普通高等教育“十二五”规划教材

数学建模
理论、方法及应用

房少梅　主编

科学出版社

普通高等教育"十二五"规划教材

数学建模理论、方法及应用

房少梅　主编

科学出版社
北　京

内 容 简 介

本书分9章，内容涉及数学建模简介、MATLAB基础知识、微分方程及差分方程方法、最优化方法、回归分析、预测与决策分析、图论方法、模糊数学方法、神经网络方法等建模常用的方法，并在附录中介绍建模竞赛论文写作的方法和范例. 第2～9章每章先结合实例讲解建模方法的理论，之后结合软件介绍模型的求解方法，避免在解决问题中做繁琐的数学推导和计算. 本书结构严谨，内容丰富，实用性强，案例丰富，便于学生学习阅读.

本书适合普通高等院校参加数学建模竞赛的指导老师和学生（本科和研究生）、以及希望了解数学方法及数学建模方法的学生、老师及科研工作者.

图书在版编目（CIP）数据

数学建模理论、方法及应用/房少梅主编. —北京：科学出版社，2014.2

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978-7-03-039569-6

Ⅰ.①数…　Ⅱ.①房…　Ⅲ.①数学模型-高等学校-教材

Ⅳ.①O141.4

中国版本图书馆CIP数据核字（2014）第011126号

责任编辑：姚莉丽 / 责任校对：韩　杨　包志虹

责任印制：阎　磊 / 封面设计：陈　敬

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100717

http://www.sciencep.com

保定市中画美凯印刷有限公司 印刷

科学出版社发行　各地新华书店经销

*

2014年2月第 一 版　开本：720×1000 B5

2014年2月第一次印刷　印张：28 1/2

字数：575 000

定价：52.00元

（如有印装质量问题，我社负责调换）

前　　言

本书是为普通高等院校的大学生学习数学建模课程和参加数学建模竞赛编写的参考书,作为长期从事数学建模课程教学和指导数学建模竞赛的一线教师,我们坚持不懈地从事数学建模的研究、教学、应用和推广工作,在数学建模教学工作中积累了丰富的经验,一直致力于研究如何提高不同基础学生的数学建模能力.现在参加数学建模竞赛的学生既有数学专业的,又有非数学专业的,其中非数学专业的还包括了理、工、农、林、经、文等多个不同学科,这些学生的数学和计算机知识参差不齐,面对这种实际问题,我们一直在考虑如何才能满足各类学生参加数学建模竞赛的需求,以进一步培养和提高学生应用数学解决实际问题的能力.为解决这个实际问题,我们从 2007 年开始尝试编写适用于不同层次学生的数学建模教学和数学建模竞赛培训讲义,并在校内使用,在使用过程中多次修改,逐步完善,最终形成了这本书.这些年来,使用该讲义的学生参加全国大学生数学建模竞赛取得很好的成绩,获得国家奖的比例达到 16%,远远高于全国的平均水平.本书就是我们多年讲授数学建模课程、指导学生参加数学建模竞赛的工作总结和经验积累,书中融合了丰富的实战经历和教学经验,使得这本书作为数学建模教学和数学建模竞赛培训的参考教材,有很好的实用性和很强的针对性.

在本书编写过程中,我们广泛地参考了国内外许多数学建模的文献和专著,吸取了国内外许多学者和专家研究的新成果,结合自己的数学建模课程的实际教学工作和指导数学建模竞赛的实战情况,取长补短.本书的内容比较全面,基本涵盖了数学建模中常用的各种方法,主要是以 MATLAB 等软件为工具,将数学理论、数学建模方法与数学软件应用三者有机地结合起来,并以生动详细地实例为载体,较为详细地介绍了不同方法如何用于数学建模竞赛.

在教材具体内容的选取上,我们做了精心设计:

第 1 章是对数学建模和数学建模竞赛进行简要介绍,以便于读者尽快熟悉数学建模和了解数学建模竞赛的特点;第 2 章结合 MATLAB 软件介绍数学建模中常用的基础知识和方法,以便读者能掌握 MATLAB 软件的基本功能,提高模型的求解效率;第 3~9 章涉及微分方程、差分方程、优化方法、回归分析、预测与决策分析、图论、模糊数学和神经网络等建模常用的方法,并结合相应的数学软件和一些应用实例进行讲解,以使读者能在较短的时间里学会这些方法的基本概念以及求解方法;最后,本书在附录中附上 2008 年、2009 年以及 2011 年的三篇优秀论文作为范例,这三篇论文均是从我校学生获得全国大学生数学建模竞赛一等奖的论文

中精选出来的，尽管这些论文不是尽善尽美，但是本书尽量保留了其原汁原味，就是希望读者可以从中参考与借鉴.

