

Tarski's Theorem  
and Truth-theoretic Paradoxes

塔斯基定理与  
真理论悖论



熊 明 / 著



科学出版社

# Tarski's Theorem and Truth-theoretic Paradoxes

塔斯基定理与  
真理论悖论



熊 明/著

科学出版社  
北京

## 内 容 简 介

关于说谎者及其相关真理论悖论的研究始于古希腊时代，之后相关理论层出不穷，但至今仍无定论，相关研究仍是当今逻辑研究的一大热点。本书梳理了塔斯基、克里普克、赫茨伯格、古普塔等人的真理论的基本内容，并通过分析其理论对真谓词的处理概括出真谓词在可能世界上的一种模式，进而给出了塔斯基定理的一系列的推广。主要探讨在对真谓词进行定义时所可能产生的悖论问题，基本目标是应用符号逻辑理论对这些悖论进行刻画，从而明确定义真谓词所需的条件。

本书适合逻辑学、哲学等及相关专业的读者参阅。

### 图书在版编目 (CIP) 数据

塔斯基定理与真理论悖论 / 熊明著. —北京：科学出版社，2014.3

ISBN 978-7-03-040124-3

I .①塔… II .①熊… III .①数理逻辑—定理(数学)—研究 IV .①O141

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 046418 号

责任编辑：郭勇斌 高丽丽 / 责任校对：宋玲玲

责任印制：赵德静 / 封面设计：无极书装

编辑部电话：010-64035853

E-mail:houjunlin@mail.sciencep.com

**科学出版社** 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

**北京源海印刷有限责任公司 印刷**

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2014 年 5 月第 一 版 开本：720×1000 1/16

2014 年 5 月第一次印刷 印张：11

字数：152 000

**定价：65.00 元**

(如有印装质量问题，我社负责调换)

# 序

1936 年，塔斯基发表的著名论文《形式语言中的真理概念》( The concept of truth in formalized language )，开创了逻辑学中的真理论这一重要分支，它在西方逻辑学界、哲学界乃至语言学界等领域都产生了重大而深远的影响，直至今日，它仍然是西方主流非古典逻辑学中最重要的分支与研究方向之一。2004~2009 年，熊明作为我的博士研究生，其主攻方向是真理论与悖论之关系。作为他的论文导师，从一开始我就对他讲清楚了我的期望，尤其是他的博士论文应该达到的水平；但是，在学术方面，除了告诉他这个研究方向和一些专业内重要学者及他们的论文之外，我并没有真正给他多少技术方面的实际帮助。

熊明在开始博士研究生学习时，数学基础并不强，但通过认真刻苦的学习与研究，他在博士研究生学习期间取得了令人瞩目的学术成就，发表在西方重要逻辑学杂志的学术论文受到了包括西方著名真理论专家、麻省理工学院的麦吉（V. McGee）教授等人的重视与赞赏。客观地说，他的博士论文基本上达到了美国任何一个好的大学博士论文的水平；在中国国内，这是继 20 世纪 80 年代中期徐明先生撰写的硕士论文之后所取得的又一个真正的好成绩。该书是在熊明的博士论文的基础之上修改而成的，其中使用了简单的技术处理哲学问题，可读性强，并兼有一定的思想性，可以作为有一定数学与逻辑学基础的学生或学者了解真理论的入门书。

中国有很多研究逻辑学的人，高校中也建立了许多逻辑学研究所、逻辑学专业等令人眼花缭乱的机构和专业，每年都会产生数不清的论文，然而能够在国际上公认的有学术地位的主流逻辑杂志上发表文章的人却是少之又少，做出能够称得上是真正好的成果则更是凤毛麟角。不必说与美国、欧洲

各国、俄罗斯、以色列等逻辑学强国相比，就是与亚洲的邻国日本和新加坡相比，中国的逻辑学也是非常落后的。这是一个令人难堪与痛苦的事实。希望年轻人中对逻辑学有兴趣的同学能够有志气沉下心来认真学习与研究这一古老的学科，做出真正能够令世人瞩目的好成果。

