

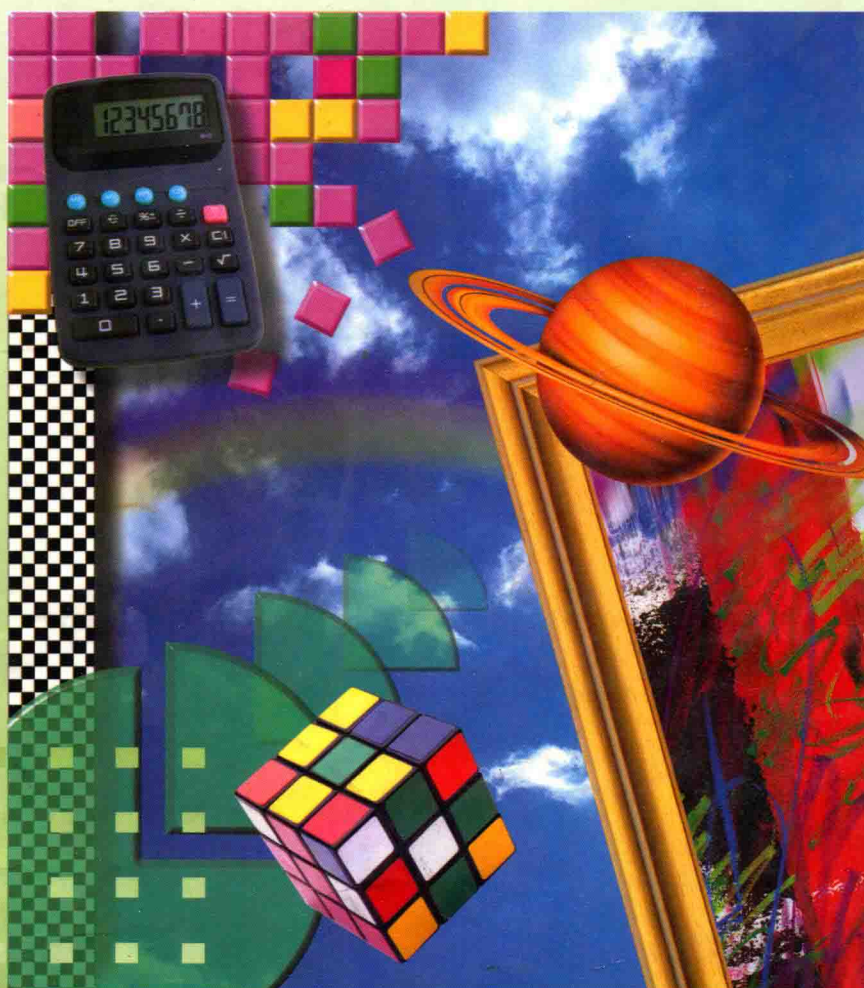
九年义务教育课程

数学

SHUXUE

初中 第3册

侯敏义 主编



北京师范大学出版社

九年义务教育课程

数 学

(初中第3册)

主 编 侯敏义

副主编 孟祥静

北京师范大学出版社

• 北 京 •

北京师范大学出版社出版
(北京新街口外大街 19 号 邮政编码:100875)

出版人:常汝吉

吉林省新闻出版局印刷管理处重印

吉林省新华书店发行

长春第二新华印刷有限责任公司印装

开本:787mm × 1 092mm 1/16 印张:9.25 字数:227 千字

2000 年 1 月第 1 版 2002 年 6 月吉林第 3 次印刷

印数:1—21 900 定价:4.91 元

如发现印、装质量问题,影响阅读,请与书店联系调换。

目 录

第十三章 整式	(1)
13.1 整式	(1)
13.2 整式的加减法	(4)
13.3 单项式的乘法	(8)
13.4 单项式的除法	(11)
13.5 单项式与多项式的乘除法	(14)
13.6 多项式与多项式的乘法	(17)
13.7 幂的乘方与积的乘方	(19)
13.8 整数指数幂	(20)
阅读 从特殊到一般	(23)
本章总结	(24)
复习题十三	(26)
检测题十三	(27)
第十四章 式的变形	(29)
14.1 平方差公式	(29)
14.2 完全平方公式	(31)
阅读 杨辉三角	(34)
14.3 提公因式法	(35)
14.4 公式法	(38)
本章总结	(42)
复习题十四	(44)
检测题十四	(45)
第十五章 分式	(47)
15.1 分式的概念	(47)
15.2 分式的化简	(50)
15.3 分式的乘除法	(53)
15.4 分式的加减法	(55)
15.5 公式变形	(59)
15.6 分式方程	(60)
阅读 类比	(64)
本章总结	(65)
复习题十五	(67)
检测题十五	(69)

