

学第一 考第一 永远争第一

学考第

教材同步点拨

· 人教课标版 ·

数学

八年级(上)

主编 / 于军生 梁红梅 尉香梅

东北师范大学出版社



学第一 考第一 永远争第一

张

学考第1

教材同步点拨

· 人教课标版 ·

数学

八年级①

主编 / 于军生 梁红梅 尉香梅

东北师范大学出版社 · 长春

0

☐ 本册主编：于军生 梁红梅 尉香梅

☐ 编者：于军生 梁红梅 尉香梅 梁友军 宫明义 蒋声华 于建春
郭洁 刘翠霞 胡耀华 于秋生 于培冰 孙杰 张晔
吕宏业 孙永艳 董宏 梁勇 初晓明 柳国光 衣美青

图书在版编目 (CIP) 数据

学考第一. 教材同步点拨. 八年级数学. 上: 人教
课标版 / 于军生, 梁红梅, 尉香梅主编. —长春: 东
北师范大学出版社, 2005. 4
ISBN 7 - 5602 - 4062 - 3

I. 学... II. ①于... ②梁... ③尉... III. 数
学课—初中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 019613 号

☐ 总策划：第二编辑室
☐ 责任编辑：汲明 ☐ 封面设计：魏国强
☐ 责任校对：才广林 ☐ 责任印制：张允豪

东北师范大学出版社出版发行
长春市人民大街 5268 号 (130024)

电话：0431—5695744 5688470

传真：0431—5695734

网址：<http://www.nenup.com>

电子邮件：sdcbs@mail.jl.cn

广告许可证：吉工商广字 2200004001001 号

东北师范大学出版社激光照排中心制版

延边新华印刷有限公司印装

吉林省延吉市河南街 818 号 (133001)

2005 年 6 月第 1 版 2005 年 6 月第 1 次印刷

幅面尺寸：185 mm×260 mm 印张：11.75 字数：352 千

印数：00 001—20 000 册

定价：14.60 元

如发现印装质量问题，影响阅读，可直接与承印厂联系调换



目 录

第十一章 一次函数 1

11.1 变量与函数 1

11.1.1 变 量 1

11.1.2 函 数 1

基础知识归纳 1

重点知识讲解 1

经验与方法技巧 1

典型例题 2

教材例题习题的变形题 2

学科内综合题 2

综合应用题 3

创新题 3

中考题 3

11.1.1~11.1.2 同步测试 3

11.1.3 函数的图像 5

基础知识归纳 5

重点知识讲解 5

经验与方法技巧 5

典型例题 6

教材例题习题的变形题 6

学科内综合题 7

创新题 7

中考题 8

11.1.3 同步测试 8

11.2 一次函数 12

11.2.1 正比例函数 12

基础知识归纳 12

重点知识讲解 12

经验与方法技巧 12

典型例题 12

学科内综合题 13

综合应用题 13

创新题 14

中考题 14

11.2.1 同步测试 14

11.2.2 一次函数 16

基础知识归纳 16

重点知识讲解 16

经验与方法技巧 16

典型例题 17

学科内综合题 17

综合应用题 17

创新题 19

中考题 19

11.2.2 同步测试 20

11.3 用函数观点看方程(组)与

不等式 21

11.3.1 一次函数与一元一次方程 21

11.3.2 一次函数与一元一次不等式 21

重点知识讲解 21

经验与方法技巧 22

典型例题 22

教材例题习题的变形题 22

学科内综合题 23

综合应用题 23

创新题 24

中考题 24

11.3.1~11.3.2 同步测试 25

11.3.3 一次函数与二元一次

方程(组) 27

重点知识讲解 27

经验与方法技巧 27

典型例题	27	
教材例题习题的变形题	28	
学科内综合题	28	
综合应用题	28	
中考题	29	
11.3.3 同步测试	30	
第十一章 测试性自我考评	31	
教材基础知识针对性训练	31	
探究应用拓展性训练	33	
第十二章 数据的描述	34	
12.1 几种常见的统计图表	34	
基础知识归纳	34	
典型例题	34	
教材例题习题的变形题	35	
学科内综合题	36	
综合应用题	36	
创新题	37	
中考题	37	
12.1 同步测试	39	
12.2 用图表描述数据	42	
基础知识归纳	42	
重点知识讲解	42	
典型例题	42	
教材例题习题的变形题	44	
学科内综合题	44	
综合应用题	45	
创新题	45	
中考题	46	
12.2 同步测试	47	
第十二章 测试性自我考评	48	
教材基础知识针对性训练	48	
探究应用拓展性训练	50	
第十三章 全等三角形	52	
13.1 全等三角形	52	
基础知识归纳	52	
经验与方法技巧	52	
典型例题	52	
教材例题习题的变形题	53	
学科内综合题	53	
综合应用题	53	
创新题	53	

