

美国MCM/ICM竞赛指导丛书

美国大学生数学建模 竞赛题解析与研究

第3辑

赵仲孟 王嘉寅 乔琛



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

014024123

美国MCM/ICM竞赛指导丛书

0141.4-44

03

V3

美国大学生数学建模 竞赛题解析与研究

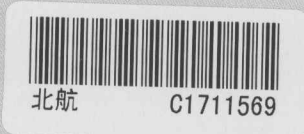
Meiguo Daxuesheng Shuxue Jianmo Jingsaiti Jiexi yu Yanjiu

第3辑

赵仲孟 王嘉寅 乔琛



0141.4-44
03
V3



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容提要

本系列丛书是以美国大学生数学建模竞赛（MCM/ICM）题为主要研究对象，结合竞赛特等奖的论文，对相关的问题进行深入细致的解析与研究。本辑的主要内容包括：棒球“最佳击球点”问题、重新平衡受人类影响的生态系统问题、泛太平洋垃圾带问题、犯罪情报分析的建模问题、交通环岛的优化设计问题和能源与移动电话问题。

本书可作为指导大学生学习和准备美国大学生数学建模竞赛的主讲教材，也可作为大学生、研究生学习和准备全国大学生、研究生数学建模竞赛的参考书，同时可供研究相关问题的人员参考使用。

图书在版编目（CIP）数据

美国大学生数学建模竞赛题解析与研究. 第3辑 / 赵仲孟, 王嘉寅, 乔琛编. — 北京: 高等教育出版社, 2014.1

(美国 MCM/ICM 竞赛指导丛书)

ISBN 978-7-04-033902-4

I. ①美… II. ①赵… ②王… ③乔… III. ①数学模型-竞赛题-研究 IV. ①O141.4-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 230667 号

策划编辑 刘英
插图绘制 尹莉

责任编辑 冯英
责任校对 杨凤玲

封面设计 李卫青
责任印制 韩刚

版式设计 范晓红

出版发行 高等教育出版社
社址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
印刷 涿州市星河印刷有限公司
开本 787mm×1092mm 1/16
印张 17
字数 310千字
购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landrao.com>
<http://www.landrao.com.cn>
版次 2014年1月第1版
印次 2014年1月第1次印刷
定价 45.00元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物料号 33902-00

“美国 MCM/ICM 竞赛指导丛书”
编审委员会

顾 问

Sol Garfunkel

美国数学及应用联合会 (COMAP)

Chris Arney

美国西点军校

主 编

王 杰

美国麻省大学罗威尔分校/COMAP 中国合作部

朱 旭

西安交通大学

秘 书

王嘉寅

美国圣路易斯华盛顿大学

委 员 (按姓氏拼音排序)

Jay Belanger

美国杜鲁门州立大学

陈秀珍

美国乔治华盛顿大学

冯国灿

中山大学

龚维博

美国麻省大学阿默斯特分校

韩中庚

解放军信息工程大学

李向阳

美国伊利诺伊理工大学

杨新宇

西安交通大学

叶正麟

西北工业大学

张存权

美国西弗吉尼亚大学

COMAP 总裁序

美国大学生数学建模竞赛 (the Mathematical Contest in Modeling, MCM) 已经举办近 30 年了, 时间真是快得难以置信。在此期间, 竞赛从最初参赛的 90 支美国队逐渐发展成为一个国际大赛, 今年已有来自世界各地的 25 个国家超过 5 000 支队伍参赛。尤其令人感动和鼓舞的是我的中国同事们对竞赛赋予的极大热情以及中国参赛队伍的快速增长。COMAP 张开双臂欢迎你们的参与。

COMAP 每年举办 3 个建模竞赛, 即 MCM, ICM (the Interdisciplinary Contest in Modeling) 和 HiMCM (the High School Mathematical Contest in Modeling) 竞赛。竞赛的目的不仅仅是奖励同学们所作出的努力——无疑这也是同样重要的, 我们举办各类数学建模竞赛的目的始终是为了推动在世界各国的各级教育体系中增加应用数学及数学建模教学的比重。建模是人们为了解世间事物的运作规律所做的尝试, 数学的使用能够帮助我们建立更好的模型。这不是一个国家的任务, 而是所有国家都应该共同关心的问题。COMAP 建模竞赛从孕育到现在已经演变成实现这一宏伟目标的有力工具。

