光强增高, 叶片光合速率增高, 当叶片光合速率达到 RuBP 再生限制下最大速率(P_{nj} , μmol · m⁻² · s⁻¹), 则: