SHUXUE

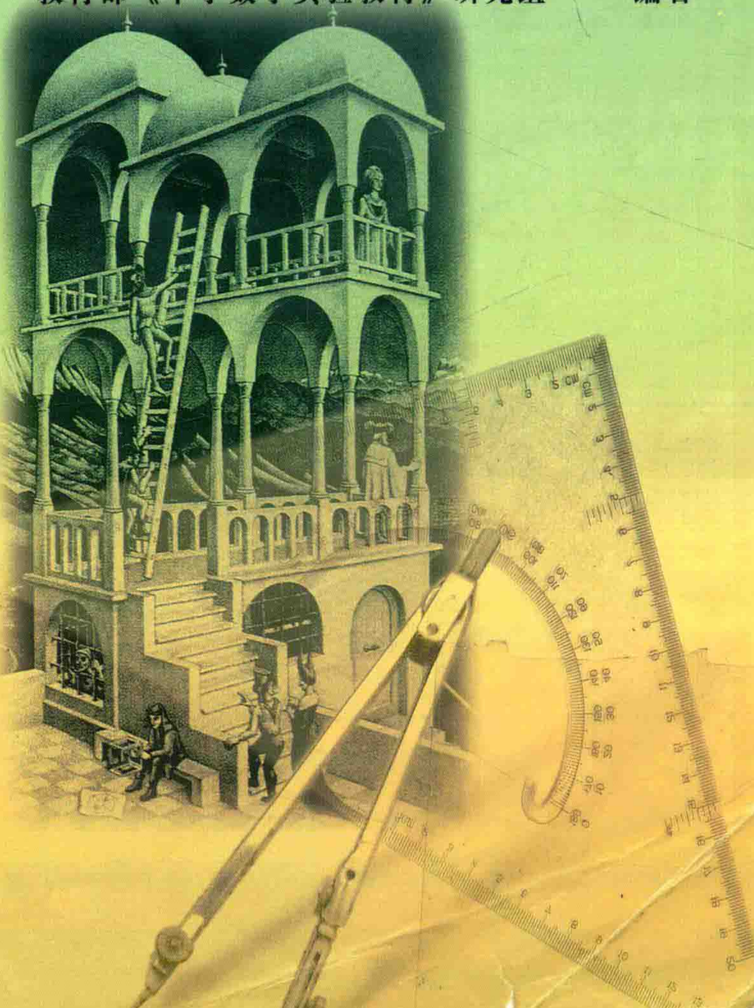
经全国中小学教材审定委员会2003年审查通过

全日制高级中学课本（选修I）

数学

SHUXUE 第三册（文）

教育部《中学数学实验教材》研究组 编著



北京师范大学出版

经全国中小学教材审定委员会2003年审查通过

全日制高级中学课本（选修I）

数学

第三册

（文）

教育部《中学数学实验教材》研究组 编著

北京师范大学出版社

北京

前　言

这套高中数学教材是在教育部基础教育司的组织领导下，于1980年初，根据美国加州大学伯克莱分校（UC，Berkeley）数学系项武义教授的设想和初纲，由本教材实验研究组广泛听取了专家和中学数学界有丰富经验的教研员、教师的意见，集体讨论、分工编写而成的，并从1982年开始，在全国近20个省、市、自治区进行了十多年的实验教学。在吸取各地使用教材的宝贵经验的基础上，前后经过三次调整修订，于1993年正式出版，并被原国家教委推荐为全国高中数学教学和中学数学教师进修的参考书。

这套教材还特别于1989～1992年进行了一轮有组织、有计划的严格实验教学，完善和充实了有益于中学生学好基础、提高能力的内容和训练，使教材更具有特色。经过三年教学，实验班进行了单独命题的高考，取得了优良成绩，同时也为这套教材的修订及教学参考书的编写提供了丰富的经验和资料。

这套教材的重新修订是总结十多年的教学实验经验和实验研究成果，根据教育部最新颁发的“全日制普通高级中学数学教学大纲”的精神，为适应我国当前高中数学教学改革的新形势和新要求而进行的。全套教材经教育部中小学教材审定委员会2003年审查通过。从2000年开始，这套教材一直在全国部分省、市学校使用，效果良好。

