

机械制造业职业技能培训系列丛书

机械工人 应用计算手册

何建民 编



机械制造业职业技能培训系列丛书

机械工人应用计算手册

何建民 编



机械工业出版社

本书从机械工人广泛使用的三角函数和几何图形谈起,接着介绍了计量单位和工件结构要素的计算,对工艺应用计算、万能分度头分度计算、展开和下料计算、齿轮类和螺纹工件的综合计算、各种工件的检测计算等也作了重点叙述。全书以机械加工多工种涉及的通用性计算为主,同时对基础性和常规性计算都作了必要叙述。在讲解专业性计算时,都与加工方法紧密联系,以加深读者的理解。

本书在各章节内不同层次地穿插了一些“想想答”内容,意在从正面和侧面给读者以启发和提示,这在某种程度上会起到画龙点睛的作用,并将优化阅读效果。

本书图文并茂,实用性强,条理清晰鲜明,提供的计算资料也比较全面。适合机械工人阅读,也可供技术人员学习使用。

图书在版编目 (CIP) 数据

机械工人应用计算手册/何建民编. —北京:机械工业出版社,2013.5
(机械制造业职业技能培训系列丛书)

ISBN 978-7-111-42448-2

I. ①机… II. ①何… III. ①冷加工-计算方法-手册 IV. ①TG5-32

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 097139 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑:汪光灿 责任编辑:汪光灿 王海霞

版式设计:常天培 责任校对:申春香

封面设计:姚毅 责任印制:张楠

北京玥实印刷有限公司印刷

2013 年 8 月第 1 版第 1 次印刷

184mm × 260mm · 20.25 印张 · 499 千字

0001—2000 册

标准书号:ISBN 978-7-111-42448-2

定价:49.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心:(010) 88361066

教材网:<http://www.cmpedu.com>

销售一部:(010) 68326294

机工官网:<http://www.cmpbook.com>

销售二部:(010) 88379649

机工官博:<http://weibo.com/cmp1952>

读者购书热线:(010) 88379203

封面无防伪标均为盗版

前 言

机械加工中经常要进行各种各样的计算，本书的编写目的是帮助读者掌握和运用这些计算方法及其数据。

本书注重专业性计算和通用性计算的有机结合，在专业性计算中突出机械加工各种计算的同时，对操作过程中的一些要领与注意事项等技术关键适当地作了说明，以便读者在学习和实际操作中应用。对于不常用的计算，书中加强了插图提示和文字讲述；并将一些复杂的计算公式适当地以表格形式数据化，以节省计算时间。考虑到单件加工和大批量加工的不同特点，在介绍通用性计算的同时，还不同程度地叙述了一些特殊情况下的计算方法，以满足不同加工条件的需要，更好地为生产服务。

当今新型机械工人，不但要熟练地掌握操作技能，而且要对理论计算有一定的认识。有些机械工人不知道计算公式是怎样得来的，对其来龙去脉不太清楚，因此，在工作中对公式只能硬记，有时甚至会记错。按照读者在这方面的要求，本书在介绍计算方法和计算公式的同时，还对一些公式加以推导、证明，以帮助读者对计算内容进行消化和理解。

本书在编写过程中追求实用和实效，加强对内容的充实和提高，力求拓宽读者的知识面和创新思维，希望本书能对读者有所帮助。限于水平，书中难免有不足之处甚至错误的地方，望广大读者批评指正。

编 者

目 录

前言

第一章 数学资料和应用计算知识	1
第一节 数学基础	1
第二节 三角几何在工件结构要素计算中的应用	7
第三节 几何图形和形体面积的相关计算	19
第二章 计量单位和机械工人常用计算	30
第一节 计量单位及其换算	30
第二节 工艺应用计算	34
第三节 板料和下料计算	63
第三章 尺寸类有关计算	75
第一节 极限制及尺寸公差	75
第二节 机械加工中的工艺尺寸和尺寸链计算	81
第四章 转速及带传动和螺纹有关计算	104
第一节 传动比和转速	104
第二节 带传动及其计算	110
第三节 常用螺纹综合计算	115
第五章 齿轮类工件综合计算	135
第一节 渐开线齿轮及其各部分尺寸的计算	135
第二节 齿轮制配中的计算	156
第三节 蜗杆与蜗轮及其计算	163
第四节 滚子链轮主要尺寸计算	168
第六章 万能分度头分度及其计算	172
第一节 工件圆周转动分度原理和计算	172
第二节 工件直线移动移距分度法	192
第七章 车削和钳工加工计算	195
第一节 车削加工有关计算	195
第二节 钳工加工有关计算	211