我热切地希望同学们通过阅读这套优秀的丛书, 对 COMAP 竞赛有更多的了解, 并且学习到更多有关数学建模的方法与过程。我希望同学们尝试自己解决丛书中讨论的所有建模问题, 这些都是令人兴奋并且具有实用价值的问题。我希望更多的同学参加 MCM/ICM 竞赛, 并参与推广和普及数学建模的活动, 这是很有意义的工作。

萨尔·加芬克尔, 博士
COMAP 总裁
2012 年 11 月

Forward by Sol Garfunkel

While it is hard for me to believe, the Mathematical Contest in Modeling (MCM) is fast approaching its 30th year. During this time we have grown from 90 US teams to over 5,000 teams representing 25 countries from all across the globe. We have been especially buoyed by the enthusiasm shown by our Chinese colleagues and the rapid growth in Chinese participation. COMAP welcomes your involvement with open arms.

COMAP runs three contests in mathematical modeling; they are MCM, ICM (the Interdisciplinary Contest in Modeling), and HiMCM (the High School Mathematical Contest in Modeling). The purpose of all of these contests has never been simply to reward student efforts—as important as that is. Rather, our objective from the beginning has been to increase the presence of applied mathematics and modeling in education systems at all levels worldwide. Modeling is an attempt to learn how the world works and the use of mathematics can help us produce better models. This is not a job for one country, but for all. The COMAP modeling contests were conceived and evolved to be strong instruments to help achieve this much larger goal.

It is my supreme hope that through this excellent book series the Chinese students will learn more about COMAP contests and more about the process of mathematical modeling. I hope that you will begin to work on the exciting and important problems you see here, and that you will join the MCM/ICM contests and the rewarding work of increasing the awareness of the importance of mathematical modeling.

Sol Garfunkel, PhD
Executive Director
COMAP
November 2012

ICM 竞赛主席序

数学建模的训练与经验能使同学们在解决问题时更有创意，同时也能帮助同学们成为更为优秀的研究生。“美国 MCM/ICM 竞赛指导丛书”的出版，将通过数学建模竞赛题目和概念的解析，帮助同学们掌握数学建模的技能，并为同学们在今后的工作中获得成功打下坚实的基础。

数学建模是一种过程，也是一种理念，或者说是一种哲学。作为过程，学生在理解及使用建模过程或框架时需要指导并积累经验。作为经验，学生需要使用不同的数学方法（离散、连续、线性、非线性、随机、几何及分析）构造数学模型，从中体验不同的细节及复杂程度。作为理念，学生需要发现各种相关的、具有挑战性的及有趣的实际问题，从中培养对数学建模的兴趣，并认识到数学建模在实际生活中的作用。数学建模的主要目的是指导学生用建模的方法解决实际问题。尽管在实际中，有些问题或许可以使用已有的算法和公式来求解，但数学建模的方法比简单使用已有算法和公式能解决更多的问题，特别是解决新的、没有固定答案及没有被解决过的问题。

为了积累经验，同学们应尽早地接受数学建模训练，至少应该在大学低年级时就开始，这样可以在以后的课程学习中进一步强化数学建模能力。由于数学建模的综合与交叉特性，所以各个专业的学生都能够从数学建模活动中受益。

本套丛书从将数学模型作为研究工具的角度出发，介绍模型的构造，分析建模过程，这些都是帮助学生更好地掌握数学建模技能的重要因素。数学建模是充满挑战的高级技能，更重要的是能够帮助学生更好地成长。当今世界需要解决的问题往往很复杂，所以建立的数学模型也很复杂，通常需要通过精细的计算和模拟才能获得解答或对模型结果的分析与检验。由于数据可视化技术的普及，解题方法的增加，所以现在的确是培养更多数学建模高手的最佳时期。

我希望同学们在数学建模探索中取得进步，也希望指导教师在使用这套丛书提供的例子及方法指导学生时取得很好的效果。尽管学生的层次可能不同，但我对你们的忠告是同样的：树立你的信心，发展你的技能，用你的才能解决社会中最具挑战及最重要的问题。祝各位建模好运！

克里斯·阿尼，博士
美国西点军校数学系教授
ICM 竞赛主席
2011 年 10 月

Forward by Chris Arney

Undergraduate students who receive instruction and experiences in mathematical modeling become better and more creative problem solvers and graduate students. This book series is being published to prepare and educate students on the topics and concepts of mathematical modeling to help them establish a problem solving foundation for a successful career.