张 犇

2014年2月8日草于意大利佛罗伦萨

# 前　　言

本书是一项关于塔斯基定理与真理论悖论之间关联性的研究。塔斯基定理（全称为“塔斯基真之不可定义性”）是数理逻辑中与哥德尔两个不完全性定理齐名的理论。关于哥德尔不完全性定理，著名的美籍华人逻辑学家王浩曾经评论道：“哥德尔定理就好比弗洛依德的心理学，爱因斯坦的相对论，玻尔的互补性原理，海森堡的测不准原理，凯恩斯的经济学和DNA的双螺旋。”（王浩，2004: 82）而在逻辑学中，就定理本身的意义及其对后世的影响而言，能与哥德尔定理比肩的结果大概也就只有塔斯基定理。

事实上，在很多方面，哥德尔定理与塔斯基定理都具有可比性。如果说哥德尔定理是一个关于形式系统语形方面的结果，那么塔斯基定理就主要是关于形式系统语义方面的结果；如果说哥德尔定理表明了形式系统在可证性方面有局限性，那么塔斯基定理则表明了形式系统在真理性方面有局限性。更具体一点，哥德尔定理证明了形式系统除非包含矛盾，否则总有它应证明的语句（特别地，应证明说它不含矛盾的那个语句）不可能在它内部得到证明，那么塔斯基定理则证明了形式系统除非包含矛盾，否则它的真谓词不可能在它内部得到定义。最后，这两个定理的证明都与说谎者悖论相关，只不过哥德尔定理的证明中构造了一个类似于说谎者悖论（但不是悖论）的语句，而塔斯基定理的证明则通过归谬法在形式系统中重构了说谎者悖论。

关于真的问题是哲学的一个基本问题，可以说哲学史有多长则对真的研究历史就有多长。而对说谎者及类似悖论的研究也由来已久，至少可以追溯到亚里士多德时代。作为一个划时代的结果，塔斯基定理在逻辑研究的范围之内首次把对真的研究与对说谎者及其相关悖论的研究联系在一起，揭开了真与说谎者及类似悖论数理逻辑方面研究的序幕。说谎者及类似悖论与真的

这种高度相关性使得这类悖论被称为“真理论悖论”。

塔斯基定理说的是形式语言在一定的条件下不能定义其自身的真谓词。这是一个限制性的结果，有关这个结果的后续研究都是通过修改形式语言的某些条件，从而达到定义形式语言真谓词的目的的。从塔斯基自己提出的语言层次理论，到克里普克提出的归纳构造理论，再到赫茨伯格和古普塔各自独立提出的修正理论，所有这些理论无不是改变了形式语言的某些条件，最终达到定义形式语言真谓词的目的。

更具体一点说，塔斯基定理的实质是如果形式语言在语形方面足够丰富，在语义方面符合经典逻辑的赋值模式，并且它的语句都满足塔斯基对真谓词提出的 T-模式，那么必定可以通过某个悖论推出矛盾。所以如果要对形式语言中的真进行定义，就必须对形式语言的语形、语义，以及 T-模式的某个方面作出某种让步才能达到定义真的目的。上述三个理论就是在以上三个方面的某个或某些方面作出了妥协，特别是它们对 T-模式都作出了某种程度的限定，从而得以避开真理论悖论引发的矛盾。

本书作为塔斯基定理的后续研究，同样对形式语言的条件作出让步，但只对上述三个条件中的第三个——T-模式——作出让步，而且这里的让步不是对 T-模式进行限制，反而是对它的推广（本书称推广后的模式为“相对化 T-模式”）。这样做的结果是我们并不回避真理论悖论引起的矛盾，而是要刻画它们在什么条件下会导致矛盾。

本书研究的一个基本发现是在塔斯基定理的证明中，当用相对化 T-模式代替原先的 T-模式时，真理论悖论推出矛盾都是基于一定的条件的，而且不同的悖论所基于的条件不必相同。而相对化 T-模式实则是塔斯基 T-模式在框架（即图论中的有向图）上的相对化，因此，上述发现的实质是真理论悖论只是在满足特定条件——通常是循环性条件——的框架上才会导致矛盾。这是本书将要论证的悖论特有的相对矛盾性。针对几类典型的真理论悖论，我们确定了它们发生矛盾的充分且必要的框架条件，由此对悖论的相对矛盾性

进行了刻画，并对不同悖论的相对矛盾性的强弱进行了比较。这建立了塔斯基定理的一系列推广。在此基础之上，我们还将对悖论与自指、悖论与循环的关系进行一般性地分析。

本书第一章介绍了若干典型的真理论悖论，围绕塔斯基定理提出本书所欲解决的基本问题，并引入问题构建所需的基本工具。第二章首先对塔斯基定理及其后续三个真理论进行综述，在此基础之上指出这三个理论都对塔斯基原先的 T-模式进行了修改，然后根据这些修改，一般性地抽象出相对化 T-模式作为真谓词的一个新原则。