第十六章 一元二次方程	(70)
16.1 一元二次方程	(70)
16.2 用配方法解一元二次方程	(73)
16.3 用公式法解一元二次方程	(76)
16.4 一元二次方程的应用	(81)
阅读 代数方程简史	(85)
本章总结	(85)
复习题十六	(87)
检测题十六	(89)
第十七章 轴对称	(90)
17.1 轴对称	(90)
17.2 等腰三角形	(96)
17.3 等腰梯形	(103)
17.4 圆的轴对称性	(105)
阅读 “猴子捞月”与“镜面对称”	(110)
本章总结	(111)
复习题十七	(113)
检测题十七	(115)
第十八章 平移	(117)
18.1 平移	(117)
18.2 平行四边形的判定	(120)
18.3 矩形	(122)
18.4 菱形	(125)
18.5 正方形	(128)
阅读 图形的重心	(132)
18.6 三角形和梯形的中位线	(133)
本章总结	(136)
复习题十八	(138)
检测题十八	(140)

第十三章 整式

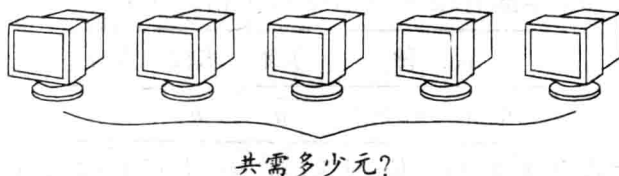
在第一册里我们曾经学过一次式,但在生活和社会实践中还有许多数量关系不是一次式所能表示的.本章将在一次式的基础上学习整式的有关概念和整式的运算.

13.1 整式

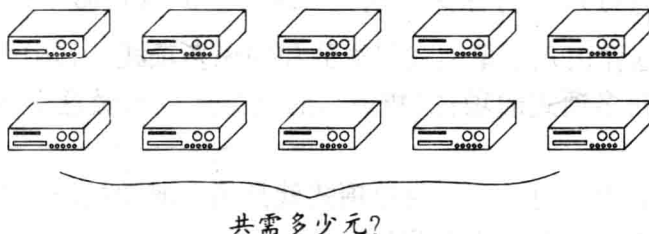


题 先看下面问题:

(1) 电脑 5 台, 每台售价 a 元.



(2) 影碟机 10 台, 每台 b 元.



(3) 图 13-1 所示的正方形面积是多少?

(4) 图 13-2 所示的长方体的体积是多少?

上面问题的答案分别是 $5a$, $10b$, $4x^2$, a^2b .



观察 上面这四个代数式有什么共同的特点?

它们都是数与字母的乘积. 我们就把这样的代数式叫做**单项式**. 其中的数字因数叫做单项式的**系数**; 各个字母的**指数和**叫单项式的**次数**. 单个的数字或一个字母在这里也叫单项式, 如 0 , -5 , a , $\dots$.

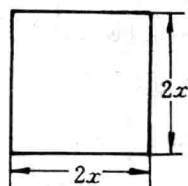


图 13-1

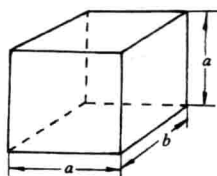
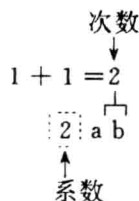