中考题	54	
13.1 同步测试	54	
13.2 三角形全等的条件	56	
基础知识归纳	56	
重点知识讲解	57	
易混知识辨析	57	
经验与方法技巧	57	
典型例题	58	
教材例题习题的变形题	59	
学科内综合题	60	
综合应用题	61	
创新题	61	
中考题	62	
13.2 同步测试	63	
13.3 角的平分线的性质	65	
重点知识讲解	65	
易混知识辨析	66	
经验与方法技巧	66	
典型例题	66	
教材例题习题的变形题	67	
学科内综合题	67	
综合应用题	68	
创新题	68	
中考题	69	
13.3 同步测试	69	
第十三章 测试性自我考评	70	
教材基础知识针对性训练	70	
探究应用拓展性训练	72	
第十四章 轴对称	73	
14.1 轴对称	73	
基础知识归纳	73	
重点知识讲解	73	
易混知识辨析	73	
经验与方法技巧	74	
典型例题	74	
学科内综合题	74	
综合应用题	75	
创新题	75	
中考题	76	
14.1 同步测试	76	
14.2 轴对称变换	78	
基础知识归纳	78	
重点知识讲解	78	

易混知识辨析	78
经验与方法技巧	78
典型例题	79
学科内综合题	79
创新题	80
中考题	80
14.2 同步测试	80
14.3 等腰三角形	82
14.3.1 等腰三角形	82
基础知识归纳	82
重点知识讲解	82
经验与方法技巧	83
典型例题	83
教材例题习题的变形题	83
学科内综合题	84
综合应用题	85
创新题	85
中考题	86
14.3.1 同步测试	87
14.3.2 等边三角形	89
基础知识归纳	89
重点知识讲解	89
易混知识辨析	89
经验与方法技巧	90
典型例题	90
教材例题习题的变形题	91
学科内综合题	91
综合应用题	92
创新题	92
中考题	93
14.3.2 同步测试	94
第十四章 测试性自我考评	95
教材基础知识针对性训练	95
探究应用拓展性训练	97
第15章 整式	98
15.1 整式的加减	98
15.1.1 整式	98
基础知识归纳	98
重点知识讲解	98
易混知识辨析	98
典型例题	98
学科内综合题	99
综合应用题	99

创新题	99
中考题	100
15.1.1 同步测试	100
15.1.2 整式的加减	101
基础知识归纳	101
重点知识讲解	101
典型例题	101
教材例题习题的变形题	102
学科内综合题	102
综合应用题	102
创新题	103
中考题	103
15.1.2 同步测试	104
15.2 整式的乘法	105
15.2.1 同底数幂的乘法	105
基础知识归纳	105
重点知识讲解	105
典型例题	105
教材例题习题的变形题	105
综合应用题	106
创新题	106
15.2.1 同步测试	106
15.2.2 幂的乘方	107
15.2.3 积的乘方	107
基础知识归纳	107
重点知识讲解	107
经验与方法技巧	107
典型例题	108
教材例题习题的变形题	108
学科内综合题	108
综合应用题	108
创新题	108
中考题	109
15.2.2~15.2.3 同步测试	109
15.2.4 整式的乘法	110
基础知识归纳	110
重点知识讲解	110
经验与方法技巧	110
典型例题	110
教材例题习题的变形题	111
学科内综合题	111
综合应用题	111
创新题	112
中考题	112



15.2.4 同步测试	112
15.3 乘法公式	113
15.3.1 平方差公式	113
基础知识归纳	113
重点知识讲解	113
易混知识辨析	114
经验与方法技巧	114
典型例题	114
教材例题习题的变形题	114
学科内综合题	114
综合应用题	115
创新题	115
中考题	115
15.3.1 同步测试	116
15.3.2 完全平方公式	117
基础知识归纳	117
重点知识讲解	117
经验与方法技巧	117
典型例题	117
教材例题习题的变形题	118
学科内综合题	118
创新题	119
中考题	119
15.3.2 同步测试	119
15.4 整式的除法	120
基础知识归纳	120
重点知识讲解	120
经验与方法技巧	121
典型例题	121
教材例题习题的变形题	122



学科内综合题	122
综合应用题	122
创新题	122
中考题	123
15.4 同步测试	123
15.5 因式分解	123
基础知识归纳	123
重点知识讲解	124
易混知识辨析	124
典型例题	124
教材例题习题的变形题	125
学科内综合题	125
综合应用题	126
创新题	126
中考题	127
15.5 同步测试	127
第十五章 测试性自我考评	128
教材基础知识针对性训练	128
探究应用拓展性训练	129
期中测试	130
教材基础知识针对性训练	130
探究应用拓展性训练	131
期末测试	133
教材基础知识针对性训练	133
探究应用拓展性训练	134
参考答案	136



第十一章



一次函数



11.1 变量与函数

11.1.1 变量 11.1.2 函数



基础知识归纳

1. 变量

在一个变化过程中,数值发生变化的量为变量.

2. 常量

在一个变化过程中,数值始终不变的量,称为常量.

3. 自变量、函数、函数值

一般地,在一个变化过程中,如果有两个变量 x 与 y ,并且对于 x 的每一个确定的值, y 都有唯一的值与其对应,那么我们就说 x 是自变量, y 是 x 的函数. 如果当 $x=a$ 时, $y=b$,那么 b 叫作当自变量 x 为 a 时的函数值.



重点知识讲解

1. 函数的本质

函数反映的是某一变化过程中两个变量之间的关系.

2. 函数中两个变量之间的关系

在每一个函数中,两个变量之间是一一对应的

关系:自变量每取一个值,都有唯一的函数值与之对应.

3. 两个变量之间的函数关系的表达方式

(1)图像表达;(2)关系式表达.



经验与方法技巧

1. 判断两变量之间是否存在函数关系的方法

若对于自变量的每一个值,因变量都有唯一的值与之对应,则两变量之间成函数关系.