第三章在相对化 T-模式下，建立了塔斯基定理的一系列推广，对几类典型的真理论悖论的相对矛盾性进行刻画，并对这些悖论的相对矛盾性的强弱进行比较。证明了对任意正整数  $n = 2^i (2j+1)$ ， $n$ -卡片悖论用于塔斯基定理的证明时必在一个框架中导致矛盾，当且仅当此框架含有高度不能被  $2^{i+1}$  整除的循环；并且证明了对任意正整数  $n, m$ ， $n$ -卡片悖论在矛盾程度上不强于  $m$ -卡片悖论（指两者同时用于塔斯基定理的证明时，后者一定在前者蕴涵矛盾的框架中蕴涵矛盾），当且仅当  $(n)_2 \leq (m)_2$ ，其中  $(n)_2$  表示  $n$  的素数分解式中 2 的重数。特别地，说谎者悖论用于塔斯基定理的证明时，在并且只在含奇循环的框架中发生矛盾；说谎者悖论在矛盾程度上严格地弱于佐丹卡片悖论；还证明了亚布洛悖论在矛盾程度上等同于说谎者悖论。

第四章在通常的无穷命题语言中讨论悖论，这里我们用语句网来表示悖论，而相对化 T-模式被间接地体现在语句网的解释之中。除证明先前工作可移植到此语言中，这一章更侧重分析悖论与自指、悖论与循环之间的关系问题。主要的结论是：有穷悖论都是自指的，同时其矛盾性都依赖于循环（除了框架中非出现不可的那种循环之外）。作为对照，我们还证明对任意  $n \geq 1$ ， $n$ -行亚布洛式悖论是非自指的；所有的超穷赫茨伯格悖论及麦基悖论在所有非良基的框架中都是矛盾的，因而其矛盾性可不依赖于循环。在这一章，我们还对一类隐定义的悖论——跳跃说谎者悖论进行刻画，由此讨论了悖论的可

定义性问题。

基于并且仅基于相对化 T-模式，本书对几大类典型的悖论语句序列各自所具有的相对矛盾性予以确定，对它们之间相对矛盾性的强弱进行对比，对长期以来悖论与循环、自指之间纠缠不清的问题予以澄清和解决。我们发现了各种真理论悖论背后隐藏着丰富的数学结构，还由此引发出一系列的新问题，使得真理论研究向更宽广、更深入的纵深方向发展。通过这一系列的对典型悖论的刻画，以及对悖论与循环和自指之间关联进行一般性地分析，我们为相对化 T-模式应用于分析悖论方面的优雅和力度提供了充足的数学例证，一系列的结论表明相对化 T-模式不但有着良好的直观基础和哲学根基，更为重要的是，它是一条体现数学美和逻辑力的原则：它本身非常简单，但却是处理众多真理论悖论的方法论原理，具有极强的可操作性、兼容性和灵活性。我们有理由断定相对化 T-模式为形式真理论未来的发展开辟了一条新的途径。

对于语义悖论的研究，美国逻辑学家巴怀斯（J. Barwise）曾指出：“研究语义悖论富有成效的一种方式就是去寻找这样一种合情合理的数学建制，使得我们可去分析真与指称这样的概念，并可应用悖论推理进行定理证明以澄清隐藏在这些概念后的假设以及引起悖论的假设。”（Barwise and Moss, 1996: 184）通过对语义悖论的一个重要之类——真理论悖论的研究，我希望本书在真理论悖论的探索方面能够为分析悖论提供新的强有力的技术，为真理论奠定一个坚实的新基础，最终为真理论的发展开辟一个新的方向。

本书是在我的博士论文基础上完善而成的，感谢导师张羿教授在学术上给予的帮助。在本书及相关论文的写作中，刘壮虎教授、周北海教授、王路教授、陈晓平教授、陈兵龙教授、李小五教授、邹崇理教授、朱葆伟研究员、邢滔滔副教授、普里斯特（G. Priest）教授、麦吉（V. McGee）教授、亚布洛（S. Yablo）教授、伍兹（J. Woods）教授、科尔（L. Cole）博士、伊格纳西奥（O. Ignacio）博士提供了许多修改建议，在此一并表示感谢。感谢胡泽洪教授、周祯祥教授一直以来在工作上给予的爱护和帮助。感谢潘天群教授帮