第八章 工件检测计算	234
第一节 沟槽、圆弧和角度面检测计算	234
第二节 螺纹工件检测计算	258
第三节 曲轴工件检测计算	265
第四节 齿轮和齿条类工件检测计算	269
附录 三角函数值表	295

第一章

数学资料和应用计算知识

第一节 数学基础

一、数的计算和常用数学用表

1. π 的近似分数（表 1-1）

表 1-1 π 的近似分数

近似分数	误差	近似分数	误差
$\pi \approx 3.1400000 = \frac{157}{50}$	0.0015927	$\pi \approx 3.1428571 = \frac{22}{7}$	0.0012644
$\pi \approx 3.1418181 = \frac{32 \times 27}{25 \times 11}$	0.0002254	$\pi \approx 3.1417004 = \frac{8 \times 97}{13 \times 19}$	0.0001077
$\pi \approx 3.1417322 = \frac{19 \times 21}{127}$	0.0001395	$\pi \approx 3.1416666 = \frac{13 \times 29}{4 \times 30}$	0.0000739
$\pi \approx 3.1417112 = \frac{25 \times 47}{22 \times 17}$	0.0001185	$\pi \approx 3.1415929 = \frac{5 \times 71}{113}$	0.0000002

2. 数的常用计算数值（表 1-2）

表 1-2 数的常用计算数值

数	数的平方	数的立方	数的平方根	数的立方根	圆周长	数	数的平方	数的立方	数的平方根	数的立方根	圆周长
n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	πd	n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	πd
1	1	1	1.0000	1.0000	0.314	18	324	5832	4.2426	2.6207	5.655
2	4	8	1.4142	1.2599	0.628	19	361	6859	4.3589	2.6684	5.969
3	9	27	1.7321	1.4422	0.942	20	400	8000	4.4721	2.7144	6.283
4	16	64	2.0000	1.5874	1.257	21	441	9261	4.5826	2.7589	6.597
5	25	125	2.2361	1.7100	1.571	22	484	10648	4.6904	2.8020	6.912
6	36	216	2.4495	1.8171	1.885	23	529	12167	4.7958	2.8439	7.226
7	49	343	2.6458	1.9129	2.199	24	576	13824	4.8990	2.8845	7.540
8	64	512	2.8284	2.0000	2.513	25	625	15625	5.0000	2.9240	7.854
9	81	729	3.0000	2.0801	2.827	26	676	17576	5.0990	2.9625	8.168
10	100	1000	3.1623	2.1544	3.142	27	729	19683	5.1962	3.0000	8.482
11	121	1331	3.3166	2.2240	3.456	28	784	21952	5.2915	3.0366	8.796
12	144	1728	3.4641	2.2894	3.770	29	841	24389	5.3852	3.0723	9.111
13	169	2197	3.6056	2.3513	4.084	30	900	27000	5.4772	3.1072	9.425
14	196	2744	3.7417	2.4101	4.398	31	961	29791	5.5678	3.1414	9.739
15	225	3375	3.8730	2.4662	4.712	32	1024	32768	5.6569	3.1748	10.05
16	256	4096	4.0000	2.5198	5.027	33	1089	35937	5.7446	3.2075	10.37
17	289	4913	4.1231	2.5713	5.341	34	1156	39304	5.8310	3.2396	10.68

(续)