本书由房少梅负责统编，参加编写的老师有刘迎湖、方平、毛卫华、王霞、朱艳科、陈羽、聂笃宪、曾庆茂等.

本书之所以能够出版，首先要感谢科学出版社的大力支持；其次，在编写过程中得到了国内同行专家的热情帮助和鼓励，在此谨向他们表示衷心的感谢；最后，感谢华南农业大学教务处和理学院领导的关心和支持. 另外，官金兰博士验证了本书部分程序，郭慧敏、黄冠佳等研究生校对本书的全部内容，在此，也一并表示感谢！

本书可以作为研究生、本科生、专科生参加数学建模竞赛的培训教材；也可以作为不同层次的“数学建模”课程的教材，根据不同层次所需的教学学时数选择相应的教学内容；同时也可以作为科研工作者应用数学来解决实际问题的参考书目.

希望这本书的出版能让更多的热爱数学建模的老师和学生有所收获，对更多的应用数学来解决实际问题的科研工作者有所帮助.

由于编者水平有限，错误和疏漏之处在所难免. 在此，诚恳地期待得到广大读者的批评指正.

编　者

2013 年 11 月于广州

目　　录

第 1 章　数学建模简介

1.1　数 学 建 模

近半个世纪以来，随着计算机技术的迅速发展，数学的形象发生了很大的变化，数学不再仅仅是数学家、物理学家、天文学家、力学家等专家手中的神秘武器，而且渐渐为越来越多的普通人所了解和关注.

人们逐渐认识到数学的发展与同时期社会的发展有着密切联系，许多数学理论都是因社会需要而产生的，许多数学方法也应运而生. 同时数学也是构筑当代物质文明的基础，自从人类有了现代工业，数学就是工程技术不可缺少的工具.

现代数学在理论上更抽象，在方法上更综合，在应用上更广泛，新的数学分支层出不穷，相互交叉，相互渗透，数学不仅更广泛地应用于自然科学和工程技术，而且由于定量化已成为所有学科共同的理论和方法的基础，各学科领域与数学的结合更为广泛和深入，大量新兴的数学方法正在被有效地应用，产生了许多和数学相结合的新学科，如数学化学、数学生物学、数学地质学、数学社会科学等，数学对各学科的渗透与应用，其迅速扩展的趋势要求各类专业技术人员必须具有较好的数学素养.

数学的重要性似乎不言自明，但是往往有学生发出疑问："我们学习这些数学课程有什么用途?"这实质上是数学的重要性究竟体现在哪里的问题. 对各专业学生而言，数学重要的一方面在于数学知识与数学方法的应用，另一方面在于培养数学的思维方式，可以锻炼学生敏锐的理解力，训练全面、系统、科学思考问题的能力.

1.1.1　数学模型和数学建模

近年来，数学模型和数学建模这两个词汇使用频率越来越高，到底什么是数学模型和数学建模呢?

工厂要定期订购各种原料，存在仓库里供生产之用；车间一次加工出一批零件供装配线每天生产之需；商店成批购进各种商品，放在货柜里以备零售. 这些情形中，若货物储存量过大，则储存费用太高，造成资金积压；而储存量太小，则可能无法及时满足生产或经营需求，所以这里有一个货物储存量多大才合适的问题. 要解决这类问题，不能光凭经验拍脑袋，而应该根据生产上的一些实际数据，利用合理的数学方法和工具进行量化计算，才能取得一个合适的结果.

游泳队要从所有队员中选出 4 人参加游泳接力赛，每人一种泳姿，而且 4 人的泳姿各不相同，问选哪 4 人按什么次序组成接力队可以使游泳成绩最好? 也许有人会提出用穷举的方法选出最佳搭配，但是计算量可能会很大. 如果队中共有 10 名队员，

则可能的选择有 5040 种. 这显然不是一个好方法. 对于这个问题,可以根据队员平时各项目的成绩以及接力赛的有关规定建立起一个整数规划问题来进行计算求解.