助我联系出版，同时还要感谢科学出版社的杨静、郭勇斌两位编辑辛勤的工作。感谢我的学生林其清在第一稿中所做的校对工作。感谢巫斌、张立英、李慧华提供的 Latex 技术或文献资料上的帮助。

本书从最初的写作到现在的出版都离不开家人的默默付出，特别要感谢我的妻子赵艺，她一直在家务上作出了最大的努力确保我顺利完成书稿，并对书稿的写作和出版一直予以关注和提醒。还要感谢我的母亲李从仁，她从小教导我努力而不争强，认真做事自有收获。最后，谨以此书纪念我的父亲熊正轩，他用行动告诉我们生活无论多艰辛也要找到能全身心投入而不知疲倦的事业。本书正是父亲朴素想法的体现。

熊 明

2014 年 1 月

# 目 录

序(张 翼)

前言

<b>第一章 导论 .....</b>	<b>1</b>
§ 1.1 真理论悖论 .....	1
§ 1.2 塔斯基定理(非形式的表述) .....	7
§ 1.3 框架与循环 .....	12
<b>第二章 塔斯基定理及其后续 .....</b>	<b>15</b>
§ 2.1 塔斯基定理 .....	15
2.1.1 带 T 谓词的形式算术语言 .....	16
2.1.2 塔斯基定理与语言层次理论 .....	20
§ 2.2 归纳构造理论 .....	26
2.2.1 真值空缺和跳跃算子 .....	27
2.2.2 不动点定理 .....	32
§ 2.3 修正理论 .....	38
2.3.1 修正序列 .....	39
2.3.2 巨环与稳定性 .....	46
§ 2.4 相对化 T-模式 .....	53
2.4.1 T-模式的相对化 .....	54
2.4.2 塔斯基定理的推广 .....	58
<b>第三章 真理论悖论的刻画和比较 .....</b>	<b>65</b>
§ 3.1 说谎者悖论的刻画 .....	65
3.1.1 塔斯基定理与说谎者悖论 .....	66
3.1.2 相对矛盾性 .....	69

---

§ 3.2 说谎者悖论与佐丹卡片悖论的比较 .....	73
3.2.1 矛盾程度的强弱 .....	73
3.2.2 框架的 $\mathbb{N}_4$ 着色 .....	76
§ 3.3 卡片悖论的刻画与比较 .....	80
3.3.1 卡片序列的推广及其分类 .....	81
3.3.2 框架的 $\mathbb{N}_2$ 着色 .....	85
3.3.3 塔斯基定理与卡片序列 .....	91
§ 3.4 亚布洛悖论的刻画 .....	96
3.4.1 亚布洛序列及其自指性 .....	97
3.4.2 亚布洛序列的循环性 .....	102
第四章 悖论、自指与循环 .....	108
§ 4.1 语句网与悖论 .....	108
4.1.1 语句网 .....	109
4.1.2 再论悖论 .....	113
§ 4.2 悖论与自指 .....	120
4.2.1 直接自指与间接自指 .....	121
4.2.2 有穷悖论的自指性 .....	123
§ 4.3 悖论与循环 .....	125
4.3.1 循环依赖性 .....	126
4.3.2 有穷悖论的循环性 .....	129
§ 4.4 隐定义的悖论 .....	133
4.4.1 跳跃说谎者悖论 .....	134
4.4.2 悖论的可定义性 .....	140
参考文献 .....	147
符号 .....	152
索引 .....	155



# 第一章

## 导 论

这一章首先对若干典型的真理论悖论进行介绍（1.1 节），然后对塔斯基定理的内容进行非形式的表述，说明本书考虑的基本问题（1.2 节），最后引入思想上来自图论的若干基本概念（1.3 节），它们将是本书问题建构与解决的基本工具。

### §1.1 真理论悖论

所谓**悖论**，一般的看法是从看似合理的语句导出逻辑矛盾的现象。各个学科中都会出现悖论，逻辑学中的悖论一般特指逻辑悖论。逻辑悖论又可分为集论悖论与语义悖论两种：若悖论起因于类、数等纯粹数学概念的不恰当引入，则可归入集论悖论之列；若悖论之产生与语句的真假、词项的指称等相关，则

