文登教育集团课堂用书
聚骄公司全心专业设计

FOCUS
聚焦图书

# 考研数学

## 模拟考场15套

主编 陈文灯 教授
编审 潘正义 教授

2008版
（数学四）

全新修订，重磅出击，拿下2008版考研高分！

世界图书出版公司

FOCUS
聚焦图书

聚骄公司全心专业设
文灯教育集团课堂用

# 考研数学

# 模拟考场15套

主编 陈文灯 教授
编审 潘正义 教授

**2008版**
**(数学四)**

全新修订，重磅出击，拿下2008版考研高分！

世界图书出版公司

## 图书在版编目(CIP)数据

数学模拟考场.4/陈文灯等编著.—2版.—北京:世界图书出版公司北京公司,2005.7(2007.8修订)

ISBN 978-7-5062-6066-4

Ⅰ.2.… Ⅱ.数… Ⅲ.高等数学-研究生-入学考试-自学参考资料 Ⅳ.013

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第070935号

**数学四·模拟考场15套**

主　　编:陈文灯
责任编辑:世　华
装帧设计:郑宝芬

出　　版:世界图书出版公司北京公司
发　　行:世界图书出版公司北京公司
(北京朝内大街137号　邮编:100010　电话:010-88861708)
销　　售:各地新华书店
印　　刷:北京忠信诚胶印厂

开　　本:787×1092毫米　1/16
印　　张:14.5
字　　数:332千字
版　　次:2007年8月第4版　2007年8月第1次印刷

ISBN 978-7-5062-6066-4/G·148　　定价:17.50元

**服务热线:010-88861708**

# 致读者

众所周知，数学是当今所有学科中最基础，也是最重要的一门学科，任何人想在学业中有所发现、有所发明、有所创造就必须以数学为工具、为武器。“遥望考研通天道，欲向谁家借舟桥。历数月宫折桂者，全凭数学逞英豪”。数学分值150分，弄通弄透了，全拿；弄不明白，可能全瞎！但是现今有不少同学谈“数”色变，放弃原本钟爱的专业，改报不考数学的陌生专业，真是太可惜、太遗憾了。

数学果真那么难考吗？许多文科专业报考理工类、经济管理类专业的考研数学高分者告诉我们：只要有毅力、有恒心，夯实数学基础，通过题型掌握解题方法和技巧，数学是完全可以考好的。

数学没有考好的考生，**失分的原因主要有以下四个方面：**

✼ **对概念没有彻底搞清楚，一知半解，似是而非。**这种做题就把握不准，容易犯“南辕北辙”的错误。

✼ **定理公式只记“形式”，不记“本质”，尤其是“前提条件”。**这样似乎题也做完了，但是“劳而无功”。因为是在错误条件下得出的错误结论，是不会被认可的。

✼ **基本运算能力不强。**现在的考研数学试卷有两大特点：一是大题量，二是大计算量。如果平时不多做练习，不多记一些解题方法和技巧，做题速度自然快不了，成绩当然是不可能上去的。

✼ **格式不规范，推理不严谨。**数学推理非常严谨，环环相扣，来不得半点的“错位”和“突兀”，尤其是综合题（这类题的比重有逐年增加趋势）。有如一堆乱丝，如果理不出头绪，那就会越做越无头绪，越做越乱。

为了帮助考研同学多得分、少失分、考高分，我们编写了这15套难度与真题相当、强调基础、题型新颖丰富多样和技巧性较高的模拟训练试题。

**如何使用，效率才能最高？高分学员的经验是：**

(1)“复习指南”至少看完两遍之后，再做试卷可收“事半功倍”的效果；

(2)做完至少8套试卷后要归纳总结；

(3)根据自己做题的情况，查漏补缺，有针对性地找些题做做，发扬优势，弥补不足。

汗水脸上流，
胜券手中握。

祝同学们成功！

陈文灯

2007年8月

**附：**

## 2008年经济类大纲变化情况：

高数里明确了 $f''(x)>0$，$f(x)$ 的图形是凹的，当 $f''(x)<0$，$f(x)$ 的图形是凸的。

以前大纲中没有泰勒公式的内容，今年把这个问题提出来了，一定要多加注意。高数、线代、概率的题型比例变化如下：

| | | |
|---|---|---|
| 2007年：选择题：6:2:2 | 填空题：4:1:1 | 解答题：4:2:2 |
| 2008年：选择题：4:2:2 | 填空题：4:1:1 | 解答题：5:2:2 |