图 13-2



例 1 指出下列各单项式的系数和次数：

$$-2a, \frac{2}{3}x^2y, -m, \frac{mn}{6}.$$

解： $-2a$ 的系数是 -2 ，次数是 1 ；

$\frac{2}{3}x^2y$ 的系数是 $\frac{2}{3}$ ，次数是 3 ；

$-m$ 的系数是 -1 ，次数是 1 ；

$\frac{mn}{6}$ 的系数是 $\frac{1}{6}$ ，次数是 2 。

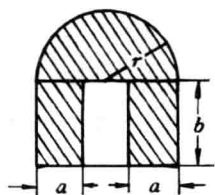


图 13-3



题 再看两个问题：

(1) 长春市某广场种植草坪如图 13-3 所示，其中每一块长方形草坪的长、宽分别为 a, b ，半圆形草坪的半径为 r ，那么整个草坪的面积是多少？

(2) 1999 年国有粮库收购粮食价格如下：

品 种	玉米	水稻	大豆
单价/(元/吨)	a	b	c

某粮库共收购玉米 100 吨、水稻 80 吨、大豆 60 吨，共需付给农民粮食款多少元？

问题(1)(2)的答案分别是 $2ab + \frac{1}{2}\pi r^2$ ， $(100a + 80b + 60c)$

元。像这样由几个单项式组成的和叫做**多项式**。其中的每一个单项式叫多项式的**项**；次数最高的项的次数叫做这个多项式的**次数**。

次数为 1 的多项式与单项式就是第一册学过的一次式。

例 2 指出下列多项式各是几次几项式：

(1) $x^2 + 2x + 3$ ； (2) $-6x^2 + 2xy^2 + 9$ ；

(3) $-mn + 3$ ； (4) $\frac{1}{6}xy^2 + 7m^4$ 。

解：(1) $x^2 + 2x + 3$ 是二次三项式；

(2) $-6x^2 + 2xy^2 + 9$ 是三次三项式；

(3) $-mn + 3$ 是二次二项式；

(4) $\frac{1}{6}xy^2 + 7m^4$ 是四次二项式。

说明：多项式中不含字母的项，如(1)中的 3，叫做**常数项**。单项式和多项式统称为**整式**。

单项式
 $2ab, \frac{1}{2}\pi r^2,$
 $100a, 80b, 60c$

多项式
 $2ab + \frac{1}{2}\pi r^2,$
 $100a + 80b + 60c$

练一练

1. 下列代数式中,哪些是单项式,哪些是多项式?

(1) $-\frac{n}{30}$; (2) $x+y$; (3) $\frac{a+b}{2}$;

(4) $\frac{2}{3}pq$; (5) -3 ; (6) $\frac{a}{4}+2$.

2. 指出下列各单项式的系数和次数:

$-\frac{2}{3}mn$, xy^2 , $2\pi r^2$, ba , $1.2 \times 10^2 a^2$.

3. 判断下列多项式是几次几项式,有一次项和常数项的指出来:

(1) x^2+1 ; (2) $9ab+2c-3$;

(3) $6x^2-4x+1$; (4) $\frac{1}{2}x-y^2-\frac{1}{5}$.

习题 13.1

A 组

1. 下列整式中,哪些是单项式?

xy , $-2m^3$, $a+b$, -15 , $-x$, $x-1$, $3y^2+4y-2$, $ab-\frac{1}{4}x$.

2. 填表:

单项式	$5x^2y$	$-\frac{1}{4}t^7$	$0.7a^2b$	$-\frac{x}{3}$	$-ab^2c$
系数					
次数					

3. 填表:

多项式	$2a-5$	$4x^2-3x+1$	$abc+1$	$-3y^2-1$
项	$2a, -5$			
次数				
常数项				
几次几项式				

4. 当 $x=2$, $y=-1$ 时,计算下列各单项式的值:

(1) $2xy^2$; (2) $\frac{3}{4}x^3y^5$.

5. 计算下列各多项式的值:

(1) x^2-6x+3 , 其中 $x=4$;

(2) $2xy-6x^2-4y^2$, 其中 $x=-2$, $y=2$.

B 组

1. 如果 $5x^2y^{m+1}$ 是 6 次单项式,求 m 的值.

2. 如果 $3x^{m-1}-2x+1$ 是二次三项式,求 $-m+m^2$ 的值.

13.2 整式的加减法



题 先看下面两个问题：

(1) 某办公楼有一扇可射进太阳光线的窗户，其形状如图 13-4 所示，问该窗户的面积是多少？

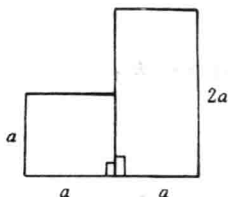


图 13-4

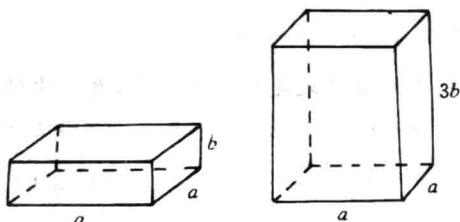


图 13-5

(2) 两种长方体形状的建筑用砖如图 13-5 所示，某工程需要用这两种砖各 100 块，问其体积的和是多少？

上面两个问题用代数式表示分别为： $a^2 + 2a^2$ ； $100a^2b + 300a^2b$ 。



观察 考察上面得到的多项式 $a^2 + 2a^2$, $100a^2b + 300a^2b$ 中的各项，前者都含有字母 a ，并且都是二次的；而后者都含字母 a, b ，并且 a 都是二次的， b 都是一次的。

