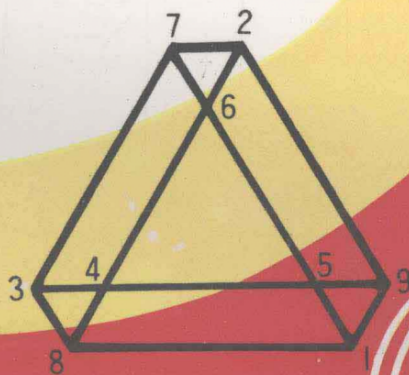


奥林匹克数学

小学 (下册) 裘宗沪 夏兴国 编著



湖南教育出版社

奥林匹克数学

小学（下册）

裘宗沪 夏兴国 编著

测绘出版社

1994 年

(京) 新登字 065 号

内容提要

《奥林匹克数学》是中国数学会普及工作委员会为小学、初中、高中的数学课外活动编写的一套教材,辅导中小学生学习参加全国数学竞赛。小学两册由中国数学会普及工作委员会主任裘宗沪等编写。这套教材的特点是“不超纲”、“不超前”,与课堂教学联系较密切,以计算和应用题为主,适当补充小学生可接受的课外内容,着重讲授解题的思路、方法和技巧。全书共 18 讲,每讲都有足够多的例题、练习题和测验题。本书可供各地数学奥校作教材,也可供小学高年级学生自学,及小学数学教师教学上参考。

奥林匹克数学 小学(下册)

裘宗沪 夏兴国 编著

*

测绘出版社出版发行

河北大厂印刷厂印刷

新华书店总店科技发行所经销

*

开本 787×1092 1/32·印张 8.5·字数 143 千字

1993 年 8 月第一版·1994 年 7 月第二次印刷

印数: 40001—65000 册·定价: 4.70 元

ISBN 7-5030-0646-3/G·77

前 言

1992年9月,在天津召开的数学奥林匹克研讨会上,中国数学会普及工作委员会常委会责成我编写一套小学数学课外活动的辅导教材,现已拙力完成。

目前已有众多的小学数学课外活动辅导资料,因此我们这份教材必须有自己的特色,又要能适用于较多小学生。现将本书的特点介绍如下:

一、“不超纲”

小学生学习数学,应以课堂学习为主,课外活动为辅。我们这份教材是对课堂上学过的内容适当地加深和补充,启发和诱导学生对知识的灵活运用。因此所涉及的知识范围不应超出现行的小学教学大纲。学生只要把课堂上老师讲的内容学好,又能善于思考,就可以顺利地学习这份课外教材。

二、“不超前”

我们认为,对多数小学生来说,开展数学课外活动不宜过早,从五年级开始较为适宜。我们的教材是从五年级开始的,全书分上、下两册,上册供五年级用,下册供六年级用,共十八讲,每讲分三至四小节,学习每节内容大约需要2学时,每学期大约30个学时就可以学完。这套教材与课堂教学的进度基本保持一致,无需超前补充知识和方法,并且还尽可能与课堂教学前后配合。

三、“少而精”

我们力求把一个一个的内容讲透，着重训练四则运算的能力，解应用题的能力，适当讲解一些较有趣的课外题目，但决不把离小学课本较远的内容列入教材之中。我们并不要求小学生知道很多东西，只希望小学生能真正学到一点有用的思路、方法和技巧。

四、“重在练习”

每一讲都配有适量的练习题和一份测验题。每一例题听老师讲解后，最好自己再重新算一遍。只有多练，才能真正学到一些东西。有些题目是有难度的，反复练习，仔细体会，才能悟出其中要领。特别难的例题和习题打了星号，这是为少数学有余力的同学而安排的。

这份教材面向全国，也有较长远的考虑，对于课外时间较少的同学，不要全部都学。我们希望辅导老师能重点选择一些内容。

这份教材还有待充实完善，在试用一段时间后将进行修改，恳请各地富有教学经验的老师不吝指教。

本书第六、七两讲由中国数学会普及工作委员会副主任魏有德副教授编写，第十、十一、十五，三讲由中国数学会普及工作委员会副主任夏兴国副教授编写。其余各讲由裘宗沪和朱小音共同编写。