# 目录

# 模拟考场（一）

**考生注意**：(1) 本试卷共23大题，满分150分.

(2) 根据国家标准，试卷中的正切函数，余切函数、反正切函数、反余切函数分别用 $\tan x$、$\cot x$、$\arctan x$ 和 $\operatorname{arccot} x$ 表示.

**一、选择题（本题共8小题，每小题4分，满分32分. 每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求，把所选项前的字母填在题后的括号内）**

(1) 设函数 $f(x)$ 是在 $(-\infty,+\infty)$ 内连续的单调增加的奇函数，$F(x)=\int_0^x(2t-x)f(x-t)dt$，则 $F(x)$ 是

(A) 单调增加的非奇非偶函数.　　(B) 单调减少的非奇非偶函数.

(C) 单调增加的奇函数.　　(D) 单调减少的奇函数.　　【　　】

(2) 设在全平面上有 $\dfrac{\partial f(x,y)}{\partial x}<0$，$\dfrac{\partial f(x,y)}{\partial y}>0$，则在下列条件中使 $f(x_1,y_1)<f(x_2,y_2)$ 成立的是

(A) $x_1<x_2$, $y_1<y_2$.　　(B) $x_1<x_2$, $y_1>y_2$.

(C) $x_1>x_2$, $y_1<y_2$.　　(D) $x_1>x_2$, $y_1>y_2$.　　【　　】

(3) 设 $f(x,y)$ 为连续函数，则使 $\iint\limits_{x^2+y^2\le1}f(x,y)dxdy=4\int_0^{\pi/2}d\theta\int_0^1 f(r\cos\theta,r\sin\theta)rdr$ 成立的充分条件是

(A) $f(-x,-y)=f(x,y)$.

(B) $f(-x,-y)=-f(x,y)$.

(C) $f(-x,y)=f(x,-y)=-f(x,y)$.

(D) $f(-x,y)=f(x,-y)=f(x,y)$.　　【　　】

(4) 设 $D$ 是由直线 $x=-1$, $y=1$ 与曲线 $y=x^3$ 围成的平面区域，$D_1$ 是 $D$ 在第一象限的部分，则 $I=\iint\limits_D(xy+\cos x\sin y)\mathrm{d}\sigma$ 等于

(A) $2\iint\limits_{D_1}xy\mathrm{d}\sigma$;　　(B) $2\iint\limits_{D_1}xy+\cos x\sin y\mathrm{d}\sigma$;

(C) $4\iint\limits_{D_1}(xy+\cos x\sin y)\mathrm{d}\sigma$　　(D) 0.　　【　　】

(5) 设 $n$ 阶方阵 $\boldsymbol{A}=(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_n)$，$\boldsymbol{B}=(\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\cdots,\boldsymbol{\beta}_n)$，$\boldsymbol{AB}=(\boldsymbol{\gamma}_1,\boldsymbol{\gamma}_2,\cdots,\boldsymbol{\gamma}_n)$，记向量组 Ⅰ：$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_n$，Ⅱ：$\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\cdots,\boldsymbol{\beta}_n$，Ⅲ：$\boldsymbol{\gamma}_1,\boldsymbol{\gamma}_2,\cdots,\boldsymbol{\gamma}_n$. 如果向量组 Ⅲ 线性相关，则

(A) 向量组 Ⅰ 线性相关.

(B) 向量组 Ⅱ 线性相关.