我们就把多项式中所含字母相同，并且相同字母的指数也分别相同的项叫做**同类项**。多项式中几个常数项也是同类项。

多项式 $a^2 + 2a^2$ 中， a^2 与 $2a^2$ 是同类项；在多项式 $100a^2b + 300a^2b$ 中， $100a^2b$ 与 $300a^2b$ 是同类项。

根据乘法分配律，可以把前面问题(1)(2)中的同类项合并，得

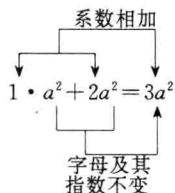
$$(1) a^2 + 2a^2 = (1+2)a^2 = 3a^2;$$

$$(2) 100a^2b + 300a^2b = (100+300)a^2b = 400a^2b.$$

这就是说，多项式中的同类项可以合并成一项，合并的方法和一次式相同，即把同类项的系数相加，所得的结果作为和的系数，字母和字母的指数不变。

例 1 合并下列各多项式中的同类项：

$$(1) \frac{1}{2}y^2 - 5y^2; \quad (2) 2mn + 3mn - 2mn;$$



$$(3) 2a^2 + 2ab - 3a^2 + 3ab - 2.$$

$$\text{解: (1)} \frac{1}{2}y^2 - 5y^2 = \left(\frac{1}{2} - 5\right)y^2 = -\frac{9}{2}y^2;$$

$$(2) 2mn + 3mn - 2mn = (2 + 3 - 2)mn = 3mn;$$

$$\begin{aligned} (3) & 2a^2 + 2ab - 3a^2 + 3ab - 2 \\ &= (2a^2 - 3a^2) + (2ab + 3ab) - 2 \\ &= -a^2 + 5ab - 2. \end{aligned}$$

练一练

1. 判定下列各题中的两项是否是同类项? 为什么?

$$(1) -x^2 \text{ 与 } -y^2; \quad (2) -\frac{1}{2} \text{ 与 } 2;$$

$$(3) mn \text{ 与 } -mn; \quad (4) 9n^2 \text{ 与 } 10^2n.$$

2. 合并下列各式中的同类项:

$$(1) 3x^2 - 2x - 2x^2 + x - 2; \quad (2) 6ab + a^2 - 7ba - 2a^2;$$

$$(3) 5x^2 + 4 - 3x^2 - 5x - 2x^2 - 5 + 6x; \quad (4) \frac{x}{4} + y - \frac{x}{2} - \frac{y}{3}.$$

在第一册里学过一次式的加减, 我们知道, 一次式的加减实际上就是合并同类项. 同样地, 整式的加减也可以归结为合并同类项, 运算时如果遇到括号, 同样可采用一次式加减的去括号方法去括号.

例 2 (1) 求 $x^2 + 4x$ 与 $2x^2 - 5x$ 的和;

(2) 求 $10a^2 - 5$ 与 $8 - 6a^2$ 的差.

解: (1) $(x^2 + 4x) + (2x^2 - 5x)$

$$= x^2 + 4x + 2x^2 - 5x$$

$$= x^2 + 2x^2 + 4x - 5x$$

$$= 3x^2 - x;$$

$$(2) (10a^2 - 5) - (8 - 6a^2)$$

$$= 10a^2 - 5 - 8 + 6a^2$$

$$= 10a^2 + 6a^2 - 5 - 8$$

$$= 16a^2 - 13.$$

$$\begin{array}{r} x^2 + 2x \\ +) 2x^2 - 3x \\ \hline 3x^2 - x \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10a^2 - 5 \\ -) -6a^2 + 8 \\ \hline 16a^2 - 13 \end{array}$$

注意: 对于括号前面是“-”号的情况, 去括号时, 括号里各项都要变号.

例 3 计算: $(2x^2 - 3xy + y^2) - (3x^2 - xy)$.

解: $(2x^2 - 3xy + y^2) - (3x^2 - xy)$

$$= 2x^2 - 3xy + y^2 - 3x^2 + xy$$

$$= -x^2 - 2xy + y^2.$$

例4 先化简,再求值.

$(3x^2 - 2y^2) - (y^2 - 2x^2)$, 其中 $x = -1, y = 2$.