本教材的指导思想是：精简实用，返璞归真，顺理成章，深入浅出，注重实践能力和创新精神的培养。

精简实用——科学地体现了理论与实践的正确关系。由实践到理论就是由繁到简；精而简的理论才能以简驭繁。

返璞归真——着重于学习基础数学的本质，而不拘泥于抽象的形式。

顺理成章——从历史发展顺序和认识的规律出发，自然地处理教材。力求顺理成章，注意提前渗透后面的重要概念和思想，为后面的学习预先做准备，使学习能比较顺利。同时，兼顾分析、综合、推理三种方法，以便真正掌握数学的精神实质和思想方法，培养思考能力。

深入浅出——只有学习到应有的深度才能浅出，其要点在于用易于接受的形式去掌握枢纽性的理论。

这套教材的教学目的、教学内容的确定和安排、教学中应注意的几个问题、教学测试和评估均与部颁大纲保持一致；教学内容和教学目标均源于大纲，包含了大纲中的必修与选修Ⅰ、Ⅱ的所有内容。教材中带“*”号的部分是有特色的内容，供教学中结合实际、灵活掌握选学；教材中的阅读材料为“弹性”内容，供学有余力的学生阅读自学。

这套教材在修订中，特别注意了以下事项：

1. 保持了本教材的特色。

(1) 数学知识结构的整体性、系统性较强。

(2) 重视数学上的通性、通法；在知识的展开上突出基本数学思想和数学方法，注重说理；体现知识教学和能力培养的统一。

(3) 尽力体现和渗透现代数学观点，使教材的科学性和发展性达到较高水平。

2. 增加了应用题、研究性课题和实习作业，尽力重视个性品质、科学态度、创新精神的培养和辩证唯物主义的教育。

3. 删减了原有的超纲内容，降低了难度，着眼于代数、几何、分析、概率与统计4个基础学科，选其精要基础的内容；但编排体系上，采取与部颁大纲基本一致的不分学科、统一处理、穿插安排的系统。

这套教材包括必修两册共四本，选修一册共两本。其主要内容分别是：

第一册（上）　集合与逻辑初步；不等式；函数。

第一册（下）　指数函数与对数函数；三角函数；数列。

第二册（上）　平面向量；直线和圆的方程；圆锥曲线方程。

第二册（下）　立体几何；排列、组合及二项式定理；概率。

第三册（理）　概率与统计；极限与连续；导数；复数。

第三册（文）　统计；导数。

第一、二册是供高中一、二年级必修使用，第三册是供高中三年级选修使用。其中，第三册（理）的内容是大纲中的选修Ⅱ，供高三理、工方向的学生使用；第三册（文）的内容是大纲中的选修Ⅰ，供高三文、实方向的学生使用。

参加修订编写的有丁尔陞、李建才、高存明、罗声雄、邱万作、万庆炎、叶尧城等同志。

热忱地欢迎大家使用这套教材，希望提出意见与建议，为提高我国数学基础教育水平共同努力。

教育部《中学数学实验教材》研究组

2003．3

目　录

第一章 统计

大千世界，事物繁多。在生产、生活、科技、经济等社会的方方面面实践中，各种信息需要有效地收集、整理、分析，从中探索规律、做出判断和决策，并对未来发展提出预测。例如：对 A，B 两个工厂生产的标定 100 W 灯泡，分别抽查 20 个，其结果如下：

瓦　数	98	99	100	101	102	103
A 工厂个数	0	2	5	6	4	3
B 工厂个数	1	2	4	8	3	2

试问：(1)这 20 个灯泡怎样抽取才能较准确而客观地反映工厂生产产品的质量？

(2)从抽查结果中怎样说明工厂生产产品的质量比较稳定呢？

解决这类问题正是统计学的基本内容．

本章在初中已有知识的基础上，将用概率的知识和观点，深化理解统计的初步知识，提高运用它解决实际问题的能力．

§1 抽样方法

在当今社会生活中，人们为了及时地获取信息，往往不是对所要研究的全体对象进行全面调查或实验，而是采用“抽样调查”的方式，将获得的数据进行整理、计算、绘图、制表、分析，从而做出合理的判断，为决策部门提供

建议.从局部推断整体乃是统计的主要任务.问题是怎样抽样才能对总体做出合理的推断.或者说怎样抽取样本才能更充分地反映总体的状况.下面我们介绍几种常用的抽样方法.