(C) 向量组 Ⅰ 与 Ⅱ 都线性相关.

(D) 向量组 Ⅰ 与 Ⅱ 至少有一个线性相关.　　【　　】

(6) 设 $\mathbf{A}$ 与 $\mathbf{B}$ 是 $n$ 阶方阵，齐次线性方程组 $\boldsymbol{Ax}=\mathbf{0}$ 与 $\boldsymbol{Bx}=\mathbf{0}$ 有相同的基础解系 $\boldsymbol{\xi}_1,\boldsymbol{\xi}_2,\boldsymbol{\xi}_3$，

则在下列方程组中以$\boldsymbol{\xi}_1,\boldsymbol{\xi}_2,\boldsymbol{\xi}_3$为基础解系的是

(A) $(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}$.　(B) $\boldsymbol{ABx}=\boldsymbol{0}$.　(C) $\boldsymbol{BAx}=\boldsymbol{0}$.　(D) $\begin{pmatrix}\boldsymbol{A}\\ \boldsymbol{B}\end{pmatrix}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}$.　【　　】

(7) 设两事件A,B,已知$AB=\overline{A}\overline{B}$,则必有

(A) A与B独立.　(B) $A\supset B$.　(C) $A=B$.　(D) A与B对立.【　　】

(8) 已知随机变量$X$的密度函数$f(x)=\begin{cases}Ae^{-x}, & x>\lambda\\ 0, & x<\lambda\end{cases}$($\lambda>0$,$A$为常数),则概率

$P\{\lambda<X<\lambda+a\}(a>0)$.

(A) 与$a$无关,随$\lambda$的增大而增大.　(B) 与$a$无关,随$\lambda$增大而减小.

(C) 与$\lambda$无关,随$a$的增大而增大.　(D) 与$\lambda$无关,随$a$的增大而减小.【　　】

**二、填空题(本题共6小题,每小题4分,满分24分.把答案填在题中横线上)**

(9) 设$a>0$,则$\int_{-a}^{a}\sqrt{a^2-x^2}\ln\frac{x+\sqrt{1+x^2}}{3}dx=$________.

(10) 设$D:x^2+y^2\leqslant 1$,则二重积分$\iint\limits_D\left(\frac{x^2}{4}+y^2\right)dxdy=$____________.

(11) 设$f(x)$有一个原函数为$e^{x^2}$,则$\int_0^1 x^3f'(x^2)dx=$____________.

(12) 设$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{1+x}{x}\right)^{ax}=\int_{-\infty}^{a}te^t dt$, 则$a=$____________.

(13) 设三阶实对称矩阵$\mathbf{A}$有三个不同的特征值$\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3$. $\lambda_1,\lambda_2$所对应的特征向量分别为$\boldsymbol{\alpha}_1=(1,a,1)^T$,$\boldsymbol{\alpha}_2=(a,a+1,1)^T$,则$\lambda_3$所对应的特征向量$\boldsymbol{\alpha}_3=$____________.

(14) 已知(X,Y)的联合分布函数为$F(x,y)$,$F_X(x)$,$F_Y(y)$分别为关于X,Y的边缘分布函数,则用$F(x,y)$,$F_X(x)$,$F_Y(y)$表示概率$\boldsymbol{P}\{X>x_0,Y>y_0\}$为____________.

**三、解答题(本题共9小题,满分94分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤).**

**(15)(本题满分10分)**

设$f(x)$是可导的偶函数,它在$x=0$的某邻域内满足关系式$f(e^{x^2})-3f(1+\sin x^2)=2x^2+o(x^2)$,求曲线$y=f(x)$在点$(-1,f(-1))$处的切线方程.