解: $(3x^2 - 2y^2) - (y^2 - 2x^2)$

$$= 3x^2 - 2y^2 - y^2 + 2x^2$$

$$= 5x^2 - 3y^2.$$

当 $x = -1, y = 2$ 时,

$$\text{原式} = 5 \times (-1)^2 - 3 \times 2^2 = -7.$$

试一试,不化简直接求值怎么样?

练一练

1. 填空:

(1) 单项式 $3x^2, -5x, -3x^2$ 的和是_____.

(2) 单项式 $-3ab$ 与 $-7ab$ 的差是_____.

(3) 多项式 $\frac{1}{2}x^2 + x$ 与 $-2x + \frac{1}{2}x^2$ 的和是_____.

2. 计算:

(1) $(a^2 - 2ab + b^2) - 2(a^2 + b^2)$;

(2) $5(x^2 - 1) - (x^2 - 2)$;

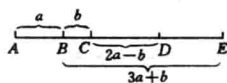
(3) $5x^2 - 3y^2 - x - 4 + x^2 + 2x - 9$;

(4) $4ab - 7a^2 - 8b^2 + 5a^2 - 9ab + b^2$.

3. 先化简,再求值:

$4a^2 + 3b^2 + 2ab - 4a^2 - 2b^2 - b^2$, 其中 $a = 40, b = \frac{1}{8}$.

4. 在一条铁路线上,顺次有 A, B, C, D, E 五个火车站,铁路沿线各站间的距离(单位:千米)如左图所示. 试填写下表中的各站间的里程表:



(第4题)

起站	终站	A	B	C	D	E
A			a			
B				b		
C						
D						
E						

习题 13.2

A 组

1. 下列各题中的两项是否是同类项? 为什么?

(1) $\frac{1}{3}a^2$ 和 $2a^2$; (2) $-3x^2$ 和 $15y^2$;

这是同类项吗?

(3) $-25xy$ 和 $32xy$; (4) $2m^3$ 和 $12m^2$;

(5) -2 和 12 ; (6) $12xy$ 和 $12x$.

2. 下列各题合并同类项的结果是否正确? 把错误的改正过来.

(1) $m^3+m^3=m^6$; (2) $3a+2b=5ab$;

(3) $5a^2-3a^2=2$; (4) $3xy-3xy=0$;

(5) $6ab^2-3ab^2=3ab^2$; (6) $9n^2-12n^2=3n^2$.

3. 合并下列各式的同类项:

(1) $5x+4x$; (2) $-7ab+6ab$;

(3) $-5x^2+\frac{1}{5}x^2$; (4) $-ab+3ab$;

(5) $6x-10x^2+12x^2-5x$; (6) $7a^2-2ab+3a^2+b^2+3ab-3b^2$;

(7) $x^3-x^2+4-2x^3-2+3x^2$; (8) $5xy-3x^2+y^2-4xy+4x^2-2y^2$.

4. 求下列各题中的多项式的和:

(1) $3a^2+b^2-5ab$ 与 $4ab-b^2+7a^2$; (2) $3x^2-6x+5$ 与 $4x^2+7x-6$.

5. 求下列各题中的多项式的差:

(1) x^2-3x+2 与 $3x^2-7x-3$; (2) $2x^2+xy+3y^2$ 与 $x^2-xy+2y^2$.

6. 计算:

(1) $x-(1-2x+x^2)+(-1+3x-x^2)$;

(2) $(8y^2-3x^2)-5y^2-(3y^2-2x^2)$.

7. 先化简,再求值:

(1) $\frac{1}{2}x-\left(2x-\frac{2}{3}y^2\right)+\left(-\frac{3}{2}x+\frac{1}{3}y^2\right)$, 其中 $x=-2, y=\frac{2}{3}$;

(2) $(3a^2-ab^2)-(ab^2+3a^2)$, 其中 $a=1, b=2$.

8. 三角形的三边长分别是 a^2 cm, $(2a+1)$ cm, (a^2-2a+5) cm, 求这个三角形的周长. 如果 $a=2$, 三角形的周长是多少?

B 组

1. 已知 $A=x^3+x^2+2x+1, B=x+2x^2$, 计算:

(1) $A+B$; (2) $B+A$; (3) $A-B$; (4) $B-A$.

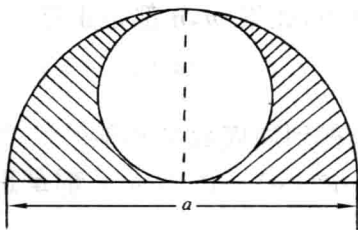
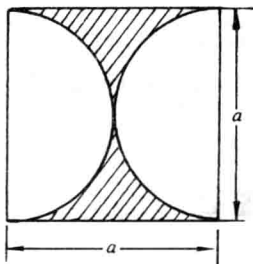
从中你能发现什么规律吗?