上面所提到的问题的实际背景来自不同领域,但有一个共同点,就是问题来自于现实世界,都有一个明确的目的,为了解决这些实际问题,我们需要一些数学工具和方法,先把问题翻译成一个数学问题,然后用数学方法甚至计算机工具来加以求解,这实际上就是一个数学建模的过程.

一般而言,所谓数学建模(mathematical modeling),就是对于现实世界的一个特定对象,为了一个特定目的,根据实际问题的内在规律,进行一些必要的简化和抽象,然后运用适当的数学语言、方法和工具,把现实问题描述为一种数学结构,并对之用数学方法加以求解的过程. 用来描述实际问题的数学结构,称为数学模型(mathematical model).

数学建模这个词出现的时间并不是很长,大概也就是三十来年时间,但数学建模本身并不是什么新东西. 可以说,自从有了数学并要用数学去解决实际问题,就有了数学建模. 两千多年以前创立的欧几里得几何,17 世纪发现的牛顿万有引力定律,都是科学发展史上数学建模的成功范例. 数学建模过程中一般都要用证明或计算等技术手段求解数学问题,并通过与实际情形比对来验证所得结果,必要时要对数学模型进行反复的修改完善. 建模过程中大量的计算往往是不可缺少的,过去由于没有高性能计算机,使得计算能力受到很大的局限,在一定程度上限制了数学建模这一强有力方法的应用和发展. 随着计算机技术的发展和超级计算机的出现(特别是从 20 世纪 80 年代开始),数学建模这一方法如虎添翼,获得了飞速发展.

数学建模所面临的实际问题是多种多样的,所用的数学方法也是五花八门的,没有定律. 问题不同,目的不同,所用的分析方法就会不同,所用到的数学方法也就不同,建立起来的数学模型也不同. 数学模型可以按照不同的分类方法分成多种类型. 按照模型的应用领域分类,数学模型可以分成人口模型、交通模型、环境模型、生物数学模型、计量经济模型等. 按照建模所用数学方法分类,可以分为初等模型、几何模型、微分方程模型、统计模型及优化模型等. 按照模型中变量的表现特性分类,可以分成确定性模型、随机性模型,或者静态模型、动态模型,或者连续模型、离散模型.

1.1.2　数学建模的步骤

数学建模是一种创造性的过程,它需要相当强的观察力、想象力,以及灵感. 数学建模的过程是有一定的阶段性,要解决的问题都是来自于现实世界之中. 数学建模的过程就是对问题进行分析、提炼,用数学语言做出描述,用数学方法分析、研究、解决,最后回到实际中,解决和解释实际问题,乃至更进一步地作为一般模型来解决更广泛的问题. 数学建模的流程图可分为如下几个环节(图 1.1).

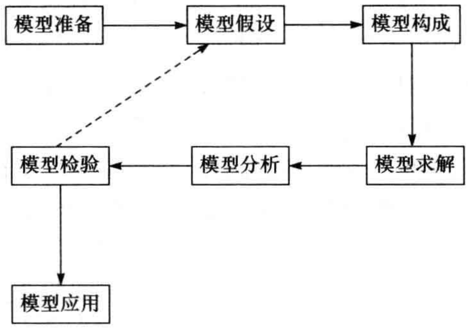

图 1.1 数学建模步骤流程图

下面就流程的各个环节作简单介绍.

1. 问题的分析

数学建模的问题,通常都是来自于现实世界中的各个领域的实际问题,没有固定的方法和标准的答案,因而既不可能明确给出该用什么方法,也不会给出恰到好处的条件,有些时候所给出的问题本身就是含糊不清的. 因此,数学建模的第一步就是应该对问题所给的条件和数据进行分析,明确要解决的问题. 通过对问题的分析,明确问题中所给出的信息、要完成的任务和所要做的工作、可能用到的知识和方法、问题的特点和限制条件、重点和难点、开展工作的程序和步骤等. 同时,还要明确问题所给出条件和数据在解决问题中的意义和作用、本质的和非本质的、必要的和非必要的等. 从而,可以在建模的过程中,适当地对已有的条件和数据进行必要的简化或修改,也可以适当地补充一些必要的条件和数据.