2. 确定函数中自变量的取值范围应遵循的规律

(1)要使表达式有意义

① 若函数解析式是整式,自变量可取全体实数;

② 若函数解析式是分式,分母的值不能为 0;

③ 若函数解析式是 0 指数式,底数不能为 0;

④ 若函数解析式是偶次根式,被开方数(式)不能为负数,若函数解析式是奇次根式,自变量可取全体实数;

⑤ 若几种情况同时出现,则应分别求出各自的自变量的取值范围,再取它们的公共部分.

(2)要使实际问题有意义



典型例题

例 1 下面变量之间的关系是不是函数关系? 为什么?

- (1) 矩形的面积一定, 它的长与宽.
- (2) 任意三角形的高与底.
- (3) 矩形的周长与面积.
- (4) 正方形的周长与面积.

解析 (1) 是. 因为矩形的面积一定时, 它的宽取一个值, 就有唯一确定的长与宽对应, 所以是函数关系.

(2) 不是. 因为三角形不定, 当给三角形的底取一个值时, 它的高并不能确定, 因此任意三角形的高与底不是函数关系.

(3) 不是. 因为当矩形的周长是一个确定的值时, 矩形的长与宽不能确定, 因此矩形的面积也不能确定, 所以这不是函数关系.

(4) 是. 因为当正方形的周长确定时, 它的边长也就确定了, 因此面积也确定, 所以这是函数关系.

评注 解决此题的关键: ①明确已知两个变量是什么. ②看两个变量之间是否存在一一对应的关系.

例 2 设地面气温是 20°C , 如果高度每升高 1 km , 气温就下降 6°C , 那么气温 $t(^{\circ}\text{C})$ 可以看成高 $h(\text{km})$ 的函数吗? 若测得高空某位置的气温是 -8.5°C , 你能计算出这个位置的高度吗?

解析 气温 t 可以看成高度 h 的函数,

关系式为 $t = 20 - 6h$.

当 $t = -8.5$ 时, $-8.5 = 20 - 6h$,

解得 $h = 4.75$.

所以当高空某位置的气温是 -8.5°C 时, 这个位置的高度为 4.75 km .

评注 “依据已知列出变量 t 与 h 的关系式, 然后看两变量之间是不是一一对应的关系”是判定函数关系的一种基本方法. 函数关系一旦成立, 已知其中任一变量的一个确定值都可求出另一变量的对应值.



教材例题习题的变形题

例 (P9 例 1) 一辆吉普车的油箱中现有汽油 50 L ,

如果不再加油, 那以油箱中的油量 y (单位: L) 随行驶里程 x (单位: km) 的增加而减少, 平均耗油量为 0.1 L/km .

(1) 写出表示 y 与 x 的函数关系的表达式.

(2) 指出自变量 x 的取值范围.

(3) 吉普车行驶 200 km 后, 油箱中还有多少汽油?

解析 (1) 关系式为 $y = 50 - 0.1x$.

(2) 因为耗油量不能超过 50 L , 所以 $0.1x \leq 50$, 解得 $x \leq 500$.

故自变量 x 的取值范围是 $0 \leq x \leq 500$.

(3) 将 $x = 200$ 代入 $y = 50 - 0.1x$, 得

$y = 50 - 0.1 \times 200 = 50 - 20 = 30$.

$\therefore$ 当吉普车行驶 200 km 后, 油箱中还有 30 L 汽油.

评注 解本题时, 明确数量关系“剩余油量 = 总油量 - 消耗油量”是正确列出关系式的关键. 确定自变量的取值范围时, 要考虑全面, 因为不仅要使所列的关系式有意义, 还必须使实际问题有意义.



学科内综合题

例 某工厂加工一批产品, 为了提前交货, 规定每个工人完成 100 个以内, 按每个产品付酬 2 元; 超过 100 个, 超过部分每个产品付酬增加 0.2 元; 超过 200 个, 超过部分除以上规定外, 每个产品付酬再增加 0.3 元. 求:

(1) 每个工人完成 100 个以内所得报酬 y (元) 与产品数 x (个) 之间的函数关系.

(2) 每个工人完成 100 个以上但不超过 200 个所得报酬 y (元) 与产品数 x (个) 之间的函数关系.

(3) 每个工人完成 200 个以上所得报酬 y (元) 与产品数 x (个) 之间的函数关系.

解析 (1) $y = 2x (0 < x \leq 100)$.

(2) $y = 200 + 2.2(x - 100)$,

即 $y = 2.2x - 20 (100 < x \leq 200)$.

(3) $y = 200 + 2.2 \times 100 + 2.5(x - 200)$,

即 $y = 2.5x - 80 (x > 200)$.



综合应用题

例 某风景区集体门票的收费标准是:20 人以内(含 20 人),每人收 25 元;超过 20 人,超过部分每人收 15 元.

(1)写出应收门票 y (元)与游览人数 x ($x > 20$)之间的关系式.

(2)利用(1)中的关系式计算,某班 50 人去游览,购买门票所需钱数.

(3)若某班购买门票花了 800 元,那么这个班有多少人去游览?

解析 (1) $y = 25 \times 20 + 15(x - 20)$,

即 $y = 15x + 200$.