裘宗沪

1993年6月

目 录

第十讲	数学与游戏	(1)
第十一讲	奇数与偶数	(19)
第十二讲	分数	(41)
第十三讲	工程问题	(67)
第十四讲	推理	(92)
第十五讲	圆	(120)
第十六讲	比和比例关系	(144)
第十七讲	百分数与配比	(170)
第十八讲	图解法及其它	(193)
答案与提示		(216)

第十讲 数学与游戏

数学是一门无所不在的科学。它不仅能应用在自然科学、社会科学、生产建设之中，而且能以其多采的风姿，神化的功能展示在各种游戏里。

在这一讲中，我们将介绍一些具有数学背景的游戏。我们希望同学们会喜欢这些游戏，并通过这些游戏，更加喜欢数学。

一、奇妙的对应

在班里，每个同学都有一个名字，叫一个名字，就知道叫哪一个同学。这就是同学与名字之间的一种对应。

对应是处理问题的一种重要方法。如果班里同学都没有名字，或者出现重名现象，那就会带来许多不便。可见，对应在生活的某些方面是不可缺少的。

我们先介绍利用对应方法的几个游戏。

1. 猜两位数

玩法：表演者请观众心里想好一个两位数。再请观众将自己想的两位数乘以 167，然后加上 2500。请

观众把最后得数报出来，表演者就知道观众心里想的是哪一个两位数。

例如，观众想的数是 59，他按规定计算出

$$59 \times 167 + 2500 = 12353.$$

表演者根据报的得数计算

$$53 \times 3 = 159,$$

于是就知道观众想的数是 59。

数学原理：假设观众想的两位数是 x 。这样，观众报出的得数是

$$x \times 167 + 2500.$$

我们将得数乘以 3，得

$$\begin{aligned} & (x \times 167 + 2500) \times 3 \\ &= x \times 501 + 7500 \\ &= x \times 500 + 7500 + x \\ &= (x \times 5 + 75) \times 100 + x. \end{aligned}$$

可见，得数乘以 3 以后的末两位数字组成的数就是 x 。在实际操作时，我们只需将得数的末两位数字乘以 3 就可以了。

评注：在这个游戏中，我们使用的方法就是对应。对应的过程可用下面的方式表达。

$x \rightarrow$ 得数 $x \times 167 + 2500 \rightarrow$ 得数的末两位数乘以 3 的积 $\rightarrow x$ (积的末两位)。

上述对应过程的第一步是由观众完成的，第二步

和第三步是由表演者完成的。由于这个对应过程比较隐蔽，不易被观众察觉，因此观众常误认为表演者有什么神奇的功能。

你不妨试试，体会一下当观众或者当表演者的心情。

2. 快速开立方

相同的三个数的连乘积，叫做这个数的立方。

例如 $2 \times 2 \times 2 = 8$ ，

那么 8 就叫做 2 的立方，记作 $2^3 = 8$ 。

又如 $4 \times 4 \times 4 = 64$ ，

那么 64 就叫做 4 的立方，记作 $4^3 = 64$ 。

已知一个数的立方，求这个数的运算，叫做开立方。

例如，已知一个数的立方是 8，求这个数的运算，就叫做将 8 开立方。

已知一个一位数的立方，要求这个一位数，只需要记熟下面的表就可以了。

原数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
立方数	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000

下面我们介绍一种快速开立方的游戏。

玩法：表演者请观众心里想好一个两位数，然后让观众计算出这个两位数的立方，将立方数告诉表演者。让表演者来算观众心里想的那个两位数。

为了确定两位数的十位数字，表演者将立方数的百、十、个三位“删掉”，将剩下的部分看成一个“新数”，看“新数”夹在哪两个数的立方之间，选较小的那个数，就是原两位数的十位数字。

为了确定两位数的个位数字，表演者只需考察立方数的个位数字。如果见立方数个位数字是2，那么由立方数表可知两位数的个位数字是8。因此表演者应该“见2换8”。同样地，表演者应该“见8换2”“见3换7”“见7换3”而“其余都不变”。