2. 模型的假设

实际中,根据问题的实际意义,在明确建模目的的基础上,对所研究的问题进行必要的、合理的简化,用准确简练的语言给出表述,即模型的假设,这是数学建模的重要一步. 合理假设在数学建模中除了起着简化问题的作用外,还对模型的求解方法和使用范围起着限定作用. 模型假设的合理性问题是评价一个模型优劣的重要条件之一,也是模型的建立成败的关键所在,假设做得过于简单,或过于详细,都可能导致模型建立的不成功. 为此,实际中要做出合适的假设,需要一定的经验和探索,有时候需要在建模的过程中对已做的假设进行不断的补充和修改.

3. 模型的建立

在建立模型之前,首先要明确建模的目的,因为对于同一个实际问题,出于不同的目的所建立的数学模型可能会有所不同. 在通常情况下,建模的目的可以是描述或解释现实世界的现象;也可以是为了预报一个事件是否会发生,或未来的发展趋势;

也可以是为了优化管理、决策或控制等. 如果是为了描述或解释现实世界，则一般可采用机理分析的方法去研究事物的内在规律；如果是为了预测预报，则常常可以采用概率统计、优化理论或模拟计算等有关的建模方法；如果是为了优化管理、决策或控制等目的，则除了有效地利用上述方法之外，还需要合理地引入一些量化的评价指标以及评价方法. 对于实际中的一个复杂的问题，往往是要综合运用多种不同方法和不同学科的知识来建立数学模型，才能够很好地解决这一个问题. 在明确建模目的的基础上，在合理的假设之下，就可以完成建立模型的任务，这是我们数学建模工作中最重要的一个环节. 根据所给的条件和数据，建立问题中相关变量或因素之间的数学规律，可以是数学表达式、图形和表格，或者是一个算法等，都是数学模型的表示形式，这些形式有时可以相互转换.

而且，在模型建立时，变量的设定也是较为重要的. 一个好的模型，除了能较好地达到解决问题的目的之外，还应该有一目了然的表达形式. 在选择变量时，除了应尽可能能减少它们的数量之外，还应该做到不重复，而且尽量避免选择一些有固定意义的符号. 例如，π 和 i 已经固定表示圆周率和虚数单位，有时，如果使用 i 作为变量的角标时，在求解当中可能出现 i，这将产生混淆的效果.

4. 模型的求解

不同的数学模型的求解方法一般是不同的，通常涉及不同数学分支的专门知识和方法，这就要求我们除了熟练地掌握一些数学知识和方法外，还应具备在必要时针对实际问题学习新知识的能力. 同时，还应具备熟练的计算机操作能力，熟练掌握一门编程语言、一个数学工具软件和一个专业统计软件的使用. 不同的数学模型求解的难易程度是不同的. 一般情况下，对较简单的问题，应力求普遍性；对较复杂的问题，可按从特殊到一般的求解思路来完成.

5. 模型解的分析与检验

对于所求出的解，必须要对模型解的实际意义进行分析，即模型的解在实际问题中说明了什么、效果怎样、模型的适用范围如何等. 同时，还要进行必要的误差分析和灵敏度分析等工作. 由于数学模型是在一定的假设条件下建立的，而且通常利用计算机的近似求解，其结果产生一定的误差是必然的. 通常意义下的误差主要来自于由模型的假设引起的误差、近似求解方法产生的误差、计算机产生的舍入误差和问题的数据本身误差. 实际中，对这些误差很难准确地给出定量估计，往往是针对某些主要的参数做相应的灵敏度分析，即当一个参数有很小的扰动时，对结果的影响是否也很小，由此可以确定相应变量和参数的误差允许范围.

6. 改进模型与模型结果的分析推广

把模型的求解与检验分析的结果翻译到实际问题，检验模型的合理性和适用性.

如果结果与实际情形不符,则需要对模型进行改进.模型结果若与实际情况不符,问题常常出在模型的假设上,可能由于假设了过于苛刻的条件,或者忽略了一些不该忽略的因素,使所建立模型与实际相差较远,这时需要对模型进行修改、补充、完善.模型的改进和完善对于模型是否真的在实际当中有用是非常关键的,有时还可能需要多次反复才能达到比较满意的程度.

模型的推广是针对模型的适用性而言的.一个好的模型不应该对问题中所给出数据的结构有过多的依赖性,而应该是对一般问题本质的描述.另一方面,数学模型的应用价值取决于其广泛适用性,因此,模型推广是扩大模型的应用范围,从而提高其使用价值.