所以函数关系式为 $y = 15x + 200$,

(2)把 $x = 50$ 代入 $y = 15x + 200$,

得 $15 \times 50 + 200 = 750 + 200 = 950$,

所以某班 50 人去游览,购买门票需 950 元.

(3)把 $y = 800$ 代入 $y = 15x + 200$,

得 $800 = 15x + 200$,解得 $x = 40$,

所以这个班有 40 人去游览.



创新题

例 (图表题)变量 y 与 x 之间的关系如图 11-1-1 所示.

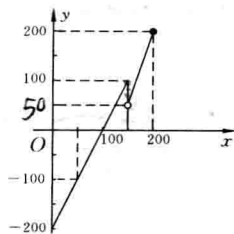


图 11-1-1

(1)看图填下表:

y	100	200	0	-100
x				

(2)当 x 满足 $0 \leq x \leq 150$ 时,对于 x 的一个确定值,相应的 y 值确定吗?这时 y 可以看成 x 的函数吗?当 $150 < x \leq 200$ 呢?

(3)当 $0 \leq x \leq 200$ 时, y 能否看成 x 的函数?

解析 (1)

y	100	200	0	-100
x	150	200	100	50

(2)当 $0 \leq x \leq 150$ 时,对于每一个 x 值, y 的值都确定,所以 y 是 x 的函数;当 $150 < x \leq 200$ 时, y 也是 x 的函数.

(3)当 $0 \leq x \leq 200$ 时, y 是 x 的函数.



中考题

例 (2004 年河南卷)人在运动时心跳速率通常和人的年龄有关,如果用 a 表示一个人的年龄,用 b 表示正常情况下这个人运动时所能承受的每分钟心跳的最高次数,那么 $b = 0.8(220 - a)$.

(1)正常情况下,在运动时一个 16 岁的学生所能承受的每分钟心跳的最高次数是多少?

(2)一个 50 岁的人运动时 10 s 心跳的次数为 20 次,他有危险吗?

解析 (1)当 $a = 16$ 时, $b = 0.8(220 - 16) = 163.2$ (次),

所以 16 岁的学生所能承受的每分钟心跳的最高次数是 163 次.

(2)当 $a = 50$ 时,

$b = 0.8(220 - 50) = 136$ (次),

$20 \times 6 = 120$ (次).

因为 $120 < 136$,所以他没有危险.

评注 本题利用函数关系式求值来解决实际问题.



11.1.1~11.1.2 同步测试

教材基础知识针对性训练

一、选择题

1. 下列关系式中, y 不是 x 的函数的是().

A. $y = |x|$ B. $y = x$ C. $y = -x$ D. $y = \pm x$

2. 油箱中有油 20 kg,油从管道中匀速流出,50 min 可流完.油箱中剩油量 M (kg)与流出时间 t (min)的函数关系式为().

A. $M = 20 + \frac{2}{5}t$

B. $M = 20 - 4t(0 \leq t \leq 50)$

C. $M = 20 - \frac{1}{5}t(0 \leq t \leq 50)$

$$D. M = 20 - \frac{2}{5}t (0 \leq t \leq 50)$$

3. 下列函数中, 自变量 x 的取值范围标注错误的是 ()

A. $y = 2x^2$ 中, x 取全体实数

B. $y = \frac{1}{\sqrt{x+3}}$ 中, x 取 $x \geq -3$ 的实数

C. $y = \frac{1}{x+1}$ 中, x 取 $x \neq -1$ 的实数

D. $y = \sqrt{x-2}$ 中, x 取 $x \geq 2$ 的实数

4. 已知等腰三角形的周长为 20 cm, 将底边长 y (cm) 表示成腰长 x (cm) 的函数关系式是 $y = 20 - 2x$, 则其自变量 x 的取值范围是 ()

A. $0 < x < 10$

B. 一切实数

C. $5 < x < 10$

D. $x > 0$

5. 中国网通公司最近推出的无线市话小灵通的通话收费标准为: 前 3 min (不足 3 min 按 3 min 计) 收费 0.2 元, 3 min 后每分钟收 0.1 元, 则一次通话 x (min) ($x > 3$) 与这次通话费用 y (元) 之间的函数关系式为 ()

A. $y = 0.1x$

B. $y = 0.5 + 0.1x$

C. $y = -0.1 + 0.1x$

D. $y = 0.2 + 0.1x$

二、填空题

1. 面积是 S (cm^2) 的正方形地板砖边长为 a (cm), 则 S 与 a 的关系式是 $S = a^2$, 其中自变量是 a , S 是 a 的函数.

2. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 锐角 $\angle A$ 的度数是 y , 另一锐角 $\angle B$ 的度数为 x , 则 y 与 x 之间的关系式是 $x + y = 90$, 自变量 x 的取值范围是 $0^\circ < x < 90^\circ$.

3. 从 A 地向 B 地打长途电话, 按时间收费, 3 min 内收费 2.4 元, 每加 1 min 加收 1 元. 若时间 $t \geq 3$ (min), 则电话费 y (元) 与 t 之间的关系式是

$$y = 2.4 + (t - 3) = t - 0.6$$

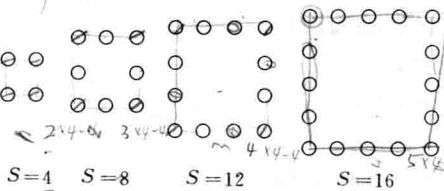


图 11-1-2

4. 图 11-1-2 所示的每个图形都是由若干个棋子围成的正方形图案, 图案的每条边 (包括两个顶点) 上都有 n ($n \geq 2$) 个棋子, 每个图案的棋子总数为 S . 按下图的排列规律推断 S 与 n 之间的关系可以用式子 $S = 4n - 4$ 来表示.