1.1 简单随机抽样

我们知道,所要考察对象的全体,叫做**总体**,每个对象叫做**个体**.

例如,为了考察某市 15 000 名高中学生的身体发育状况,就所关心的其中一项指标(身高)做出调查.全市高中学生身高尺寸的全部数据就是总体,每一个学生的身高尺寸就是个体,当总体中包含的个体很多时,很难对每一个个体进行考察.一个行之有效的办法是从中随机抽取若干个个体进行考察,这若干个个体构成的集合就叫做总体的一个**样本**.

假定总体包含 1 000 个个体,通过逐个抽取的方法从中抽取一个容量为 157 的样本.如果第 1 次抽取时每个个体被抽到的概率都是$\frac{1}{1\,000}$,第 2 次抽取时,余下的每个个体被抽到的概率都是$\frac{1}{999}$,第 3 次抽取时,余下的每个个体被抽到的概率都是$\frac{1}{998}$,……第 157 次抽取时,余下的每个个体被抽到的概率都是$\frac{1}{844}$.这种抽样为简单随机抽样.

一般地,设一个总体的个体数为 N.若通过逐个抽取的方法从中抽取一个样本,且每次抽取时各个个体在该次抽取中被抽到的概率相等,则称这样的抽样为**简单随机抽样**.

在上面的例子中,先后抽取了 157 个个体,在整个抽样过程中,对于总体 1 000 个个体的每一个个体,是否有相等的机会被抽取到,或者说每个个体被抽取的概率是否相等呢?

结论是肯定的.事实上,对于 1 000 个个体中的任意

一个确定的个体而言，在第一次抽取时，它被抽到的概率是$\frac{1}{1\,000}$，假若它在第 1 次未被抽到而第 2 次被抽到了，A 设为“第 1 次未被抽到”，B 设为“第 2 次被抽到”. 这就是说，对该个体这两个事件 A，B 都发生. 显然第 1 次未被抽到的概率是$\frac{999}{1\,000}$，第 2 次被抽到的概率是$\frac{1}{999}$. 所以，

$$P(AB)=\frac{999}{1\,000}\times\frac{1}{999}=\frac{1}{1\,000}.$$

这就是说对于任意一个确定的个体，第 1 次未被抽到而第 2 次被抽到的概率也是$\frac{1}{1\,000}$；假若 C：“前两次未被抽到”，D：“第 3 次被抽到”，该个体被抽到的概率

$$P(CD)=\frac{C_{999}^{2}}{C_{1\,000}^{2}}\times\frac{1}{998}=\frac{1}{1\,000}.$$

由于这个个体“第 1 次被抽到”与“第 i 次（$1<i\leqslant 157$）被抽到”是互斥事件，根据互斥事件的加法公式，在先后抽取 157 个个体的过程中，这个个体被抽到的概率

$$P=\underbrace{\frac{1}{1\,000}+\frac{1}{1\,000}+\cdots+\frac{1}{1\,000}}_{157\text{项}}=\frac{157}{1\,000}.$$

又由于这个个体的任意性，说明在抽样过程中每个个体被抽到的概率相等，都是$\frac{157}{1\,000}$.

一般地，如果用简单随机抽样从个体数为 N 的总体中抽取一个容量为 n 的样本，那么对于任意一个个体 a 被抽到的概率都等于

$$P=\frac{C_{N-1}^{n-1}}{C_{N}^{n}}=\frac{n}{N}.$$

这表明：“逐个地抽取”与“一次性地抽取”对于每一个个体来说，它们被抽到的概率是一样的. 简单随机抽样体现了抽样的公平性，由于这种抽样方法比较简单，所以成为其他较复杂的抽样方法的基础. 实施简单随机抽样往往采用下面三种方法.