数	数的平方	数的立方	数的平方根	数的立方根	圆周长	数	数的平方	数的立方	数的平方根	数的立方根	圆周长
n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	πd	n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	πd
35	1225	42875	5.9161	3.2711	11.00	76	5776	438976	8.7178	4.2358	23.88
36	1296	46656	6.0000	3.3019	11.31	77	5929	456533	8.7750	4.2543	24.19
37	1369	50653	6.0828	3.3322	11.62	78	6084	474552	8.8318	4.2727	24.50
38	1444	54872	6.1044	3.3620	11.94	79	6241	493039	8.8882	4.2908	24.82
39	1521	59319	6.2450	3.3912	12.25	80	6400	512000	8.9443	4.3089	25.13
40	1600	64000	6.3246	3.4200	12.57	81	6561	531441	9.0000	4.3267	25.45
41	1681	68921	6.4031	3.4482	12.88	82	6724	551368	9.0554	4.3445	25.76
42	1764	74088	6.4807	3.4760	13.19	83	6889	571787	9.1104	4.3621	26.08
43	1849	79507	6.5574	3.5034	13.51	84	7056	592704	9.1652	4.3795	26.39
44	1936	85184	6.6332	3.5303	13.82	85	7225	614125	9.2195	4.3968	26.70
45	2025	91125	6.7082	3.5569	14.14	86	7396	636056	9.2736	4.4140	27.02
46	2116	97336	6.7823	3.5830	14.45	87	7569	658503	9.3274	4.4310	27.33
47	2209	103823	6.8557	3.6088	14.77	88	7744	681472	9.3808	4.4480	27.65
48	2304	110592	6.9282	3.6342	15.08	89	7921	704969	9.4340	4.4647	27.96
49	2401	117649	7.0000	3.6593	15.39	90	8100	729000	9.4868	4.4814	28.27
50	2500	125000	7.0711	3.6840	15.71	91	8281	753571	9.5394	4.4979	28.59
51	2601	132651	7.1414	3.7084	16.02	92	8464	778688	9.5917	4.5144	28.90
52	2704	140608	7.2111	3.7325	16.34	93	8649	804357	9.6437	4.5307	29.22
53	2809	148877	7.2801	3.7563	16.65	94	8836	830584	9.6954	4.5468	29.53
54	2916	157464	7.3485	3.7798	16.96	95	9025	857375	9.7468	4.5629	29.85
55	3025	166375	7.4162	3.8030	17.28	96	9216	884736	9.7980	4.5789	30.16
56	3136	175616	7.4833	3.8259	17.59	97	9409	912673	9.8489	4.5947	30.47
57	3249	185193	7.5498	3.8485	17.91	98	9604	941192	9.8995	4.6104	30.79
58	3364	195112	7.6158	3.8709	18.22	99	9801	970299	9.9499	4.6261	31.10
59	3481	205379	7.6811	3.8930	18.54	100	10000	1000000	10.0000	4.6416	31.42
60	3600	216000	7.7460	3.9149	18.85	101	10201	1030301	10.0499	4.6570	31.73
61	3721	226981	7.8102	3.9365	19.16	102	10404	1061208	10.0995	4.6723	32.04
62	3844	238328	7.8740	3.9579	19.48	103	10609	1092727	10.1489	4.6875	32.36
63	3969	250047	7.9373	3.9791	19.79	104	10816	1124864	10.1980	4.7027	32.67
64	4096	262144	8.0000	4.0000	20.11	105	11025	1157625	10.2470	4.7177	32.99
65	4225	274625	8.0623	4.0207	20.42	106	11236	1191016	10.2956	4.7326	33.30
66	4356	287496	8.1240	4.0412	20.73	107	11449	1225043	10.3441	4.7475	33.62
67	4489	300763	8.1854	4.0615	21.05	108	11664	1259712	10.3923	4.7622	33.93
68	4624	314432	8.2462	4.0817	21.36	109	11881	1295029	10.4403	4.7769	34.24
69	4761	328509	8.3066	4.1016	21.68	110	12100	1331000	10.4881	4.7914	34.56
70	4900	343000	8.3666	4.1213	21.99	111	12321	1367631	10.5357	4.8059	34.87
71	5041	357911	8.4261	4.1408	22.31	112	12544	1404928	10.5830	4.8203	35.19
72	5184	373248	8.4853	4.1602	22.62	113	12769	1442897	10.6301	4.8346	35.50
73	5329	389017	8.5440	4.1793	22.93	114	12996	1481544	10.6771	4.8488	35.81
74	5476	405224	8.6023	4.1983	23.25	115	13225	1520875	10.7238	4.8639	36.13
75	5625	421875	8.6603	4.2172	23.56	116	13456	1560896	10.7703	4.8770	36.44

(续)