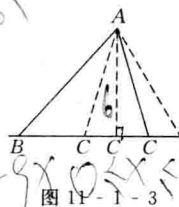
5. 用总长为 60 m 的篱笆围成矩形场地, 矩形面积 S (m^2) 与一边长 l (m) 之间的关系式为 $S = -l^2 + 30l$

6. 汽车离开 A 站 5 km 后, 以 40 km/h 的平均速度行驶了 t (h), 则汽车离开 A 站所走的路程 s 与 t 之间函数关系式为 $s = 5 + 40t$

7. 为了加强公民的节水意识, 某市制定了如下收费标准: 每户每月的用水量不超过 10 t 时, 水价为每吨 1.2 元; 超过 10 t 时, 超过部分按每吨 1.8 元收费. 该市某户居民 5 月份用水 x (t) ($x > 10$), 应交水费 y 元, 则 y 关于 x 的关系式为 $y = 12 + (x - 10) \times 1.8$

三、解答题

1. 如图 11-1-3, 已知 $\triangle ABC$ 的底边 BC 上的高为 6 cm, 当三角形的顶点 C 沿底边 BC 所在的直线运动时, BC 的长 x 在变化, 你能将 $\triangle ABC$ 的面积 y 看成底边 BC 的函数吗?



2. 今有 360 本图书借给学生阅读, 每人 9 本, 求余下的图书 y (本) 和学生人数 x (名) 之间的函数关系式, 并求出自变量的取值范围.

3. 若正方形 $ABCD$ 的边长为 4, P 为 DC 上一动点, 设 $DP = x$, 求 $\triangle APD$ 的面积 y 与 x 的函数关系式.

探究应用拓展性训练

1. (2004 年河南卷) 函数 $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x-1}$ 中, 自变量 x 的取值范围是 $x \geq -2$ 且 $x \neq 1$

2. (学科内综合题) 某工厂存煤 Q (t), 原计划平均每天耗 a (t), 如果实际每天节约煤 x (t), 那么 Q (t) 煤可以比原计划多用 y (d), 写出 y 与 x 的关系式. $y = \frac{Q}{a-x} - \frac{Q}{a}$

3. (探究题) 观察 11-1-4 所示的图形, 寻找规律填表, 并回答问题.



图 11-1-4

梯形个数(n)	1	2	3	4	...	n
图形边数(a)	4	7	10	13	...	$3n+1$

(1)表中有几个变量?哪个是自变量?哪个是因变量?

(2)图形的边数 a 是梯形个数 n 的函数吗?

4. (与现实生活联系的应用题)某移动通信公司开设了两种通信业务:“全球通”要缴月租费 50 元,另外每分钟通话费 0.4 元;“神州行”不缴月租费,但每分钟通话费 0.6 元.若一个月通话 $x(\text{min})$,两种收费方式的费用分别为 y_1 和 y_2 元.

(1)求 y_1, y_2 与 x 的函数关系式.

(2)一个月内通话多少分钟,两种收费方式的费用相同?

(3)若 $x=300$,选择哪种收费方式更合算?

5. (2004 年贵阳卷)某影碟出租店开设两种租碟方式:一种是零星租碟,每张收费 1 元;另一种是会员卡租碟,办卡费每月 12 元,租碟费每张 0.4 元.小彬经常来该店租碟,若每月租碟数量为 x 张.

(1)写出零星租碟方式应付金额 y_1 (元)与租碟数量 x (张)之间的函数关系式.

(2)写出会员卡租碟方式应付金额 y_2 (元)与租碟数量 x (张)之间的函数关系式.

(3)小彬选取哪种租碟方式更合算?



11.1 变量与函数

11.1.3 函数的图像



基础知识归纳

1. 函数的图像

一般地,对于一个函数,如果把自变量与函数的每对对应值分别作为点的横坐标、纵坐标,那么坐标平面内由这些点组成的图形就是这个函数的图像.

2. 描点法画函数图像的一般步骤

第一步:列表(表中给出一些自变量的值及其对应的函数值);第二步:描点(在直角坐标系中,以自变量的值为横坐标,相应函数值为纵坐标,描出表格中数值对应的各点);第三步:连线(按横坐标由小到大的顺序把所描出的各点用平滑的曲线连结起来).

3. 表示函数的三种基本方法

列表法、解析式法和图像法.



重点知识讲解

1. 点、函数关系式、函数图像之间的关系

一般地,如果平面上点的横坐标与纵坐标满足函数的解析式,那么这个点便在函数的图像上,否则就不在函数的图像上.反过来,函数图像上的点的坐

标都满足函数的解析式.

2. 通过图像判定函数增减性的方法

以“ y 是 x 的函数”为例:

(1)当图像由左向右逐渐升高时,就可确定 y 随 x 的增大而增大.

(2)当图像由左向右逐渐降低时,就可确定 y 随 x 的增大而减小.