1. 抽签法

把总体中的 N 个个体编号，号码可以从第 1 号到第 N 号，并把号码写在形状、大小相同的号签上（号签可以用纸条、卡片或小球等制作），然后将这些号签放在同一

个箱子里均匀搅拌. 抽签时，每次从中抽出 1 个号签，连续抽取 n 次，就得到一个容量为 n 的样本. 当然，也可以一次性地抽取 n 个号签，作为一个样本，这样做仍然对每个个体是公平的.

这种抽签的办法简便易行，特别是对总体的个体数 N 不大时较为适用.

2. 随机数表法

随机数表是由 0，1，2，…，9 十个数字随机出现排列成的一个数表（见本书章末附表 1），在表中每个位置出现各个数字的概率是相等的. 让我们还是从具体例子中来把握这种抽样方法的实施步骤.

对某种电气元件产品的质量做出检验，决定在 50 件产品中抽取 8 件进行检查. 在利用随机数表抽取样本时，其步骤如下：

首先，对 50 件电气元件产品编号，可以编为 01，02，03，…，49，50.

再在随机数表（见本书章末附表 1）中任选一个小于 50 的数作为起始数字. 例如从第 21 行第 10 个数字 40 开始. 为了便于说明，我们将附表中的第 21 行至 25 行摘录如下：

68 34 30 13 70	50 74 30 77 40	44 22 78 84 26	04 33 46 09 52	68 07 97 06 57
74 57 25 65 76	59 29 97 68 60	71 91 38 67 54	13 58 18 24 76	15 54 55 95 52
27 42 37 86 53	48 55 90 65 72	96 57 69 36 10	96 46 92 42 45	97 60 49 04 91
00 39 68 29 61	66 37 32 20 30	77 84 57 03 29	10 45 65 04 26	11 04 96 67 24
29 94 98 94 24	68 49 69 10 82	53 75 91 93 30	34 25 20 57 27	40 48 73 51 92

第三步，把选定的数 40 取出，向右读，得到 44，又将它取出；继续向右读，得到 22，取出；再向右读，得到 78，84，由于 78，84 均大于 50，将它跳过不取；如此继续下去，又得到 26，04，33，46，09，于是要抽取的 8 件样本号码是

40，44，22，26，04，33，46，09.

当所选取的号码有重复时，舍去，并继续往下读取编号. 由于随机数表中每个位置上出现哪一个数字是等概率的，因而每次读到哪一个两位数字号码，即从总体中抽到哪一个个体的号码也是等概率的，因此利用随机数表抽取样本，保证了各个个体被抽取的机会是相同的.

3. 计算器抽样

有的多功能计算器有生成随机数的按键，统计工作者常用计算机或计算器来生成随机数，这种抽样方法简便快捷. 以下我们就 CASIO fx-180P 计算器如何选取随机编号予以介绍：

$\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{\cdot}$ 计算器进入随机数功能；

$\boxed{\text{INV}}$ $\boxed{\cdot}$ 屏幕显示一个 3 位数的随机数；

$\boxed{\text{INV}}$ $\boxed{\cdot}$ 又一个三位数的随机数；

继续按 $\boxed{\text{INV}}$ $\boxed{\cdot}$，就不断地得到 3 位数的随机数. 在上面所举的例子中，总体中的个体编号均为两位数字，我们可以从屏幕显示数字中选读前两个数字，读到的编号不合要求或与前面的编号重复的去掉. 由于每次得到的都是一个三位数的随机数，因此只能用于编号在 1 000内的随机抽样，不过这也足够了.

练　习

体育彩票用 0～100 000 编号. 凡彩票号码最后三位数为 345 的中一等奖，试问这是运用了哪种抽样方法？共有多少个一等奖？

1.2 系统抽样

样本容量越大越能反映总体的状态，但工作量就越大. 当总体中的个体数很大时，样本容量也不宜太小，而且采用简单随机抽样显得费事. 这时，可将总体分成均衡的若干个部分，然后按照预先制订的规则，从每一部分抽取 1 个个体，得到所需要的样本，这种抽样的方法叫做**系统抽样**或称为**机械抽样**.