数	数的平方	数的立方	数的平方根	数的立方根	圆周长	数	数的平方	数的立方	数的平方根	数的立方根	圆周长
n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	πd	n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	πd
117	13689	1601613	10.8167	4.8910	36.76	159	25281	4019679	12.6095	5.4175	49.95
118	13924	1643032	10.8628	4.9049	37.07	160	25600	4096000	12.6491	5.4288	50.27
119	14161	1685159	10.9087	4.9187	37.38	161	25921	4173281	12.6886	5.4401	50.58
120	14400	1728000	10.9545	4.9324	37.70	162	26244	4251528	12.7279	5.4514	50.89
121	14641	1771561	11.0000	4.9461	38.01	163	26569	4330747	12.7671	5.4626	51.21
122	14884	1815848	11.0454	4.9597	38.33	164	26896	4410944	12.8062	5.4737	51.52
123	15129	1860857	11.0905	4.9732	38.64	165	27225	4492125	12.8452	5.4848	51.84
124	15376	1906624	11.1355	4.9866	38.96	166	27556	4574296	12.8841	5.4959	52.15
125	15625	1953125	11.1803	5.0000	39.27	167	27889	4657463	12.9228	5.5069	52.46
126	15876	2000376	11.2250	5.0133	39.58	168	28224	4741632	12.9615	5.5178	52.78
127	16129	2048383	11.2694	5.0265	39.90	169	28561	4826809	13.0000	5.5288	53.09
128	16384	2097152	11.3137	5.0397	40.21	170	28900	4913000	13.0384	5.5397	53.41
129	16641	2146689	11.3578	5.0528	40.53	171	29241	5000211	13.0767	5.5505	53.72
130	16900	2197000	11.4018	5.0658	40.84	172	29584	5088448	13.1149	5.5613	54.04
131	17161	2248091	11.4455	5.0788	41.15	173	29929	5177717	13.1529	5.5721	54.35
132	17424	2299968	11.4891	5.0916	41.47	174	30276	5268024	13.1909	5.5828	54.66
133	17689	2352637	11.5326	5.1045	41.78	175	30625	5359375	13.2288	5.5934	54.98
134	17956	2406104	11.5758	5.1172	42.10	176	30976	5451776	13.2665	5.6041	55.29
135	18225	2460375	11.6190	5.1299	42.41	177	31329	5545233	13.3041	5.6147	55.61
136	18496	2515456	11.6619	5.1426	42.73	178	31684	5639752	13.3417	5.6252	55.92
137	18769	2571353	11.7047	5.1551	43.04	179	32041	5735339	13.3791	5.6357	56.23
138	19044	2628072	11.7473	5.1676	43.35	180	32400	5832000	13.4164	5.6462	56.55
139	19321	2685619	11.7898	5.1801	43.67	181	32761	5929741	13.4536	5.6567	56.86
140	19600	2744000	11.8322	5.1925	43.98	182	33124	6028568	13.4907	5.6671	57.18
141	19881	2803221	11.8743	5.2048	44.30	183	33489	6128487	13.5277	5.6774	57.49
142	20164	2863288	11.9164	5.2171	44.61	184	33856	6229504	13.5647	5.6877	57.81
143	20449	2924207	11.9583	5.2293	44.92	185	34225	6331625	13.6015	5.6980	58.12
144	20736	2985984	12.0000	5.2415	45.24	186	34596	6434856	13.6382	5.7083	58.43
145	21025	3048625	12.0416	5.2536	45.55	187	34969	6539203	13.6748	5.7185	58.75
146	21316	3112136	12.0830	5.2656	45.87	188	35344	6644672	13.7113	5.7287	59.06
147	21609	3176523	12.1244	5.2776	46.18	189	35721	6751269	13.7477	5.7388	59.38
148	21904	3241792	12.1655	5.2896	46.50	190	36100	6859000	13.7840	5.7489	59.69
149	22201	3307949	12.2066	5.3015	46.81	191	36481	6967871	13.8203	5.7590	60.00
150	22500	3375000	12.2474	5.3133	47.12	192	36864	7077888	13.8564	5.7690	60.32
151	22801	3442951	12.2882	5.3251	47.44	193	37249	7189057	13.8924	5.7790	60.63
152	23104	3511808	12.3288	5.3368	47.75	194	37636	7301384	13.9284	5.7890	60.95
153	23409	3581577	12.3693	5.3485	48.07	195	38025	7414875	13.9642	5.7989	61.26
154	23716	3652264	12.4097	5.3601	48.38	196	38416	7529536	14.0000	5.8088	61.58
155	24025	3723875	12.4499	5.3717	48.69	197	38809	7645373	14.0357	5.8186	61.89
156	24336	3796416	12.4900	5.3832	49.01	198	39204	7762392	14.0712	5.8285	62.20
157	24649	3869893	12.5300	5.3947	49.32	199	39601	7880599	14.1067	5.8383	62.52
158	24964	3944312	12.5698	5.4061	49.64	200	40000	8000000	14.1421	5.8480	62.83