(16)(**本题满分 11 分**)

对一切实数 $t$, $f(t)$ 连续,且 $f(t)>0$, $f(-t)=f(t)$,对于函数

$$F(x)=\int_{-a}^{a}|x-t|f(t)\mathrm{d}t(-a\leqslant x\leqslant a),$$

回答下列问题:

(1) 证明 $F'(x)$ 单调增加;

(2) 当 $x$ 为何值时, $F(x)$ 取得最小值;

(3) 若 $F(x)$ 的最小值可表示为 $f(a)-a^2-1$,求 $f(t)$.

(17)(**本题满分 10 分**)

设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上可导,且 $f(1)=0$, $\int_0^1 xf'(x)dx=1$.

证明:至少存在 $\xi\in(0,1)$,使 $f'(\xi)=2$.

(18)(本题满分 10 分)

证明:不等式 $0 < \frac{x}{2}\ln\frac{x+1}{x-1} - 1 < \frac{1}{3(x^2-1)}$,当 $x > 1$ 时成立.

(19)(本题满分 11 分)

设 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{x} = 1$, 且 $f''(x) > 0$, 证明: $f(x) > x$ $(x \neq 0)$.

(20)(**本题满分 10 分**)

已知 2 维非零向量 $\boldsymbol{x}$ 不是 2 阶方阵 $\mathbf{A}$ 的特征向量.

(1) 证明:$\boldsymbol{x},\boldsymbol{Ax}$ 线性无关.

(2) 若 $\boldsymbol{A}^2\boldsymbol{x}+\boldsymbol{Ax}-6\boldsymbol{x}=0$,求 $\boldsymbol{A}$ 的特征值并讨论 $\mathbf{A}$ 可否相似对角化.

(21)(**本题满分 10 分**)

已知 $\boldsymbol{\alpha}_1=\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix},\boldsymbol{\alpha}_2=\begin{pmatrix}1\\a+2\\-3a+1\end{pmatrix},\boldsymbol{\alpha}_3=\begin{pmatrix}-1\\-b-2\\a+2b\end{pmatrix}$及$\boldsymbol{\beta}=\begin{pmatrix}1\\3\\-2\end{pmatrix}$,

问 $a,b$ 取何值时,

(1) $\boldsymbol{\beta}$ 可由 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 唯一线性表示.

(2) $\boldsymbol{\beta}$ 可由 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性表示,但表示方式不唯一.

(3) $\boldsymbol{\beta}$ 不能由 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性表示.

在可表示的情况下,求出相应的表示式.

(22)(本题满分 11 分)

设随机变量 $(X, Y)$ 的概率密度为

$$\varphi(x, y)=\begin{cases}1 & |y|<x, 0<x<1 \\ 0 & \text{其他}\end{cases}$$

试求:(1) 条件概率密度 $\varphi(x \mid y)$, $\varphi(y \mid x)$;

(2) $P\left(X>\frac{1}{2} \mid Y>0\right)$.

(23)(本题满分 11 分)

设 $Y_1, Y_2, Y_3$ 独立,且都服从参数为 $p$ 的 0 - 1 分布. 令 $X_k=\begin{cases}1, Y_1+Y_2+Y_3=k \\ -1, Y_1+Y_2+Y_3 \neq k\end{cases}$, $k=1,2$.

求:(1) $(X_1, X_2)$ 的联合分布律. (2) $p$ 为何值时, $E(X_1 X_2)$ 最小.

# 模拟考场（二）

**考生注意：**（1）本试卷共 23 大题，满分 150 分.

（2）根据国家标准，试卷中的正切函数，余切函数、反正切函数、反余切函数分别用 tan$x$、cot$x$、arctan$x$ 和 arccot$x$ 表示.

**一、选择题（本题共 8 小题，每小题 4 分，满分 32 分. 每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求，把所选项前的字母填在题后的括号内）**

（1）设 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的原函数，且 $f(x)$ 是偶函数，则

（A）$F(x)$ 一定是奇函数.

（B）$F(x)$ 一定是偶函数.

（C）$F(x)$ 一定是既非奇函数，又非偶函数.