2. (1) 一个多项式加上 $4x^2+7x-6$ 得 $7x^2+x-1$, 求这个多项式;

(2) 一个多项式减去 a^2+ab 得 $-2ab+\frac{1}{4}b^2$, 求这个多项式.

3. 已知 $x=2$, 代数式 $-ax^3-[8-(bx+2ax^3)]$ 的值为 5. 求当 $x=-2$ 时代数式的值.

4. 分别求下面两个图形中阴影部分面积:



(第4题)





动脑筋

一个两位数 $10a+b$, $a>b$, 将它十位上的数字与个位上的数字位置互换后, 得到一个新的两位数. 问这两个两位数的差能不能是质数?

13.3 单项式的乘法

一、同底数幂的乘法



回忆

学习有理数运算后, 我们会计算:

$$10^3 \times 10^2, 3^3 \times 3^2.$$

因为, 只要根据乘方的意义就可得

$$\begin{aligned} 10^3 \times 10^2 &= (10 \times 10 \times 10) \times (10 \times 10) \\ &= 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3^3 \times 3^2 &= (3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3) \\ &= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5. \end{aligned}$$

这说明 $10^3 \times 10^2$ 是 5 个 10 相乘, $3^3 \times 3^2$ 是 5 个 3 相乘.

$$\text{所以 } 10^3 \times 10^2 = 10^{3+2}; 3^3 \times 3^2 = 3^{3+2}.$$



想一想

当底数是字母 a 时, 同底数幂相乘时会有什么规律呢?

我们知道 $a^3 \cdot a^2 = (aaa) \cdot (aa) = aaaaaa = a^5$, 即有

$$a^3 \cdot a^2 = a^{3+2}.$$

这说明, a^3 与 a^2 相乘时, 底数 a 不用改变, 只需指数相加.



试一试

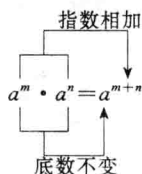
从上述过程, 你会想到同底数的乘法有什么性质吗?

一般地, 如果 m, n 都是正整数, 那么

$$a^m \cdot a^n = \underbrace{(aa \cdots a)}_{m \text{ 个}} \cdot \underbrace{(aa \cdots a)}_{n \text{ 个}} = \underbrace{aa \cdots a}_{(m+n) \text{ 个}} = a^{m+n}.$$

这样得到同底数幂相乘的性质:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} (m, n \text{ 都是正整数}).$$



例1 计算:

(1) $10^6 \times 10^4$; (2) $a^4 \cdot a^2$; (3) $x^5 \cdot x^3$.

解: (1) $10^6 \times 10^4 = 10^{6+4} = 10^{10}$;

(2) $a^4 \cdot a^2 = a^{4+2} = a^6$;

(3) $x^5 \cdot x^3 = x^{5+3} = x^8$.

例2 计算:

(1) $10^2 \times 10^3 \times 10^4$; (2) $(-a) \cdot (-a)^3$.

解: (1) $10^2 \times 10^3 \times 10^4 = 10^{2+3+4} = 10^9$;

(2) $(-a) \cdot (-a)^3 = (-a)^{1+3} = (-a)^4 = a^4$.

练一练

1. (口答)计算:

(1) $10^5 \times 10^4$; (2) $a^5 \cdot a^5$; (3) $x^3 \cdot x^2$;
(4) $(-1)^4 \times (-1)^3$; (5) $a \cdot a^2$; (6) $a \cdot a^3 \cdot a^5$.

2. 计算:

(1) $(-3)^4 \times (-3)^6$; (2) $(-a) \cdot (-a)^3$;
(3) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)$; (4) $(-5)^2 \cdot (-5)^3 \cdot (-5)^4$.

3. 下面的计算对不对? 如果不对, 应怎样改正?

(1) $x^3 \cdot x^3 = 2x^3$; (2) $x^3 + x^3 = x^6$;
(3) $x \cdot x^5 = x^5$; (4) $x^4 \cdot x^2 = x^8$.

二、单项式的乘法



试一试

请计算图 13-6 所示的长方形的面积 S 和长方体的体积 V .