二、计算长度的勾股定理

三角形是由三条边组成的封闭几何图形，分为直角三角形（图 1-1a）、锐角三角形（图 1-1b）和钝角三角形（图 1-1c）。

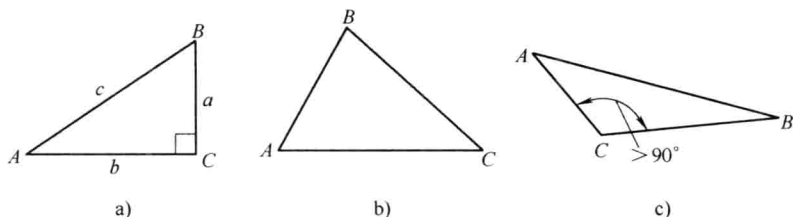


图 1-1 三角形的种类

a) 直角三角形 b) 锐角三角形 c) 钝角三角形

在如图 1-1a 所示的直角三角形中，斜边 c 称为弦，两条直角边中的短边 a 称为勾，长边 b 称为股。勾股定理表明了 c 、 a 、 b 三条边长度间的关系。

根据几何定理，直角三角形斜边的平方等于其他两边的平方和，即

$$c^2 = a^2 + b^2$$

由此式导出

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

勾股定理是几何学中一个非常重要的定理，其应用很广。根据勾股定理，在直角三角形中，已知任意两条边长，都可以求出第三条边长，使用这个定理计算长度非常方便。

图 1-2 所示是截圆形， D 是圆的直径， A 是平面部分的长度， B 是两平面对边的距离，计算长度和距离时，根据勾股定理可以得到下式

$$\left(\frac{D}{2}\right)^2 = \left(\frac{A}{2}\right)^2 + \left(\frac{B}{2}\right)^2$$

公式简化后得

$$D^2 = A^2 + B^2$$

于是有

$$D = \sqrt{A^2 + B^2} \quad (1-1)$$

$$A = \sqrt{D^2 - B^2} \quad (1-2)$$

$$B = \sqrt{D^2 - A^2} \quad (1-3)$$

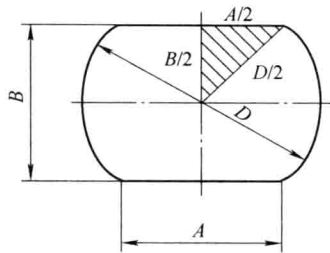


图 1-2 截圆形

三、三角函数及其计算关系

三角形的三个角和三条边称为三角形的六个元素。三角形三个角的大小不一定相等，但三个角的和总是等于 180° 。

在如图 1-1a 所示的直角三角形中, $\angle A$ 和 $\angle B$ 互为余角, $\angle A + \angle B = 90^\circ$, 直角所对的边 c 称为斜边。对锐角 $\angle A$ 来说, a 是 $\angle A$ 的对边, b 是 $\angle A$ 的邻边; 但对 $\angle B$ 来说, a 是 $\angle B$ 的邻边, b 是 $\angle B$ 的对边。在直角三角形中, 斜边永远对着直角, 而邻边和对边是相对变化的, 所以, 计算中要先确定锐角 $\angle A$ 或 $\angle B$, 然后找出三角函数的关系。

1. 六种三角函数和函数的倒数关系

三角函数本身的意义就是互相依赖的变量, 是直角三角形某角的应变数, 它随着角度的变化而变化。在直角三角形 (图 1-1a) 中, 如果知道了其中的任意两个边, 就可以知道锐角 $\angle A$ 或 $\angle B$ 的角度大小; 同样, 如果知道任意一个锐角和一条边, 也可以得到其他两条边的尺寸。

在直角三角形中, 有六种三角函数, 其定义和计算公式见表 1-3。计算过程中, 正弦、正切和正割的函数值随角度的增大而增大, 但不与角度成正比例关系, 也就是说, 角度增加一倍, 函数不是增加一倍; 余弦、余切和余割的函数值随角度的增大而减小, 同样, 它们也不成反比例关系。