对已经建立的模型,还应该进行优缺点分析,也就是模型的检验,这是对模型特性和本质的更深刻认识.在对模型进行优缺点分析时,可以从模型的精确性、实用性,以及对各种因素的考虑等方面对模型进行分析评价.一般来说,所得模型仅依靠问题本身所给数据和信息,不合理性是难以避免的,阐明这些不合理之处,正是表明对问题本质有着比较清醒的认识.

1.2 数学建模竞赛

1.2.1 数学建模竞赛的由来和发展

教育的任务是要教给学生最基本的知识和应用的能力,特别是要教给学生在今后的学习和工作中能展现其智慧和能力的思想、方法和顽强的意志力.著名德国数学家 H. G. Grassmann 认为:“数学除了具有锻炼敏锐的理解力、发现真理的功能外,它还有另一个功能:训练和开发一个能全面考虑科学系统的头脑.”数学的重要地位已经得到人们的普遍认同,但传统的数学教育还不能够完全适应社会、经济、科技的迅速发展和变化的形势,学生不能充分了解数学对其今后一生的学业和事业的重要性.许多学生学习数学的积极性下降了.数学建模教育在很大程度上能够弥补传统数学教育的这种不足,数学建模的教学和竞赛也就应运而生了.

大约在 20 世纪 70 年代末、80 年代初,英国著名的牛津、剑桥等大学专门为研究生开设了数学建模课程,并创设了牛津大学与工业界研究合作的活动.差不多同时,欧美一些工业发达国家开始把数学建模的内容正式列入研究生、大学生甚至中学生的教学计划,并于 1983 年开始举行两年一次的“数学建模和应用的教学国际会议”(International Conference on the Teaching of Mathematical Modeling and Applications,ICTMA).

除了数学建模教学,人们注意到竞赛实际上也是一种培养学生的很好的教学活动.1983 年,美国一些大学教授提出创办一个和传统的数学竞赛不同的应用数学类型的竞赛,经过一年多的讨论,教授们的建议得到了认可,并得到美国科学基金会的资助.1985 年,在美国科学基金会的资助下,创办了一个名为“数学建模竞赛”(Mathematical Competition in Modeling 后改名 Mathematical Contest in Modeling，MCM）的一年一度的大学水平的竞赛. MCM 的宗旨是鼓励大学师生对范围并不固定的各种实际问题予以阐明、分析并提出解法，通过这样一种竞赛形式鼓励师生积极参与并强调实现完整的模型构造的过程. 它是一种彻底公开的竞赛，每年只有若干个来自不受限制的任何领域的实际问题，学生以三人组成一队的形式参赛，在三天（72 小时）（近年改为四天，即 96 小时）内任选一题，完成该实际问题的数学建模的全过程，并就问题的重述、简化和假设及其合理性的论述、数学模型的建立和求解（及软件）、检验和改进、模型的优缺点及其可能的应用范围的自我评述等内容写出论文. 由专家组成的评阅组进行评阅，评出优秀论文，并给予某种奖励. 它只有唯一的禁律，就是在竞赛期间不得与队外任何人（包括指导教师）讨论赛题，但可以利用任何图书资料、因特网上的资料、任何类型的计算机和软件等，为充分发挥参赛学生的创造性提供了广阔的空间. 2000 年，在 MCM 比赛的基础上，由 COMAP（the Consortium for Mathematics and Its Application，美国数学及其应用联合会）增加了“交叉学科建模竞赛”（Interdisciplinary Contest in Modeling，ICM）. 第一届 MCM 时，就有美国 70 所大学 90 个队参加，到 2011 年已经有 16 个国家的 562 所大学 2775 个队参加 MCM 竞赛，来自 4 个国家的 150 所大学的 735 个队参加了 ICM 竞赛. 在某种意义下，MCM 和 ICM 已经成为最著名的国际性的大学生竞赛之一，影响极其广泛. MCM 和 ICM 竞赛在每年的 2 月或 3 月进行.

我国大学生自 1989 年首次参加 MCM 竞赛，参赛规模不断扩大，历届均取得优异成绩. 经过数年参加 MCM 竞赛表明，中国大学生在数学建模方面是有竞争力和创新联想能力的. 为使数学建模竞赛更广泛地展开，1990 年前后国内开始组织地区性大学生数学建模竞赛，1992 年起由中国工业与应用数学学会与国家教委联合主办全国大学生数学建模竞赛（CMCM），该项赛事每年 9 月进行. 特别是到了 1994 年，教育部把全国大学生数学建模竞赛确定为少数几项全国大学生课外学科性竞赛活动之一. 数学建模竞赛与通常的数学竞赛不同，它来自实际问题或有明确的实际背景. 它的宗旨是培养大学生用数学方法解决实际问题的意识和能力，整个赛事是完成一篇包括问题的阐述分析、模型的假设和建立、计算结果及讨论的论文. 通过训练和比赛，同学们不仅用数学方法解决实际问题的意识和能力有很大提高，而且在团结合作发挥集体力量攻关，以及撰写科技论文等方面都将会得到十分有益的锻炼.