经验与方法技巧

1. 函数图像定义的解释

函数 $\left[\begin{array}{l} \text{自变量取值——横坐标} \\ \text{函数的对应值——纵坐标} \end{array} \right]$ 一点一图像

2. 两个函数增减性快慢的比较方法

两个递增函数,递增的速度有快慢之分,这一点可以由图像直观看出来:图像的坡度越“陡”,增速就越快.两个递减函数亦然.

3. 列表时,给自变量取值应注意的问题

(1)应在自变量的取值范围内进行取值.

(2)一般要使自变量及其对应的函数值为整数.



典型例题

例 1 画出函数 $y=x-1$ 的图像.

解析 列表如下:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-4	-3	-2	-1	0	1	2

描点连线,就得到函数 $y=x-1$ 的图像,如图 11-1-5.

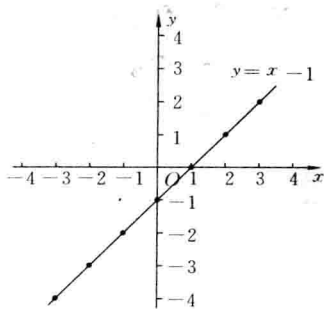


图 11-1-5

评注 已知解析式画函数图像,就严格按照三步(列表、描点、连线)来作,这种方法是画函数图像的一种最基本的方法,任何函数的图像均可按此法画出.

例 2 下列各点中,哪些在函数 $y=2x-3$ 的图像上? 哪些不在这个函数的图像上?

- (1)(1, -2), (2)(-2.5, -8), (3)(0, -2),
(4)(101, 99), (5)(-100, -103), (6)($\frac{3}{2}$, 0).

解析 (1)(1, -2), (2)(-2.5, -8),
(6)($\frac{3}{2}$, 0)三点在函数 $y=2x-3$ 的图像上.

(3)(0, -2), (4)(101, 99), (5)(-100, -103)三点不在函数 $y=2x-3$ 的图像上.

理由:(1),(2),(6)三点的坐标满足函数解析式 $y=2x-3$;而(3),(4),(5)三点坐标不满足解析式.

评注 平面上的点,若横纵坐标满足函数的解析式,则这个点就在这个函数的图像上,否则就不在函数图像上.



教材例题习题的变形题

例 1. (P19 习题 7)图 11-1-6 所示的图像反映的

过程是:李文从家跑步去体育场,在那里锻炼了一阵后又走到商店去买笔,然后散步走回家.其中 x 表示时间, y 表示李文离家的距离.

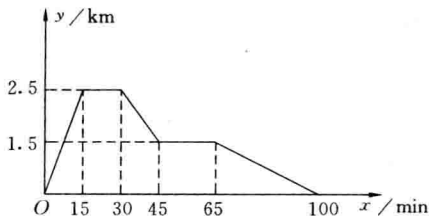


图 11-1-6

根据图像回答下列问题:

(1)体育场离李文家多远? 李文从家到体育场用了多长时间?

(2)体育场离商店多远?

(3)李文在商店逗留了多长时间?

(4)李文从商店回家的平均速度是多少?

解析 (1)体育场离李文家 2.5 km, 李文从家到体育场用了 15 min.

(2)体育场离商店 1 km ($2.5 - 1.5 = 1$).

(3)李文在商店逗留 $65 - 45 = 20$ (min).

(4)李文从商店回家的平均速度 $\frac{1.5}{100-65} = \frac{1.5}{35} = \frac{3}{70}$ (km/min).

评注 看图像要清楚横轴可以确定时间,纵轴可以确定路程,在第(4)题中,平均速度 = $\frac{\text{总路程}}{\text{总时间}}$.

例 2 (P20 第 9 题)正方形边长为 3,若边长增加 a ,则面积增加 b ,求 b 随 a 变化的函数解析式,指出自变量、函数,并以表格形式表示当 a 等于 1, 2, 3, 4 时 b 的值.

解析 $b = (3+a)^2 - 9$, 即 $b = a^2 + 6a$, 其中 a 是自变量, b 是 a 的函数. 对应关系如下表:

a	1	2	3	4
b	7	16	27	40

评注 解此题的关键是要清楚 $b = \text{变化后正方形的面积} - \text{原来正方形的面积}$, 根据这一关系列出关系式.



学科内综合题

例 1 有一个水箱,它的容积为 500 L,水箱内原有水 200 L. 现要将水箱注满,已知每分钟注入 10 L 水.

(1) 写出水箱中水量 $Q(L)$ 与时间 $t(\text{min})$ 的函数关系式.

(2) 求自变量 t 的取值范围.

(3) 画出函数图像.

解析 (1) $Q = 200 + 10t$.

(2) 由于 t 是时间, 则有 $t \geq 0$. 又因为水箱中的水量必小于或等于水箱的容量, 所以 $200 + 10t \leq 500$, 解得 $t \leq 30$. 于是得自变量 t 的取值范围是 $0 \leq t \leq 30$.

(3) 用描点法画出图像, 如图 11-1-7 所示.