由表 1-3 可知

$$\begin{aligned} a &= c \sin A & c &= \frac{a}{\sin A} \\ b &= c \cos A & c &= \frac{b}{\cos A} \\ a &= b \tan A & b &= \frac{a}{\tan A} \\ b &= a \cot A & a &= \frac{b}{\cot A} \end{aligned}$$

表 1-3 三角函数定义的计算公式

名称	代号	定义	函数通则	$\angle A$ 的函数公式	$\angle B$ 的函数公式
正弦	$\sin$	对边和斜边之比	角的正弦 = $\frac{\text{对边}}{\text{斜边}}$	$\sin A = \frac{a}{c}$	$\sin B = \frac{b}{c}$
余弦	$\cos$	邻边和斜边之比	角的余弦 = $\frac{\text{邻边}}{\text{斜边}}$	$\cos A = \frac{b}{c}$	$\cos B = \frac{a}{c}$
正切	$\tan$	对边和邻边之比	角的正切 = $\frac{\text{对边}}{\text{邻边}}$	$\tan A = \frac{a}{b}$	$\tan B = \frac{b}{a}$
余切	$\cot$	邻边和对边之比	角的余切 = $\frac{\text{邻边}}{\text{对边}}$	$\cot A = \frac{b}{a}$	$\cot B = \frac{a}{b}$
正割	$\sec$	斜边和邻边之比	角的正割 = $\frac{\text{斜边}}{\text{邻边}}$	$\sec A = \frac{c}{b}$	$\sec B = \frac{c}{a}$
余割	$\csc$	斜边和对边之比	角的余割 = $\frac{\text{斜边}}{\text{对边}}$	$\csc A = \frac{c}{a}$	$\csc B = \frac{c}{b}$

在实际应用中,只要记住正弦、余弦、正切的函数公式就可以了,因为正弦和余割、余弦和正割、正切和余切互为倒数关系,即

$$\sin A = \frac{a}{c} = \frac{1}{\csc A}$$

$$\cos A = \frac{b}{c} = \frac{1}{\sec A}$$

$$\tan A = \frac{a}{b} = \frac{1}{\cot A}$$

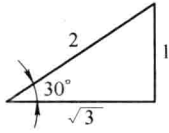
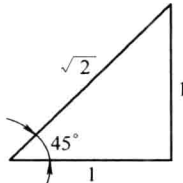
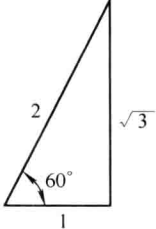
$$\cot A = \frac{b}{a} = \frac{1}{\tan A}$$

$$\sec A = \frac{c}{b} = \frac{1}{\cos A}$$

$$\csc A = \frac{c}{a} = \frac{1}{\sin A}$$

2. 30°、45°、60°角的三角函数值 (表 1-4)

表 1-4 30°、45°、60°角的三角函数值

			
角	30°	45°	60°
函数			
sin	$\frac{1}{2} = 0.5$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.70711$	$\frac{\sqrt{3}}{2} = 0.86603$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2} = 0.86603$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.70711$	$\frac{1}{2} = 0.5$
tan	$\frac{1}{\sqrt{3}} = 0.57735$	1	$\sqrt{3} = 1.73205$
cot	$\sqrt{3} = 1.73205$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}} = 0.57735$

从表 1-4 可以看出如下关系式

$$\sin 30^\circ = \cos 60^\circ$$

$$\sin 45^\circ = \cos 45^\circ$$

$$\sin 60^\circ = \cos 30^\circ$$

$$\sin A = \cos (90^\circ - A)$$

$$\cos A = \sin (90^\circ - A)$$

$$\tan 30^\circ = \cot 60^\circ$$

$$\tan 45^\circ = \cot 45^\circ$$

$$\tan 60^\circ = \cot 30^\circ$$

$$\tan A = \cot (90^\circ - A)$$

$$\cot A = \tan (90^\circ - A)$$

想想答



【问】如图 1-3 所示的一堆钢管，怎样计算其数量？

【答】采用等差级数的公式即可方便地计算钢管的数量。

如底层钢管数为 n ，则其总和为

$$\frac{(1+n)n}{2}$$

图 1-3 中的 $n=11$ ，则总数为

$$\frac{(1+11)11}{2} = 66$$

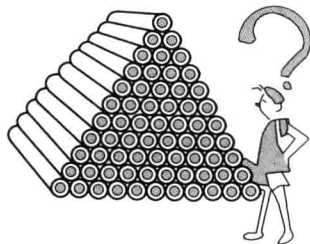


图 1-3 想想答

第二节 三角几何在工件结构要素计算中的应用

数学计算在机械加工中的实际应用很广泛，下面列举几个有代表性的计算示例。

一、正多边形计算示例

包含正多边形的工件很多，如六角头螺柱、六角螺母、方形滑块等。图 1-4 所示是正方形，已知边长 a ，求对角线 AB 的长时，连接 AB 即可得到直线 c ，组成一个 $\triangle ABC$ ，然后进行计算。