Mathematical modeling is both a process and a mindset or philosophy. As a process, students need instruction and experience in understanding and using the modeling process or framework. As part of their experience, they need to see various levels of sophistication and complexity, along with various types of mathematical structures (discrete, continuous, linear, nonlinear, deterministic, stochastic, geometric, and analytic). As a mindset, students need to see problems that are relevant, challenging, and interesting so they build a passion for the process and its utility in their lives. A major goal in modeling is for students to want to model problems and find their solutions. Recipes for structured or prescribed problem solving (canned algorithms and formulas) do exist in the real world, but mathematical modelers can do much more than execute recipes or formulas. Modelers are empowered to solve new, open, unsolved problems.

In order to build sufficient experience in modeling, student exposure must begin as early as possible – definitely by the early undergraduate years. Then the modeling process can be reinforced and used throughout their undergraduate program. Since modeling is interdisciplinary, students from all areas of undergraduate study benefit from this experience.

The articles and chapters in this series expose the readers to model construction, model analysis, and modeling as a research tool. All these areas are important and build the students' modeling skills. Modeling is a challenging and advanced skill, but one that is empowering and important in student development. In today's world, models are often complex and require sophisticated computation or simulation to

provide solutions or insights into model behavior. Now is an exciting time to be a skilled modeler since methodology to provide visualization and find solutions are more prevalent and more powerful than ever before.

I wish the students well in their adventure into modeling and I likewise wish faculty well as they use the examples and techniques in this book series to teach the modeling process to their students. My advice to all levels of modelers is to build your confidence and skills and use your talents to solve society's most challenging and important problems. Good luck in modeling!

Chris Arney, PhD
United States Military Academy at West Point
Professor of Mathematics
Director of the Interdisciplinary Contest in Modeling
October 2011

丛书简介

美国大学生数学建模竞赛 (the Mathematical Contest in Modeling, MCM/the Interdisciplinary Contest in Modeling, ICM), 即“数学建模竞赛”和“交叉学科建模竞赛”, 是一项国际级的竞赛活动, 为现今各类数学建模竞赛之鼻祖。

1985年, 在美国教育部的资助下, 在美国针对在校大学生创办了一个名为“数学建模竞赛”的竞赛, 其宗旨是鼓励大学师生对不同领域的各种实际问题进行阐明、分析并提出解决方案。它是一种完全公开的竞赛, 参赛形式为学生三人组成一队, 在3天(72小时)(近年改为4天, 即96小时)内任选一题, 完成数学建模的全过程, 并就问题的重述、简化和假设及其合理性的论述、数学模型的建立和求解(及软件)、检验和改进、模型的优缺点及其可能的应用范围的自我评述等内容写出论文。MCM/ICM非常重视解决方案的原创性、团队合作与交流以及结果的合理性。由专家组成的评阅组进行评阅, 评出优秀论文。除了不允许在竞赛期间与团队以外的任何人(包括指导教师)讨论赛题之外, 允许使用图书资料、互联网上的资料、任何类型的软件等各种资料和途径, 从而为参赛学生提供了广阔的创作空间。第一届竞赛时, 只有美国的158支队参加, 其中只有90支队提交了解答论文。2012年MCM/ICM共有5 026支队参加, 其中MCM有3 697支队, ICM有1 329支队, 遍及五大洲。MCM/ICM已经成为最著名的国际大学生竞赛之一, 影响极其广泛。

近年来, 已有越来越多的中国学生组队参加美国大学生数学建模竞赛, 其中不乏被评为特等奖论文(Outstanding Winners)的佼佼者, 这充分显示了中国大学生参加MCM/ICM竞赛的积极性与实力。学生在准备竞赛的时候, 除了在指导教师的帮助下阅读和研究以往竞赛的优胜论文以外, 普遍希望能有一些专门针对美国大学生数学建模竞赛的书籍, 指导和帮助备赛。

“美国MCM/ICM竞赛指导丛书”就是为了满足读者的这一需求而出版的, 目的是帮助学生从全局出发, 不受固定模式的限制, 用建模的手段解决开放性问题的研究方法, 并提高写作能力。丛书的读者对象包括参赛学生以及对数学建模与算法感兴趣的研究生、专业人员和业余爱好者。