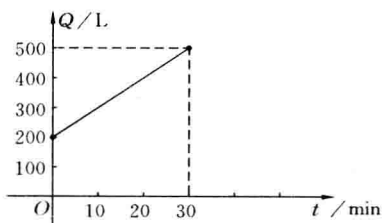


图 11-1-7

例 2 图 11-1-8 是某地区一天的气温随时间变化的图像, 根据图像回答:

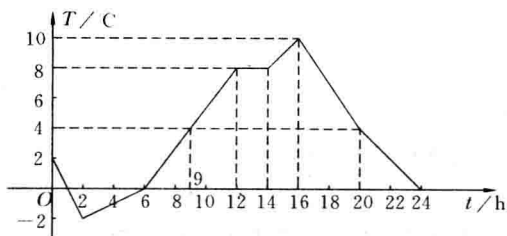


图 11-1-8

(1) 在这一天中, 16 时气温最高, 2 时气温最低, 最高气温是 10 °C, 最低气温是 -2 °C.

(2) 在这一天中, 8, 20 时的气温是 4°C.

(3) 在这一天中, 2-12 时间内, 气温不断上升.

(4) 12-14 时间内, 气温持续不变.

解析 (1) 16 时气温最高, 是 10°C, 2 时气温最低, 是 -2°C. (2) 有两个时间对应的气温均是

4°C, 故应填 9 或 20 时. (3) 气温不断上升有两个时间段: 2~12 时和 14~16 时. (4) 气温持续不变: 12~14 时.

答案 (1) 16 2 10 -2 (2) 9 或 20

(3) 2~12 时和 14~16 时 (4) 12~14 时

评注 解此题的关键是要会观察图像, 特别是第(2)题, 气温是 4°C 时, 对应的时间应有两个, 不要漏掉前面的 9 时.



创新题

例 1 (开放题) 小明骑自行车上学, 开始以正常速度匀速行驶, 但行至中途自行车出了故障, 只好停下来修车. 车修好后, 因怕耽误上课, 他比修车前加快了骑车速度继续匀速行驶, 请你大体画出行驶路程 $s(\text{m})$ 关于时间 $t(\text{min})$ 的函数图像.

解析 如图 11-1-9 所示.

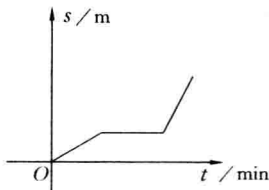


图 11-1-9

根据题中的叙述, 图像应分为三部分, 第三部分与第一部分相比, 速度较快.

评注 这是一道很好的开放题, 没有具体的数字, 画图像时要根据题目的叙述, 大体画出符合情况的图像, 其关键在于区别第三部分与第一部分.

例 2 (信息题) 观察图 11-1-10 所示的图像, 并根据你所获得的信息回答问题.

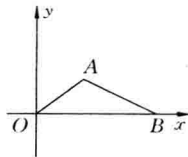


图 11-1-10

(1) 若折线 OAB 表示某个实际问题的函数图像, 请你编写一道符合图像意义的实际问题.

(2) 根据你所给出的实际问题, 分别指出 x 轴、 y 轴所表示的意义, 并写出 A, B 两点的坐标.

解法一 (1) 小青从家骑车去离家 800 m 的学校, 用了 5 min, 立即又用了 10 min 步行回到家

中.(2)此时 x 轴表示时间, y 轴表示距离, $A(5, 800), B(15, 0)$.

解法二 (1)容积为 5 m^3 的蓄水池, 有一进水管和一出水管, 现单独开进水管用 20 min 把空蓄水池注满, 又立即单独开放出水管, 用了 40 min 把水放完. (2)此时 x 轴表示时间, y 轴表示蓄水量, $A(20, 5), B(60, 0)$.



中考题

例 1 (2004 年潍坊卷) 2004 年 6 月 3 日中央电视台新闻报道, 为鼓励居民节约用水, 北京市将出台新的居民用水收费标准: ①若每月每户居民用水不超过 4 m^3 , 则按每立方米 2 元计算; ②若每月每户居民用水超过 4 m^3 , 则超过部分按每立方米 4.5 元计算(不超过部分仍按每立方米 2 元计算). 现假设该市某户居民某月用水 $x(\text{m}^3)$, 水费为 y 元, 则 y 与 x 的函数关系用图像表示为图 11-1-11 中的().

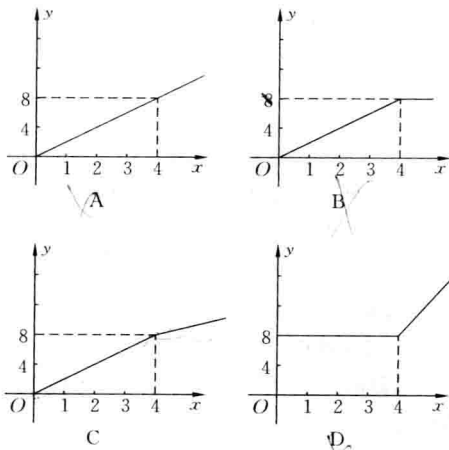


图 11-1-11

答案 C

评注 此题用排除法就能选出正确答案 C, 用水量不同, 费用标准不同, 因此图像不会是一条射线, 排除 A. 在 B 中, 当用水量大于 4 m^3 时, 水费不变, 都是 8 元, 不可能, 排除; 在 D 中, 当用水量小于 4 m^3 时, 水费均为 8 元, 错误, 排除.

例 2 (2004 年黄冈卷) 某班同学在探究弹簧的长度跟外力的变化关系时, 实验记录得到的相应数据如下表:

砝码的质量 $x(\text{g})$	0	50	100	150	200	250	300	400	500
指针位置 $y(\text{cm})$	2	3	4	5	6	7	7.5	7.5	7.5

则 y 关于 x 的函数图像是图 11-1-12 中的().