例如，为了了解某区今年高考数学学科的情况，拟从参加高考的 12 000 名考生的成绩中，抽取一个容量为 120 的样本. 这些考生的编号是 1，2，…，12 000，由于 120：12 000=1：100，我们将总体均分成 120 个部分，其中每一部分包括 100 个个体，第 1 部分的编号是 1，2，…，

100,先在第 1 部分随机抽取一个号码,比如抽得 36 号,那么从第 36 号起,每隔 100 个抽取一个号码,这样就得到了一个容量为 120 的样本:

$$36,136,236,\cdots,11\ 836,11\ 936.$$

在上述抽样中,因为第 1 个号码即第 36 号是在第 1 部分(个体编号 1~100)中随机抽取的,这一部分的每个号码被抽取的概率都是 $\frac{1}{100}$,所以在抽取第 1 部分的个体前,其他各部分中每个号码被抽取的概率也都是 $\frac{1}{100}$. 也就是说,在这个系统抽样中,每个个体被抽取的概率都是 $\frac{1}{100}$. 如果我们采用简单随机抽样的方法,从这个总体中抽取一个容量为 120 的样本,每个个体被抽取的概率

$$p=\frac{120}{12\ 000}=\frac{1}{100}.$$

这说明无论采用系统抽样还是采取简单随机抽样,每个个体被抽取的概率是相等的. 系统抽样与简单随机抽样的联系在于:将总体均分后的每一部分进行抽样时,采用的是简单随机抽样.

上面例子中,总体的个体数 12 000 正好被样本容量 120 整除,可以用它们的比值作为系统抽样的间隔. 如果不能整除,比如总体的个体数为 12 004,样本容量仍为 120,那么我们可用简单随机抽样先从总体中剔除 4 个个体(可利用随机数表),使剩下的个体数 12 000 能被样本容量 120 整除,然后再按系统抽样方法进行下去. 因为总体中的每个个体被剔除的概率相等,也就是每个个体不被剔除的概率相等,所以在整个抽样过程中每个个体被抽取的概率仍然相等.

练 习

某校高三学生共 300 名. 请设计一种系统抽样方案,从中抽取容量为 20 的样本.

1.3 分层抽样

如果知道总体由差异明显的几个部分组成，为了使抽取的样本更充分地反映总体的状况，将总体分成几部分，按各部分所占的比例进行抽样，这种抽样方法叫做**分层抽样**，其中分成的各部分叫做层.

例如，某校高三学生共200名，为了考察学生的体重情况，打算抽取一个容量为25的样本.由于体重和身高相关，假设高个学生有56名，中等个有96名，矮个有48名，采用分层抽样的方法比较合理.

因为样本容量与总体的个数的比为

$$25:200=1:8,$$

所以在高、中、矮三个层面上分别抽取的个体数应为

$$\frac{56}{8},\ \frac{96}{8},\ \frac{48}{8},\text{即}\ 7,\ 12,\ 6.$$

在各层分别抽样时，可采用前面介绍的简单随机抽样或系统抽样的方法，将各层抽取的个体合在一起就是所要抽取的样本.

显然，由于各层抽取的个体数与这一层的个体数之比等于样本容量与总体的个体数之比，所以分层抽样时每一个个体被抽取的概率都是相等的.

分层抽样的方法可以利用已有的信息，使样本具有较强的代表性，而且在各层抽样时，又可以灵活地采取不同的抽样方法，因此分层抽样应用比较广泛.