我们邀请到COMAP中国合作部总监、美国麻省大学罗威尔分校王杰教授

担任丛书主编，他曾为 MCM/ICM 命题，对竞赛具有很多独到的认识。丛书作者来自各高校，他们都是有经验的指导教师或参加过竞赛的优秀成员。丛书包括一本《正确写作美国大学生数学建模竞赛论文》和若干辑《美国大学生数学建模竞赛题解析与研究》，前者为一本指导学生如何正确写作 MCM/ICM 论文的工具书，后者中的每一辑将讨论若干赛题，包括问题的背景、分析技巧、建模与测试方法及算法设计，并引导读者列出进一步研究的课题。目标是培养学生多方面的能力，如数学、编程、写作及课题研究等的训练，提高学生分析问题、解决问题的水平。

丛书的出版计划得到了美国建模专家的广泛支持，COMAP 主席 Sol Garfunkel 博士以及 ICM 主席、美国西点军校数学系教授 Chris Arney 博士受邀担任丛书顾问并为丛书作序。

我们热切希望通过本套丛书的出版，进一步提高我国大学生参加 MCM/ICM 的积极性，提高他们的自信心，并最终取得满意的成绩。更为重要的，提高学生的研究和解决实际问题的能力。

前言

美国大学生数学建模竞赛 (MCM/ICM) 是一项面向所有本科学生和有兴趣的高中学生的科技创新活动。自 1985 年创始以来, 以其独特的魅力吸引着来自全球许多国家、各样背景的学生参与。在过去的若干年中, 国内的数学建模竞赛活动与高等院校的数学教学改革相互促进、蓬勃发展, 越来越多的学生参加到中国大学生数学建模竞赛和美国大学生数学建模竞赛中。在这样的背景下, 我们编写了这本教材, 尝试采用一种问题导向的建模教学方法, 通过实际的建模问题, 特别是开放性的问题, 帮助学生学习、运用建模的思想和方法。更进一步, 也旨在培养学生思考、归纳、分析、创新的能力和技巧, 帮助学生在美国大学生建模竞赛中获得更大的收获。

不同于传统的建模教材, 本书中的每个问题都有多种观察的角度和建模、求解的方法, 而且一个求解的过程也不仅局限于某个模型 (方法) 或者某个系列的模型 (方法), 相反, 每个过程都是多个模型的改良、演变, 乃至综合和集成。因此, 本书编写的过程也是我们自己学习和实践的过程。本书共 6 章, 分别通过不同的角度有侧重地介绍一些常用的模型和建模、求解方法。第 1 章由乔琛编写, 第 2 章由乔琛、姚向华编写, 第 3 章由姚向华编写, 第 4 章由张选平编写, 第 5 章、附录由王嘉寅编写, 第 6 章由赵仲孟编写。全书由赵仲孟、王嘉寅、乔琛担任主编, 习题由王嘉寅设计。初稿完成之后, 我们将本书的第 1—5 章问题运用于西安交通大学 2011、2012 年建模培训班的教学实践中, 根据教师、学生的反馈意见对全书做了修改。在此期间, 西安交通大学学生数学建模俱乐部魏笠、裴静文参与了修改工作。

在本书的编写过程中, 西安交通大学副校长程光旭教授给予我们很多支持和鼓励, 我们深表感谢。西安交通大学教务处副处长徐忠锋教授、电子与信息工程学院党委副书记杨清宇教授为我们提供了很多具体的帮助和指导, 谨在此表示感谢。

在本书的准备和编写过程中, 西安交通大学学生数学建模俱乐部的历任主要负责人, 唐佩佳、叶宜拓、刘浩、张旭翀、魏笠、裴静文、宋涵或、常飞和蒋怀祖, 以及冯升、刘旭、宋凯磊、胡朝新、王昭祯、马超、朱超杰、龙飞、

曹萍、冯小平、杭凯宇、炎喆、杜婧、王亚强、陈超等同学，或为本书的资料收集和整理做出了大量的工作，或从使用者的角度提供了很多实用的意见和建议，在此一并表示感谢。

我们非常感谢自己的家人对我们的这项工作的理解和支持。

我们第一次编写此类教材，其中难免有各种各样的不足之处，我们诚恳地希望读者向我们反馈，以便我们在以后的工作中改进。

王嘉寅

西安交通大学数学建模研究所

2013年10月

郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其为人将承担相应的民事责任和行政责任；构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人进行严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话 (010) 58581897 58582371 58581879