例如，观众报出立方数21952。表演者删去952，得21。又由 $2^3 < 21 < 3^3$ ，确定要猜的数的十位数字是2。表演者根据立方数个位数字2，确定要猜的数的个位数字是8。这样，表演者就可以确定要猜的数是28。也就是说

$$28 \times 28 \times 28 = 21952.$$

又例如，观众报出立方数636056。表演者由 $8^3 < 636 < 9^3$ ，确定十位数字是8。由立方数末位6确定个位数字是6。于是猜出

$$86 \times 86 \times 86 = 636056.$$

同学们不妨让其他同学想一个两位数，算出它的立方，告诉你们，你们也来一个快速开立方，好不好？

3. 猜姓氏、年龄

玩法：表演者先问观众要猜什么，姓氏和年龄中

只能选其中一项。

表演者把下面六个表交给观众。这六个表是：

表（一）

1	3	5	7	9	11	13	15
赵	孙	周	郑	冯	蒋	韩	朱
17	19	21	23	25	27	29	31
许	吕	孔	邹	潘	韦	袁	罗
33	35	37	39	41	43	45	47
余	姚	庞	林	徐	骆	胡	莫
49	51	53	55	57	59	61	63
陆	覃	叶	纪	宁	劳	温	毛

表（二）

2	3	6	7	10	11	14	15
钱	孙	吴	郑	陈	蒋	杨	朱
18	19	22	23	26	27	30	31
何	吕	谢	邹	彭	韦	唐	罗
34	35	38	39	42	43	46	47
黄	姚	梁	林	邱	骆	卢	莫
50	51	54	55	58	59	62	63
刘	覃	谭	纪	仇	劳	容	毛

表（三）

4	5	6	7	12	13	14	15
李	周	吴	郑	沈	韩	杨	朱
20	21	22	23	28	29	30	31
张	孔	谢	邹	马	袁	唐	罗
36	37	38	39	44	45	46	47
廖	庞	梁	林	田	胡	卢	莫
52	53	54	55	60	61	62	63
黎	叶	谭	纪	封	温	容	毛

表（四）

8	9	10	11	12	13	14	15
王	冯	陈	蒋	沈	韩	杨	朱
24	25	26	27	28	29	30	31
苏	潘	彭	韦	马	袁	唐	罗
40	41	42	43	44	45	46	47
钟	徐	邱	骆	田	胡	卢	莫
56	57	58	59	60	61	62	63
曾	宁	仇	劳	封	温	容	毛

表（五）

16	17	18	19	20	21	22	23
秦	许	何	吕	张	孔	谢	邹
24	25	26	27	28	29	30	31
苏	潘	彭	韦	马	袁	唐	罗
48	49	50	51	52	53	54	55
邓	陆	刘	覃	黎	叶	谭	纪
56	57	58	59	60	61	62	63
曾	宁	仇	劳	封	温	容	毛

表（六）

32	33	34	35	36	37	38	39
伍	余	黄	姚	廖	庞	梁	林
40	41	42	43	44	45	46	47
钟	徐	邱	骆	田	胡	卢	莫
48	49	50	51	52	53	54	55
邓	陆	刘	覃	黎	叶	谭	纪
56	57	58	59	60	61	62	63
曾	宁	仇	劳	封	温	容	毛

表演者叫观众先看看这六个表，要求观众无误地指出在哪些表里有他要表演者回答的问题。

表演者记住每张表左上角的那个数是这张表的机关数字：

表	(一)	(二)	(三)	(四)	(五)	(六)
机关数字	1	2	4	8	16	32

如果观众说在某几张表里有他的年龄，那么将这几张表的机关数字相加，就是观众的年龄。如果观众说在某几张表里有他的姓，那么将这几张表的机关数字相加，得一个和数。表中这个和数下方的姓就是观众的姓。