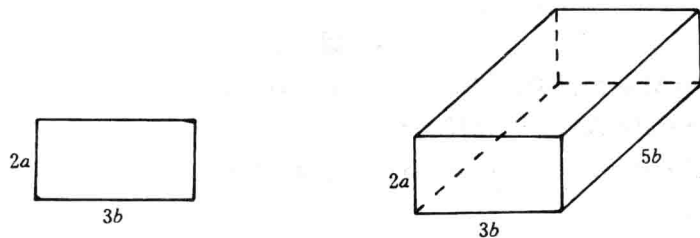


图 13-6

我们知道, $S = (2a) \cdot (3b)$, $V = (2a) \cdot (3b) \cdot (5b)$. 利用乘法交换律、结合律可得

$$(2a) \cdot (3b) = (2 \times 3)(a \cdot b) = 6ab;$$

$$(2a) \cdot (3b) \cdot (5b) = (2 \times 3 \times 5)(a \cdot b \cdot b) = 30ab^2.$$

$$(2a) \cdot (3b) = 6ab$$

请注意: 底数不变, 指数相加呀!



通过两个实例,归纳概括出单项式乘以单项式的方法是:
系数相乘,相同字母的指数相加,单独出现的字母的幂照写.

例 3 计算:

$$(1)(-3x) \cdot 4x^2; \quad (2)3ab^2 \cdot (-2ab).$$

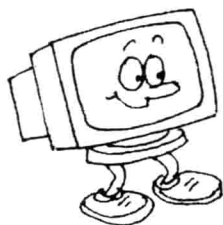
$$\text{解:}(1)(-3x) \cdot 4x^2 = (-3 \times 4)(x \cdot x^2) = -12x^3;$$

$$(2)3ab^2 \cdot (-2ab) = [3 \times (-2)](a \cdot a)(b^2 \cdot b) = -6a^2b^3.$$

例 4 一种电子计算机每秒可以进行 3×10^8 次运算,它工作 5×10^2 秒可以进行多少次运算?

$$\text{解:}(3 \times 10^8) \times (5 \times 10^2) = 15 \times 10^{10} = 1.5 \times 10^{11}.$$

答:可以进行 1.5×10^{11} 次运算.



练一练

1. 填空:

(1)在单项式 $-6a^2$ 和 $\frac{1}{2}ab$ 中,它们的系数分别是_____,它们的同底数的幂分别是_____,单独出现的字母的幂是_____,所

$$\text{以}(-6a^2) \cdot \frac{1}{2}ab = \left(-6 \times \frac{1}{2}\right)(a^2 \cdot a)b = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(2)2x \cdot (-3x^3) = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(3)a \cdot (-a^2) \cdot (-3a^3) = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(4)-\frac{2}{3}x^2 \cdot (-4xy^2) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

2. 计算:

$$(1)(2 \times 10^5) \times (5 \times 10^2); \quad (2)\frac{1}{2}a^2 \cdot 4ab^2;$$

$$(3)0.5x \cdot \left(-\frac{1}{6}xy^2\right); \quad (4)-2a \cdot 3a^2b \cdot \left(-\frac{2}{3}ab\right).$$

习 题 13.3

A 组

1. 下列计算是否正确? 如果不对,应怎样改正?

$$(1)a^2 \cdot a^2 = 2a^2; \quad (2)3x^2 \cdot 4x^2 = 12x^2;$$

$$(3)x^5 \cdot x^2 = x^{10}; \quad (4)(-3)^5 \cdot (-3)^3 = 3^8.$$

2. 计算:

$$(1)a^2 \cdot a^3; \quad (2)b^4 \cdot b^2; \quad (3)5^3 \cdot 5^2;$$

$$(4)-m^2 \cdot m^4; \quad (5)x \cdot x^2 \cdot x^3; \quad (6)(-a)^2 \cdot (-a)^3.$$

3. 计算:

$$(1)\frac{1}{2}ab \cdot (-2a^2b); \quad (2)-3x^2y \cdot 6xy;$$

$$(3)3ax^2 \cdot 7a^3x; \quad (4)-\frac{1}{2}m^2n \cdot (-mn^2);$$

$$(5) 4x^2y \cdot (-3xy^2); \quad (6) (-0.4xy) \cdot (-2.5x^2y).$$

4. 光的速度大约是每秒 3×10^5 千米, 太阳光射到地球需要的时间大约是 5×10^2 秒, 地球与太阳的距离大约是多少千米?
5. 卫星绕地球运行的速度(即第一宇宙速度)是 7.9×10^3 米/秒, 求卫星绕地球运行 3×10^2 秒走过的路程.