反盗版举报传真 (010) 82086060

反盗版举报邮箱 dd@hep.com.cn

通信地址 北京市西城区德外大街4号 高等教育出版社法务部

邮政编码 100120



北航

C1711569

目录

第 1 章 棒球“最佳击球点”问题	1
1.1 问题分析	1
1.1.1 棒球? 球棒	1
1.1.2 分析问题与提出假设	2
1.2 定位球棒的最佳击球点	3
1.2.1 一个初步的想法: 定位最佳击球点	3
1.2.2 布罗迪功效模型	5
1.2.3 考虑击球手的舒适度	7
1.3 不同材质球棒的特性分析	8
1.3.1 “软木化”的球棒与普通木质球棒的对比	8
1.3.2 铝制球棒与普通木质球棒的对比	11
1.4 本章小结	12
1.5 习题	13
1.5.1 “蹦床效应”对球棒特性的影响	13
1.5.2 球棒的振动和波特性	13
1.5.3 一种给力的桌椅设计	14
第 2 章 重新平衡受人类影响的生态系统问题	15
2.1 博利瑙珊瑚礁的生态系统问题	15
2.2 问题梳理和分析	20
2.2.1 问题分析	22
2.2.2 明晰问题并提出假设	25
2.3 描述 Bolinao 珊瑚礁生态系统	26
2.3.1 珊瑚礁生态环境的基本模型	26
2.3.2 深入分析层内生物种群的相互关系	31
2.3.3 虱目鱼养殖下的特殊生态系统	37

2.3.4	混养机制的建模与设计	39
2.4	混养机制的经济效益评估模型	42
2.5	习题	46
2.5.1	基于“比率依赖”理论的食物链模型	46
2.5.2	考虑种群规模变化时滞性的食物链模型	47
2.5.3	海产品价格的波动问题	47
2.5.4	学习撰写专题报告	48
第3章	泛太平洋垃圾带问题	49
3.1	泛太平洋漂浮垃圾带	49
3.2	一种简单的分类评估建模方法	55
3.2.1	提出假设与明晰问题	55
3.2.2	污染物分类的模型和对策分析	56
3.3	污染物降解预测：一种微观的视角	61
3.3.1	聚乙烯材料的光降解	61
3.3.2	塑料垃圾降解的透光率模型	62
3.4	“黑箱”预测和评估的建模方法	65
3.4.1	时间序列分析模型	66
3.4.2	基于时间序列的分层评估——层次分析法	69
3.5	以分类预测和评估为主线的建模方法	72
3.5.1	多元线性回归分析模型	72
3.5.2	单个塑料垃圾的降解模型	73
3.5.3	不同类型污染物的浓度变化	74
3.5.4	浓度变化函数的影响因素	76
3.6	习题	80
3.6.1	聚乙烯光降解过程的深入建模	80
3.6.2	浓度函数的改进	81
3.6.3	特大型城市公共交通网络的稳定性评估问题	81
第4章	犯罪情报分析的建模问题	83
4.1	问题分析	83
4.1.1	什么是犯罪情报分析	83
4.1.2	分析问题并提出假设	85
4.2	单锚点分析的系列模型	87
4.2.1	单锚点模型——质心方法	87
4.2.2	基于运动学的分析	90

4.2.3	案例分析	91
4.3	多锚点分析的系列模型	96
4.3.1	多锚点模型——群聚算法	96
4.3.2	单质心方法与群聚方法的结合	102
4.4	基于地理分析的系列模型	103
4.4.1	地理分析的数学抽象	104
4.4.2	空间模型的构建	105
4.4.3	时空行为模型	107
4.4.4	整合时空模型	109
4.5	线路度量模型	110
4.5.1	模型分析与提出假设	111
4.5.2	线路度量的概率密度函数	111
4.5.3	改进的 Rossmo 模型	113
4.5.4	案例分析	115
4.6	理性选择模型	119
4.6.1	问题分析与建模	120
4.6.2	建模求解	121
4.6.3	案例分析	122
4.6.4	结果分析	126
4.7	习题	127
4.7.1	Peter Sutcliffe 案例的深入研究	127
4.7.2	股票交易中的投机问题	127
第 5 章	交通环岛的优化设计问题	129
5.1	交通环岛的优化设计	129
5.2	一种简单的计算机仿真方法	130
5.2.1	提出假设与明晰问题	130
5.2.2	仿真器设计	131
5.2.3	仿真器模型验证	133
5.2.4	仿真结果分析	135
5.3	一种宏观的概率分析方法	135
5.3.1	宏观动态流分析模型	136
5.3.2	模型分析与求解	136
5.3.3	与仿真器模型的相互验证	139
5.4	交通控制系统评价模型的再讨论	141
5.4.1	改进的宏观分析模型	142