例如：观众说在（三）、（五）两个表里有他的姓，表演者可算出机关数字的和 $4+16=20$ ，再从表中找出 20 下方的姓“张”，从而断定这个观众姓张。

又如：观众说在（二）、（三）、（四）三张表里有他的年龄，表演者可算出机关数字的和 $2+4+8=14$ ，从而断定这个观众的年龄是 14。

数学原理：取一列数

$$1, 2, 4, 8, 16, 32.$$

让这列数与六个卡片对应：

卡片（一），卡片（二），卡片（三），卡片（四），卡片（五），卡片（六）。

我们可以验证对于任何一个小于 64 的数，都可以表示成这列数中若干个数的和，例如：

$$19=16+2+1,$$

$$63=32+16+8+4+2+1.$$

由于这种表示方法是唯一确定的，因此我们可以

建立起一种对应. 例如: 19 与三个数 (16, 2, 1) 对应, 三个数 (16, 2, 1) 又与三张卡片 (五)、(二)、(一) 对应. 在制作卡片的时候, 就把 19 写到卡片 (五)、(二)、(一) 上. 同样地, 把 63 写到每一张卡片上. 我们的游戏中使用的六张表, 就是将 1 到 63 这 63 个自然数用这种方法写到六张卡片上制成的. 因此, 只要知道哪几张卡片上有这个数, 就很容易计算出这个数来了.

在我们的表上, 从 1 到 63 这 63 个自然数分别对应 63 个姓. 例如, 在 19 的下方写着“吕”字, 19 出现在哪张表上, 吕字也出现在那里. 所以, 只要知道仅仅在 (一)、(二)、(五) 三张表上有他的姓, 那么他一定姓吕.

看来十分神奇的游戏, 实际上就是数学中一个确定的对应. 多么有趣的数学啊!

实践活动一

1. 你当表演者, 让你的家里人或同学当观众, 练习一下这三种游戏, 直到你准确熟练地掌握每一种游戏.

2. 请你设计一种游戏, 使你能猜出每一个同学的祖籍在哪一个省、市、自治区.

二、斗智的策略

有些斗智的游戏是在两人之间进行的。这类斗智游戏有明确的取胜目标，又有公平的游戏规则。究竟谁能取胜，就要比谁会动脑筋了。

下面我们介绍几种斗智游戏以及在游戏中获胜的方法。

1. 抢三十

玩法：两人按自然数顺序轮流报数，每人每次只能报1个或2个数。如第1个人报1，2，第二个人就可以接着报3，4。这样继续下去，谁报到30，谁就获胜。

不妨试试，怎样才能取胜？

取胜策略：让对方先报数；如果对方报1个数，你就接着报2个数；如果对方报2个数，你就接着报1个数。这样，每一个3的倍数都由你报出，对方始终不能报出3的倍数。因此30必然由你报出，你必胜。

如对方不愿意先报数，但并未掌握必胜策略，那么你在报数过程中要见机行事，一旦有机会报出一个3的倍数，你就稳操胜券了。

评注：稳操胜券的办法是如何想出来的呢？我们可以倒过来想。如果我报数报到29，那么对方报一个数就把30抢走了；如果我报到28，那么对方报两个数

也把 30 抢走了；如果我报到 27，那么不管对方报 1 个数还是 2 个数，30 都在我的手中。可见，要想抢到 30，应该抢到 27。

同样地，要抢 27，必须抢 24；要抢 24，必须抢 21；依此类推；第一步必须抢 3，接着抢 6，9，12， $\dots$ ，27，30 等所有 3 的倍数。

推广：如果把抢 30 改成抢 70，而其他游戏规则不变，那么要抢 70，需抢 67，64，61， $\dots$ ，4，1。也就是说，应该抢到每一个被 3 除余数为 1 的数。

如果每次可以报 1 个、2 个或 3 个数，但仍是抢 30，那么要抢 30，需抢 26，22，18，14，10，6，2。也就是说，应该抢到每一个被 4 除余 2 的数。

游戏一定要在游戏中学。希望同学们把抢数的游戏多做几遍。

2. 抓石子

(1) 两堆石子

玩法：取两堆石子，游戏双方轮流从其中的任意一堆拿走一粒或几粒石子（甚至把这堆石子一次拿光），但每次不准一粒不拿，也不准从这堆拿几粒，从那堆拿几粒。谁拿到最后一粒或几粒石子，谁就获胜。

取胜策略：如果两堆石子数不同，应自己先拿，从石子较多的一堆里取若干石子，使两堆的石子数相同；对方拿过之后，两堆石子数必不相同，你拿时再次使