既然是竞赛，就要给参赛者分出等级. 竞赛论文的评判主要依据以下几个方面：假设的合理性、模型的创新性、结果的合理性、表达的清晰性以及论文的整体写作水平. 数学建模论文的评阅不同于其他数学试卷的评阅，一般数学试卷的评阅会有较严格的标准答案，但是数学建模的答卷的评价看重的不仅仅是答案，而是上面所提到的几个方面，尤其是模型的创新性和结果的合理性，不同的参赛队的模型结果可以有所不同.

1.2.2 参加数学建模竞赛与应用数学解决实际问题的能力培养

数学建模课程的学习不同于其他数学课程的学习.它没有完整的理论体系和固定的内容,仅有一些纲要的引导和常用方法的介绍,不同的教材在内容上也可以有很大的差异.学习数学建模,就是要学会找到用适当的数学方法来解决实际的问题.这看起来是容易的,但是实际上这正是数学建模的困难所在.学习数学建模,不仅要培养学生自己理解实际问题的能力、抽象分析实际问题的能力,还要训练学生自己应用各种知识、方法和技能的能力.

通过学习数学建模课程和参加数学建模竞赛,学生可以扩大知识面,提高综合运用所学知识解决实际问题的能力,即“数学建模的能力”.具体地讲,参加数学建模竞赛有利于培养以下几个方面的能力.

(1) 丰富灵活的想象能力:数学建模竞赛要解决的问题往往都需要多学科的知识和多种不同的方法,因此,需要我们具备丰富的想象能力.

(2) 抽象思维的简化能力:实际中的问题往往都是很复杂的,数学建模竞赛的过程就是通过对问题进行抽象、简化将其转化为数学问题.因此,这种抽象思维的简化能力是必不可少的,数学建模的学习和训练非常有利于培养这种能力.

(3) 发散思维的联想能力:发散思维是发明创造的一个有力武器,在数学建模竞赛的过程中,通过某些关键信息展开联想,这是一种“由此及彼,由彼及此”的能力.

(4) 与时俱进的开拓能力:随着社会的进步和发展,科学技术也快速地发展,实际中的问题复杂多变,数学建模竞赛也必须要与时俱进,发扬开拓精神,培养创新能力,这也是新型创新人才素质的一部分.

(5) 学以致用的应用能力:学以致用是21世纪高素质应用型人才所具备的一种素质,因为一个人所掌握的知识总是有限的,但解决实际问题所需要的知识相对是无限的,因此,我们必须具备这种快速学习,学以致用的应用能力,数学建模竞赛是培养我们这种能力的一种有效途径.

(6) 会抓重点的判断能力:数学建模竞赛的问题所给条件和数据往往不是给得恰到好处的,有时可能是杂乱无章的,这就要求我们具备特有的一种会抓重点的判断能力,充分利用已知信息,寻找突破口,来解决问题.

(7) 高度灵活的综合能力:因为数学建模竞赛的问题是综合性的,解决问题所需要的知识和方法也是综合性的,因此,我们的能力也必须是综合性的.否则,我们将会是“只见树木,不见森林”,不可能完整地解决问题.

(8) 使用计算机的动手能力:数学建模竞赛必须要熟练掌握计算机的操作,以及工具软件的使用和编程,这是因为对实际问题进行分析和建立数学模型以后的求解都有大量的推理运算、数值计算、作图等工作,这都需要通过计算机和软件技术来实现.

(9) 信息资料的查阅能力:数学建模竞赛试题往往涉及多个应用领域,解题方法

也不会是单一的数学知识,因此在解题时需要借助网络等各种渠道查阅所需的文献资料. 信息资料的查阅能力是数学建模竞赛所必需的能力.

(10) 科技论文的写作能力:论文的写作能力是数学建模竞赛的基本技能之一,也是科技人才的基本能力之一,是表达我们所做工作的唯一方式. 论文要力图通俗易懂,能让人明白你用什么方法解决了什么问题,结果如何,有什么特点. 为此,应尽可能使论文表述清晰、主题明确、论述严密、层次分明、重点突出、符合科技论文的写作规范.