属于语义悖论。<sup>①</sup>

集论悖论的出现与数学基础相关，解决之道主要是集合论公理的引入。历史上，最早的一种尝试是罗素的类型理论 (type theory)，但这种理论因有过多的“层次”和“类型”逐渐淡出人们的视野。后来，蒯因 (W. V. Quine) 对类型理论进行改进，提出了 NF 系统，在逻辑学界影响甚大。<sup>②</sup> 这个系统的一致性问题自 1937 年以来仍是非经典逻辑最为重大的公开问题之一。几乎是在同一时期，哥德尔和贝尔纳斯提出 GB(Gödel-Bernays set theory) 系统，策梅洛和弗伦克尔提出 ZF(Zermelo-Fraenkel set theory) 系统。前者实际上是后者的保守扩张，而 ZF 系统现今已成为集合论的主流，绝大多数数学家都认为这是集论悖论最佳的解决方案。至少在数学界，人们很少就集论悖论再去提出新的解决方案。

语义悖论的研究则是另外一种状况。即使撇开其他悖论只谈古老的说谎者悖论一个，迄今为止，解决方案可以说是层出不穷，但仍没有一个得到公认。这一点可以引述美国当代悖论专家维瑟 (A. Visser) 的一段评论 (Visser, 1989: 617) 为证：

不像归纳定义，代数几何或等离子物理那样，语义悖论不是科学研究的对象——至少现在还不是。另一方面，悖论又具有很强的诱惑性，许多哲学家或逻辑学家已为此殚精竭虑——但基本上都是各自为政。关于悖论的文献浩如烟海，却都是零零散散，啰啰嗦嗦，毫无理论的延续性可言。

因而，语义悖论仍是人们津津乐道的话题，有关语义悖论的解决方案也是层出不穷。在语义悖论中，又以那些悖论的产生与语句真假直接相关的特别引

<sup>①</sup>这种分类源自拉姆齐 (F. P. Ramsey)，但要注意，集论悖论在拉姆齐那里被称为是“逻辑或数学悖论”，而语义悖论则被他称为“认识论悖论”。参见 Ramsey(1925) 或 Haack(1978: 137-138)。

<sup>②</sup>蒯因称其系统为数理逻辑的“新基础” (new foundations)，NF 系统由此得名，参见 Quine(1937)。

人注目——它们的形式异常简单，但其悖论的起因却令人无比困惑。一般把这样的悖论称为**真理论悖论** (truth-theoretical paradox)。<sup>①</sup>

本书主要探讨的对象就是真理论悖论。最典型的真理论悖论有以下几类：  
①说谎者悖论及卡片悖论；②亚布洛悖论及其他亚布洛式悖论；③麦吉悖论和超穷赫茨伯格悖论。

下面依次介绍这三类悖论。

说谎者悖论源自于这样一句话：“本语句是假的”，也可以说成：

语句 (1.1) 是假的, (1.1)

当考虑语句 (1.1) 的真假时，会出现下面的两难：如果语句 (1.1) 真，那么据其所说，它必为假；但如果它为假，它与其所说的又相符，故必为真。简言之，语句 (1.1) 蕴涵矛盾，这就是通常所说的**说谎者悖论**。语句 (1.1) 因此被称为**说谎者语句**或**说谎者**，可用  $L$  表示。

关于说谎者悖论，最早的文献记载可追溯到《圣经·新约》中的《提多书》，在其中第 12~13 小节，我们看到：“有克利特人中的一个本地先知说：‘克利特人常说谎话，乃是恶兽，又馋又懒。’这个见证是真的。”这可以看作是说谎者悖论的雏形。据说，《圣经》上记载的这个“本地先知”就是古希腊哲人埃庇米尼得斯 (Epimenides)，由此算来，说谎者悖论已经有 2600 年的历史，比亚里士多德的三段论还早 300 年。

然而，埃庇米尼得斯所言“克利特人常说谎话”并不是真正意义上的悖论。虽然从爱匹门尼德的这句话为真，可得到这句话为假，但是从这句话为假，并不能导出这句话为真。因而，埃庇米尼得斯的发现还不足以称为“悖论”。