13.4 单项式的除法

一、同底数幂的除法



问题 怎样计算 $10^5 \div 10^2$, $(-5)^4 \div (-5)^2$?

这里被除数、除数的底数相同, 是同底数幂的除法. 可以这样来计算:

$$\begin{aligned} 10^5 \div 10^2 &= \frac{10^5}{10^2} = \frac{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10}{10 \times 10} = 10 \times 10 \times 10 = 10^3, \\ (-5)^4 \div (-5)^2 &= \frac{(-5)^4}{(-5)^2} = \frac{(-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5)}{(-5) \times (-5)} \\ &= (-5) \times (-5) = (-5)^2. \end{aligned}$$



观察 从 $10^5 \div 10^2 = 10^3$ 可以看到, 等式两边幂的底数相同, 而指数间有如下关系 $5 - 2 = 3$. 因此

$$10^5 \div 10^2 = 10^{5-2}.$$

同样地, $(-5)^4 \div (-5)^2 = (-5)^{4-2}$.

观察上面结果, 类比同底数相乘的性质, 想一想同底数幂相除应有什么性质.

一般地, 有同底数幂的除法性质:

$$a^m \div a^n = a^{m-n} (a \neq 0, m, n \text{ 都是正整数}, m > n).$$

我们知道, 在除法中除数不能为 0, 所以这里 $a \neq 0$. 本章中所遇到的除式的值都不等于零.

例 1 计算:

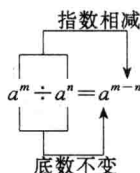
$$\begin{aligned} (1) 5^8 \div 5^6; & \quad (3) x^6 \div x^3; \\ (2) (-y)^5 \div (-y)^3; & \quad (4) \left(-\frac{2}{3}\right)^5 \div \left(-\frac{2}{3}\right)^2. \end{aligned}$$

解: (1) $5^8 \div 5^6 = 5^{8-6} = 5^2 = 25$;

$$(2) x^6 \div x^3 = x^{6-3} = x^3;$$

$$(3) (-y)^5 \div (-y)^3 = (-y)^{5-3} = (-y)^2 = y^2;$$

$$(4) \left(-\frac{2}{3}\right)^5 \div \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \left(-\frac{2}{3}\right)^{5-2} = \left(-\frac{2}{3}\right)^3 = -\frac{8}{27}.$$





想一想 如果 $m=n$, 那么 $a^m \div a^n$ 的商等于什么?

我们知道, $5^3 \div 5^3 = 1, a^3 \div a^3 = 1 (a \neq 0)$.

另一方面, 如果仿照同底数幂的除法性质, 则有

$$5^3 \div 5^3 = 5^{3-3} = 5^0,$$

$$a^3 \div a^3 = a^{3-3} = a^0.$$

这样就出现了零指数. 因此, 我们可以规定:

$$a^0 = 1 (a \neq 0).$$

即任何不等于 0 的数的 0 次幂都等于 1. 例如:

$$a^3 \div a^3 = a^{3-3} = a^0 = 1,$$

$$(-3)^{11} \div (-3)^{11} = (-3)^{11-11} = (-3)^0 = 1.$$

练一练

1. 填空:

(1) $x^9 \div x^7 =$ _____;

(2) $a^8 \div a^3 =$ _____;

(3) $(-x)^5 \div (-x)^2 =$ _____;

(4) $(-a)^4 \div (-a) =$ _____;

(5) $\left(-\frac{3}{4}\right)^6 \div \left(-\frac{3}{4}\right)^2 =$ _____;

(6) $-y^5 \div y^5 =$ _____.

2. 下面的计算对不对? 如果不对, 应怎样改正?

(1) $a^6 \div a^2 = a^3$;

(2) $a^4 \div a = a^4$;

(3) $c^5 \div c^4 = c$;

(4) $(-y)^4 \div (-y)^2 = -y^2$.

二、单项式除以单项式



怎样计算 $6a^3b^2 \div 2a^2b$ 呢?

根据乘除法的互逆关系, 就是解决下面问题:

$$? \times 2a^2b = 6a^3b^2.$$

我们知道

$$3ab \times 2a^2b = 6a^3b^2, \quad 6a^3b^2 \div 2a^2b = 3ab.$$

而 $6 \div 2 = 3, a^3 \div a^2 = a^{3-2}, b^2 \div b = b^{2-1}$. 所以

$$6a^3b^2 \div 2a^2b = (6 \div 2)a^{3-2}b^{2-1}.$$