【例 1-1】如图 1-5 所示工件的直径 $D=30\text{mm}$ ，平面部分的宽度 A 为 22mm ，问 B 的长度是多少？

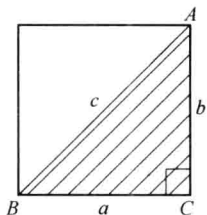


图 1-4 正方形

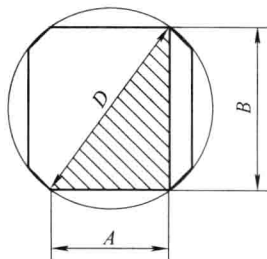


图 1-5 方截圆形

【解】由式 (1-3) 可得

$$B = \sqrt{D^2 - A^2} = \sqrt{30^2 - 22^2} \text{mm} = \sqrt{416} \text{mm} = 20.4 \text{mm}$$

图 1-6 所示是圆的内接正方形，正方形的边长为 S ，外接圆的直径为 D 。 $\triangle BCD$ 中， $BC = CD = S$ ，则 $D^2 = S^2 + S^2 = 2S^2$ ，于是

$$D = \sqrt{2}S = 1.414S \quad (1-4)$$

$$S = \frac{D}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}D = 0.707D \quad (1-5)$$

【例 1-2】一螺杆的端部方头尺寸 $S = 16\text{mm}$ ，问圆柱头直径为多少才能加工成边长 16mm 的方头？

【解】由式 (1-4) 可得

$$D = 1.414S = 1.414 \times 16\text{mm} = 22.624\text{mm}$$

【例 1-3】一根轴的直径 $D = 30\text{mm}$ ，要把它的一端加工成方形，问边长最大为多少？

【解】由式 (1-5) 可得

$$S = 0.707D = 0.707 \times 30\text{mm} = 21.21\text{mm}$$

图 1-7 所示是一个正六边形，已知边长 S 和角度 α ($\alpha = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$)，要求计算外接圆半径 R 。虽然局部几何图形 ABO 不是直角三角形，而是一个对称图形，但同样可通过平分得到一个直角三角形。已知数 $\frac{S}{2}$ 、 $\frac{\alpha}{2}$ 和未知数 R 组成了这个三角形的计算元素，这时计算就变得比较方便。

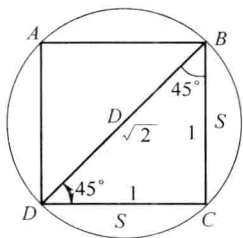


图 1-6 圆的内接正方形

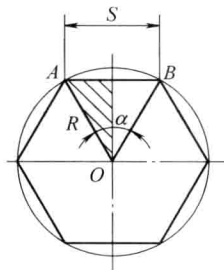


图 1-7 正六边形

1. 正多边形各部分尺寸互算

在图 1-8 中，多边形边数为 n ，边长为 S ，外接圆直径为 D ，内切圆直径为 d ，各边所对圆心角为 $\frac{360^\circ}{n}$ ，半边所对圆心角为 $\frac{180^\circ}{n}$ ，在直角三角形 ABO 中

$$\tan\left(\frac{180^\circ}{n}\right) = \frac{AB}{BO} = \frac{S/2}{d/2} = \frac{S}{d}$$

则得 S 和 d 的互算公式为

$$S = d \tan\left(\frac{180^\circ}{n}\right) \quad (1-6)$$

$$d = \frac{S}{\tan\left(\frac{180^\circ}{n}\right)} = S \cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right) \quad (1-7)$$