(11) 团结协作的攻关能力:数学建模竞赛都是以小组为单位开展工作的,体现的是团队精神,培养的是团结协作的能力,这是未来科研工作所必备的能力,获得这种能力将让参赛者终生受益.

第 2 章　MATLAB 基础知识

MATLAB 是 Matrix Laboratory 的缩写，是由美国 MathWorks 公司开发的工程计算软件，迄今 MATLAB 已推出了 2013b 版. 1984 年 MathWorks 公司正式将 MATLAB 推向市场，从这时起，MATLAB 的内核就采用 C 语言编写，而且除原有的数值计算能力外，还新增了数据图视功能. 在国际学术界，MATLAB 已经被确认为准确可靠的科学计算标准软件. 在设计研究单位和工业部门，MATLAB 被认作进行高效研究、开发的首选软件工具.

MATLAB 集成环境主要包括五个部分：MATLAB 语言、MATLAB 工作环境、句柄图形、MATLAB 数学函数库和 MATLAB API(application program interface). MATLAB 语言是以数组为基本单位，包括控制流程语句、函数、数据结构、输入输出及面向对象的高级语言.

MATLAB 语言提供了丰富的运算符和函数库，并具有高效方便的数组和矩阵运算能力，既具有结构化的控制语句又具有面向对象的编程特性，语言简洁，内涵丰富，编程效率高. 此外，MATLAB 图形功能强大，包括对二维和三维数据可视化、图像处理、动画制作等高层次的绘图命令，也包括可以完全修改图形局部及编制完整图形界面的、低层次的绘图命令.

2.1　数学建模中常用的线性代数知识及在 MATLAB 中的实现

矩阵是人们用数学方法解决实际问题的重要工具，MATLAB 主要通过矩阵的运算求解线性代数的有关问题. 表 2.1 是一些常用的 MATLAB 命令.

表 2.1　常用的 MATLAB 命令

命令	内容
d=eig(A),[v,d]=eig(A)	特征值和特征向量
det(A)	行列式计算
inv(A)	矩阵的逆
orth(A)	正交化
poly(A)	特征多项式
rank(A)	矩阵的秩
trace(A)	矩阵的迹

续表

命令	内容
zeros(m,n)	m 行 n 列零矩阵
ones(m,n)	m 行 n 列全 1 矩阵
eye(n)	n 阶单位矩阵
rand(m,n)	m 行 n 列的均匀分布随机数矩阵
randn(m,n)	m 行 n 列的正态分布随机数矩阵
rref(A)	简化矩阵为行最简形形式

2.1.1 MATLAB 中矩阵基础

1. 向量的生成

向量和矩阵的生成方式有很多种，下面介绍其中常见的几种.

1）利用冒号":"生成向量

冒号":"是 MATLAB 最有用的算子之一，可以用它作为数组下标，来对数组元素进行操作，也可以用来生成向量.

(1) `a=i:j`

如果 $i<j$，则生成向量 $a=[i,i+1,\cdots,j]$；

如果 $i>j$，则生成空向量.

(2) `a= i:k:j`

如果 $i<j$ 且 $k>0$，或者 $i>j$ 且 $k<0$，则生成向量步长为 k 的向量 $a=[i,i+k,\cdots,j]$；

如果 $i<j$ 且 $k<0$，或者 $i>j$ 且 $k>0$，则生成空向量.

2）利用 linspace 函数生成向量

linspace 函数生成线性等分向量，它的功能类似于上面的冒号算子，它们的区别只是在于函数的参数意义不一样，它指定向量的开始值、结束值以及向量的长度.

(1) `a=linspace(i,j)`

生成有 100 个元素的行向量，在 i,j 之间等分分布.

(2) `a=linspace(i,j,n)`

生成有 n 个元素的行向量，在 i,j 之间等分分布.

3）利用 logspace 函数生成向量

该函数生成对数等分向量，也是直接给出向量的长度.

(1) `a=logspace(i,j)`

生成有 50 个元素的对数等分行向量，第一个元素是 10^i，最后一个元素是 10^j.

(2) `a=logspace(i,j,n)`

生成有 n 个元素的对数等分行向量，第一个元素是 10^i，最后一个元素是 10^j.