（D）只有当 $F(x) = \int_0^x f(t)\,dt$ 时，$F(x)$ 是奇函数. 【　　】

（2）设 $D: x^2 + y^2 \leqslant 1, y \geqslant 0; D_1: x^2 + y^2 \leqslant 1, x \geqslant 0, y \geqslant 0$，则

（A）$\iint\limits_D xy\,dx\,dy = 2\iint\limits_{D_1} xy\,dx\,dy$.

（B）$\iint\limits_D y\,dx\,dy = 2\iint\limits_{D_1} x\,dx\,dy$.

（C）$\iint\limits_D x\,dx\,dy = 2\iint\limits_{D_1} y\,dx\,dy$.

（D）$\iint\limits_D (x+y)\,dx\,dy = 2\iint\limits_{D_1} (x+y)\,dx\,dy$. 【　　】

（3）设 $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\int_0^{x^2} (x^2 - t)\sin t\,dt}{x^k} & x \neq 0, \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ 若 $f'(0)$ 存在且不为零，则 $k$ 为

（A）3.　　（B）4.　　（C）5.　　（D）6. 【　　】

（4）设 $f(x)$ 具有二阶连续导数，且 $f'(1) = 0, \lim\limits_{x \to 1} \dfrac{f''(x)}{(x-1)^2} = \dfrac{1}{2}$，则

（A）$f(1)$ 是 $f(x)$ 的极大值

（B）$f(1)$ 是 $f(x)$ 的极小值

（C）$(1, f(1))$ 是曲线 $f(x)$ 的拐点坐标

（D）$f(1)$ 不是 $f(x)$ 的极大值，$(1, f(1))$ 也不是曲线 $f(x)$ 的拐点坐标. 【　　】

（5）设 $\boldsymbol{\alpha}_1, \boldsymbol{\alpha}_2, \boldsymbol{\alpha}_3, \boldsymbol{\alpha}_4$ 是四维非零列向量组，$\boldsymbol{A} = (\boldsymbol{\alpha}_1, \boldsymbol{\alpha}_2, \boldsymbol{\alpha}_3, \boldsymbol{\alpha}_4)$，$\boldsymbol{A}^*$ 为 $\boldsymbol{A}$ 的伴随矩阵，已知方程组 $\boldsymbol{Ax} = \boldsymbol{0}$ 的基础解系为 $k(1,0,2,0)^T$，则方程组 $\boldsymbol{A}^*\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}$ 的基础解系为

（A）$\boldsymbol{\alpha}_1, \boldsymbol{\alpha}_2, \boldsymbol{\alpha}_3$.

（B）$\boldsymbol{\alpha}_1 + \boldsymbol{\alpha}_2, \boldsymbol{\alpha}_2 + \boldsymbol{\alpha}_3, \boldsymbol{\alpha}_3 + \boldsymbol{\alpha}_1$.

(C) $\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4$.

(D) $\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_3+\boldsymbol{\alpha}_4,\boldsymbol{\alpha}_4+\boldsymbol{\alpha}_1$.　【　】

(6) 设 $M_i(x_i,y_i)(i=1,2,\cdots,n)$ 为 $xoy$ 面上 n 个不同的点,令 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ x_n & y_n & 1 \end{pmatrix}$,则点 $M_1$, $M_2,\cdots,M_n(n\geqslant 3)$ 在同一条直线上的充要条件是

(A) 秩$(\boldsymbol{A})=1$.　(B) 秩$(\boldsymbol{A})=2$.

(C) 秩$(\boldsymbol{A})=3$.　(D) 秩$(\boldsymbol{A})<3$.　【　】

(7) 设随机变量 $X$ 服从正态分布 $N(0,1)$, $Y=2X^2+X+3$,则 $X$ 与 $Y$ 的相关系数为

(A) $\frac{1}{2}$.　(B) $\frac{1}{3}$.　(C) $\frac{1}{4}$.　(D) $-1$.　【　】

(8) 设随机变量 $X$ 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$,其分布函数为 $F(x)$,随机变量 $Y=F(X)$,则 $\boldsymbol{P}\{Y\leqslant\frac{1}{2}\}$ 的值

(A) 与参数 $\mu$ 和 $\sigma$ 有关.