又因 $\sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right) = \frac{AB}{AO} = \frac{S/2}{D/2} = \frac{S}{D}$ ，则 S 和 D 的互算公式为

$$S = D \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right) \quad (1-8)$$

$$d = 0.866D \quad (1-18)$$

$$D = 1.155d \quad (1-19)$$

【例 1-4】要加工一个正八角柱，边长 $S = 10\text{mm}$ ，问最小要用多大直径的棒料？

【解】这是求外接圆直径 D 的问题，用式 (1-9) 计算得

$$\begin{aligned} D &= S / \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right) = 10 / \sin\left(\frac{180^\circ}{8}\right) = 10 / \sin 22^\circ 30' \\ &= 10 / 0.38268\text{mm} = 26.13\text{mm} \end{aligned}$$

用式 (1-10) 的倒数关系公式计算可得

$$D = S \csc\left(\frac{180^\circ}{n}\right) = 10 \csc 22^\circ 30' = 10 \times 2.6131\text{mm} = 26.13\text{mm}$$

【例 1-5】用直径为 20mm 的圆钢加工如图 1-10 所示的六角头，问加工成六角后，最大的对边尺寸 d （即内切圆直径）为多少？

【解】用式 (1-18) 计算得

$$d = 0.866D = 0.866 \times 20\text{mm} = 17.32\text{mm}$$

【例 1-6】M12 六角螺母的对边尺寸 d 按标准是 22mm ，问需要多大的圆柱形毛坯才能将其加工出来？

【解】本题是求外接圆直径 D ，用式 (1-19) 计算得

$$D = 1.155d = 1.155 \times 22\text{mm} = 25.41\text{mm}$$

圆内接正多边形的计算见表 1-5。

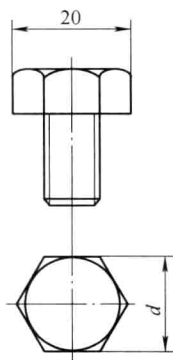
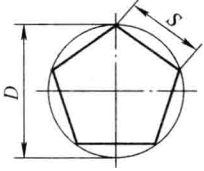
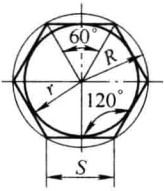
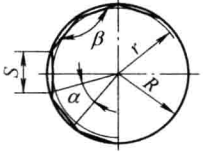


图 1-10 六角头螺栓

表 1-5 圆内接正多边形的计算

正多边形	计算部位	图 示	计算方式
正三角形	计算 D 和 H		$D = (H + d)1.155$ $H = \frac{D - 1.155d}{1.155}$
	计算 D 和 S		$D = \frac{S}{0.866}$ $S = 0.866D$
正四边形	计算 D 、 S 、 S_1 和 a		$D = 1.414S$ $S = 0.707D$ $S_1 = 0.854D$ $a = 0.147D = \frac{D - S}{2}$

(续)

正多边形	计算部位	图 示	计算方式
正五边形	计算 D 和 S		$D = 1.701S$ $S = \frac{D}{1.701}$
正六边形	计算 r 、 S		$r = 0.866S = 0.866R$ $S = R = 1.155r$
正多边形	计算 R 、 r 和 S		$R = \sqrt{r^2 + \frac{S^2}{4}}$ $r = \sqrt{R^2 - \frac{S^2}{4}}$ $S = 2\sqrt{R^2 - r^2}$

2. 正多边形内角的计算

从 n 边形一个角的顶点向各顶点连对角线, 可得出 $(n-2)$ 个三角形。图 1-11 所示为五边形, 则可连成 $5-2=3$ 个三角形。因为一个三角形的内角和是 180° , 所以 n 边形的内角和是 $(n-2) \times 180^\circ$, 如果是正 n 边形, 则各内角都相等, 于是得每个内角 α 是

$$\alpha = \frac{(n-2) \times 180^\circ}{n} \quad (1-20)$$

式中 α ——正多边形内角的度数;

n ——正多边形的边数或角的个数。

【例 1-7】用游标万能角度尺检验一个正五边形的形状是否正确, 问正确的角度应该是多少度?

【解】用式 (1-20) 计算得

$$\alpha = \frac{(n-2) \times 180^\circ}{n} = \frac{(5-2) \times 180^\circ}{5} = 108^\circ$$

正多边形内角 α 的角度和中心角 θ 的角度见表 1-6。

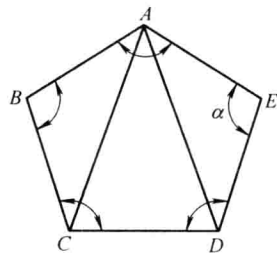


图 1-11 正多边形内角的计算