我们今天所看到的说谎者悖论主要归功于古希腊米利都人欧布里德 (Eubu-

<sup>①</sup> 参见 (Beall, 2008)。顺便提一下，这里所说的“真理论”乃是“关于真的理论” (theory of truth, truth theory) 的简称，它是某些逻辑理论的统称，不要把它与那种带有意识形态意味的“真理论”相混淆。为保持上下文一致，其他类似的词也作类似称呼，例如，“concept of truth” 叫作“真概念”，“truth predicate” 叫作“真谓词”。有时又可加“之”字以防明显的误读，比如，“definition of truth” 叫作“真之定义”。

lides of Miletus, 公元前 4 世纪左右)。欧布里德是古希腊哲学流派麦加拉学派的领袖之一，他与亚里士多德是同时代的人。事实上，这两个人在学术上是对立的，经常进行论战。欧布里德在逻辑上的主要贡献就是提出了七个有名的悖论，其中说谎者悖论位列第一。欧布里德的提法是：“某人说他在说谎。他说的话是真还是假？”(Bochenski, 1970: 131) 这句话后来又变为另一种提法，即“我正在说的是谎话”。这句话实际上等价于语句 (1.1)。

中世纪逻辑学家对说谎者悖论进行了细致的研究，提出了许多变形。例如，考虑如下两个语句：

$A$  : 神话怪物存在。

$B$  : 这两句话都为假。

不难看出，其中也包含逻辑矛盾：从  $B$  为真可得出  $B$  为假，而从  $B$  为假也可反推出  $B$  为真 (Bochenski, 1970: 240)。这种变形比较平庸。下面这种变形为悖论的矛盾情况注入了新的元素。

语句 (1.2-2) 为假, (1.2-1)

语句 (1.2-1) 为真。 (1.2-2)

可以验证，假定上述两句话中任何一句为真（或为假），都会出现自相矛盾的现象。这一现象最早被英国数学家佐丹发现，他最初的提法是：考虑正反两面各写有“背面那句话是真的”和“背面那句话是假的”的卡片，则从这张卡片上的任何一句话都可推出这句话的反面。因而，这一悖论常被称为佐丹卡片悖论或明信片悖论，上述两个语句所形成的序列可称为佐丹卡片序列。

一般地，可把说谎者悖论和佐丹卡片悖论推广为  $n$ -卡片悖论。它由下面的  $n$  个语句构成：

语句 ( $n_n$ ) 为假, ( $n_1$ )

语句 ( $n_1$ ) 为真, ( $n_2$ )

语句 ( $n_2$ ) 为真, ( $n_3$ )

.....

语句  $(n_{n-1})$  为真。  $(n_n)$

为方便起见，可把  $n$ -卡片悖论中的语句序列称为  **$n$ -卡片序列**。注意，当  $n = 1$  时， $n$ -卡片序列即是说谎者语句；当  $n = 2$  时， $n$ -卡片序列即是佐丹卡片序列。有时，也用“卡片悖论”笼统地指某个  $n$ -卡片悖论。

卡片序列的一个重要特征是，它们都是自指的。说谎者语句最为特殊，它直接指称自己如何如何，在这个意义上，这个语句是直接自指的。其他卡片序列虽然没有直接指称自己，但却通过其他语句“兜圈子”地指称自己，这称为间接自指。人们很早就知道了，语句的自指特征不一定导出逻辑矛盾。例如，说谎者语句的对偶句

语句 (1.3) 是真的,  $(1.3)$

同说谎者语句一样都是直接自指的，但并不会导致任何矛盾。这个语句常被称为“诚实者语句”。间接自指也不一定导致矛盾，例如，下面的两个语句就不含逻辑矛盾：

语句 (1.4-2) 为假,  $(1.4-1)$

语句 (1.4-1) 为假.  $(1.4-2)$

所以，不论是直接自指还是间接自指，对于形成悖论都不是充分的。那么自指性对于悖论的形成是必要的吗？在很长一段时间内，人们都相信自指至少对悖论是必要的，并认为只有禁止语句使用自指才能排除悖论中的矛盾。但 1993 年美国逻辑学家亚布洛 (S. Yablo) 提出了著名的亚布洛悖论，对这一信念提出了挑战 (Yablo, 1985: 340; 1993: 251)。

亚布洛的构造如下。对任何自然数  $n$ ，令

对任意  $m > n$ ,  $(Y_m)$  都为假。  $(Y_n)$

这就得到序列  $Y_0, Y_1, \dots, Y_n, \dots$ ，其中每个语句都指它后面所有语句为假。一般认为，序列中的每个语句都既不是直接指称的，又不是间接指称的。然而，它