(B) 与参数 $\mu$ 有关,但与 $\sigma$ 无关.

(C) 与参数 $\sigma$ 有关,但与 $\mu$ 无关.

(D) 与参数 $\mu$ 和 $\sigma$ 均无关.　【　】

**二、填空题(本题共 6 小题,每小题 4 分,满分 24 分. 把答案填在题中横线上)**

(9) 函数 $y=f(x)$ 在点$(1,0)$ 处有 $\Delta y=\Delta x+o(\Delta x)$,则极限$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\int_1^{e^x}f(t)dt}{\ln(1+x^2)}=$ ________.

(10) 设函数$f,g$ 均可微,$z=f(xy,\ln x+g(xy))$,则 $x\dfrac{\partial z}{\partial x}-y\dfrac{\partial z}{\partial y}=$ ________.

(11) 设 $D:x^2+y^2\leqslant a^2,y\geqslant0$,则$\iint\limits_D|x|\,dxdy=$ ________.

(12) 若$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin6x+xf(x)}{x^3}=0$, 则$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{6+f(x)}{x^2}=$ ________.

(13) 设 $\boldsymbol{A}=(a_{ij})_{3\times3}$ 为三阶实对称矩阵,且满足 $a_{ij}=A_{ij}(i,j=1,2,3,A_{ij}$ 为 $a_{ij}$ 的代数余子式), $a_{33}=-1$, $|\boldsymbol{A}|=1$,则方程 $\boldsymbol{A}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$的解为________.

(14) 设随机变量$X$与$Y$相互独立,且均服从正态分布$N(0,1)$,则概率$\boldsymbol{P}\{\max(X,Y)\geqslant0\}=$ ________.

**三、解答题(本题共 9 小题,满分 94 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤).**

**(15)(本题满分 10 分)**

已知曲线 $L$ 的方程为$\begin{cases} x = t^2 + 1 \\ y = 4t - t^2 \end{cases} \quad (t \geqslant 0)$

(1) 讨论 $L$ 的凹凸性;

(2) 过点$(-1,0)$引 $L$ 的切线,求切点$(x_0,y_0)$,并写出切线方程;

(3) 求此切线与 $L$(对应于 $x \leqslant x_0$ 部分)及 $x$ 轴所围成平面图形的面积.

**(16)(本题满分 11 分)**

设 $f(x)$ 在$[0,+\infty]$上连续,且 $\int_0^1 f(x)dx < -\frac{1}{2}$, $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x} = 0$.

证明:至少 $\exists \xi \in (0,+\infty)$,使 $f(\xi) + \xi = 0$.

(17)(本题满分 10 分)

某商家售甲、乙两种商品,设 $Q_1$,$Q_2$ 分别是两种商品的销售量(单位:吨),$P_1$ 和 $P_2$ 分别是两种商品的价格(单位:万元/吨),已知两种商品的需求函数分别为

$$Q_1 = 40 - 8P_1,\quad Q_2 = 20 - 2P_2.$$

商品的总成本函数为 $C = 1 + Q_1 + 2Q_2$.(单位:万元).

(1)若无论是销售甲种还是乙种商品,每销售一吨商品,政府要征税 $t$ 万元,求该商家获得最大利润时两种商品的销售量和价格.

(2)当 $t$ 为何值时,政府征得的税收总额最大?

(18)(本题满分 10 分)

设 $F(x) = \begin{cases} \dfrac{\int_0^x tf(t)\,\mathrm{d}t}{x^2}, & x \neq 0, \\ A, & x = 0. \end{cases}$ 其中 $f(x)$ 具有连续的一阶导数,$f(0) = 0$,求常数 $A$ 使 $F(x)$ 连续,并讨论 $F'(x)$ 的连续性.