练 习

中国奥运会代表团共有运动员270人，其中有4个代表队，每队人数之比为3∶3∶4∶5.现决定抽取30人做药检，问应从各队抽多少名？

习题 1—1

1. 为了了解你所在班级女学生对亚洲杯足球赛的喜爱程度（非常喜爱、喜爱、一般、不感兴趣），准备抽取 8 位女学生做问卷调查，请你用抽签法抽取一个样本.
2. 用随机数表抽取样本，当你随机地选取了一个起始数字后，从右至左，再从下至上读数可以吗？为什么？并请你抽取一个容量为 8 的样本.
3. 某种福利彩票有 1 000 个有机会中奖的号码（编号 000～999），有关方面按照随机抽取的方式确定最后两位数字为 36 的号码为中奖号码. 这是运用哪种抽样方法确定中奖号码的？试写出这 10 个中奖号码.
4. 某足球俱乐部有一线队员 35 人，二线队员 45 人，三线队员 40 人. 用分层抽样的方法从该足球俱乐部中抽取一个容量为 24 的样本.
5. 已知甲、乙、丙三个车间一天内生产的产品分别是 150 件，130 件，120 件，为了掌握各车间产品质量情况，从中抽取一个容量为 40 的样本，该用什么抽样方法？各车间分别抽取多少件产品？简述抽样过程.
6. 填写下表：

三种抽样方法的比较表

类别	共同点	各自特点	相互联系	适用范围
简单随机抽样				
系统抽样				
分层抽样				

§2 总体分布的估计

2.1 总体分布的估计

我们曾在初中阶段学习过样本的频率分布，下面学习总体的分布及其估计.

我们先研究最简单的随机现象——抛掷硬币.

历史上有人做过抛掷均匀硬币的大量复杂试验，试验结果如下表所示：

表 1-1 抛掷硬币试验

试验结果	频 数	频 率
正面向上	36 124	0.501 1
正面向下	35 964	0.498 9

为了方便，将“正面向上”记为 1，把“正面向下”记为 0. 假定抛掷一枚硬币无穷多次，那么抛掷结果的全体构成一个总体记为 X. 这是一个无限总体，但其取值只有 0，1 两种情形（称为离散型总体）. 每次抛掷均匀硬币试验的结果是总体中的一个个体. 表 1-1 所列72 088个试验结果可视为总体的一个样本，此表是这个样本的频率分布表.

试验结果表明，随着试验次数的不断增加，样本中取 0 值或 1 值的频率都愈来愈接近 0.5，在 0.5 左右摆动. 当试验次数无限增大时，样本取 0 或 1 的频率就趋近于总体 X 取相应值的概率. 由此得到总体的概率分布表（表 1-2）.

表 1-2 抛掷硬币试验总体概率分布

试 验 结 果	概 率
1（表示正面向上）	0.5
0（表示正面向下）	0.5

表 1-1 可视为对总体 X 分布的一个估计，表 1-2 排

除了样本造成的误差，精确地反映了总体取值的概率分布.

一般地，总体取值的概率分布通常简称为**总体分布**.

以下，我们再研究另一类问题的例子.

某优秀女子铅球运动员的平时训练成绩都在20 m以上. 如果把她投掷的距离的全体看做一个总体，从中随机抽取 100 次的投掷距离，就是一个容量为 100 的样本. 与前面投掷均匀硬币不同的是，这一总体的取值不只是 0，1，而是可以在某一个实数区间内取值(称为连续型总体). 我们把这 100 个数据进行整理、分组，制成频率分布表(表 1-3)和频率分布直方图(图 1-1)如下：

❶此列为下面累积频率分布做准备.

表 1-3　频率分布表

分　组	频　数	频　率	累积频率[1]
(20.235,20.265)	1	0.01	0.01
(20.265,20.295)	2	0.02	0.03
(20.295,20.325)	5	0.05	0.08
(20.325,20.355)	12	0.12	0.20
(20.355,20.385)	18	0.18	0.38
(20.385,20.415)	25	0.25	0.63
(20.415,20.445)	16	0.16	0.79
(20.445,20.475)	13	0.13	0.92
(20.475,20.505)	4	0.04	0.96
(20.505,20.535)	2	0.02	0.98
(20.535,20.565)	2	0.02	1.00
合　计	100	1.00	

频率分布直方图表明了所抽取的 100 次投掷距离中，所投距离落在各个组内的频率的大小. 如果样本容量越大，所分组数越多，各组的频率就越接近于总体在相应各组内取值的概率.