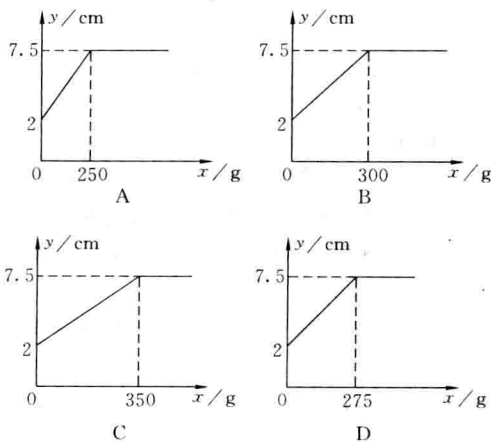


图 11-1-12

答案 D

评注 此题的答案只能从 B, C, D 这三个选项中选. 由表中提供的数据可知, $y = 2 + \frac{x}{50}$.

当 $y = 7.5$ 时, $7.5 = 2 + \frac{x}{50}$, 解得 $x = 275$, 故应选 D.

切忌从表中数据误认为当 $x = 300$ 时, $y = 7.5$, 而误选 B.

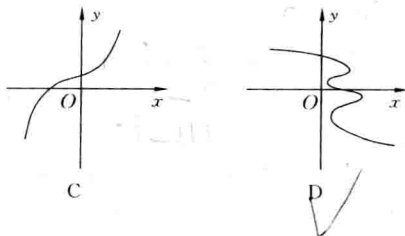


11.1.3 同步测试

教材基础知识针对性训练

一、选择题

1. 图 11-1-13 所示的曲线中, 不能表示 y 是 x 的函数的是().



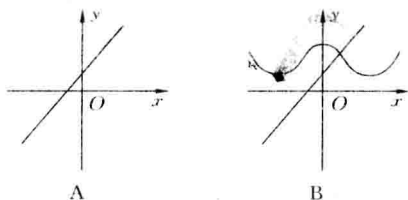


图 11-1-13

2. 如图 11-1-14, 是西安市 2005 年某天的气温随时间变化的图像, 那这天()

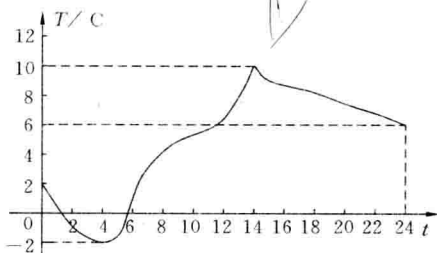


图 11-1-14

- A. 最高气温 10°C , 最低气温 2°C
 B. 最高气温 6°C , 最低气温 2°C
 C. 最高气温 6°C , 最低气温 -2°C
 D. 最高气温 10°C , 最低气温 -2°C
3. 一根蜡烛长 20 cm, 点燃后, 每小时燃烧 5 cm, 燃烧时剩下的高度 $h(\text{cm})$ 与燃烧时间 $t(\text{h})$ 的函数关系用图像表示为().

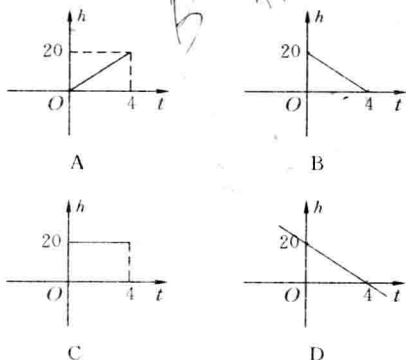


图 11-1-15

4. 如图 11-1-16, 是郑州某一天气温随时间变化的图像, 这一天最高气温比最低气温高().
 A. 12°C B. 10°C C. 8°C D. 6°C
5. 某瓜果基地市场部为指导该基地某种蔬菜的生产和销售, 在对历年市场行情和生产情况进行调查的基础上, 对今年这种蔬菜上市后的市场售价和生产成本进行了预测, 提供了两个方面的信息, 如图 11-1-17(a), (b) 所示, 请你根据图像提供的

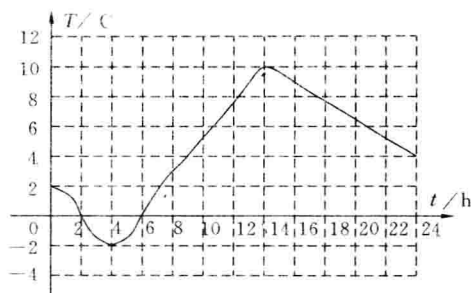


图 11-1-16

信息说明, 在 3 月份出售这种蔬菜 30 kg, 收益()元.

- A. 120 B. 150
 C. 50 D. 30

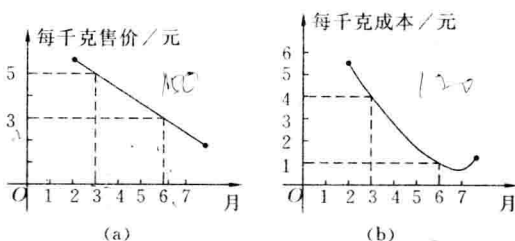


图 11-1-17

6. 如图 11-1-18, l_1 反映了某公司的销售收入与销售量的关系, l_2 反映了该公司产品的销售成本与销售量的关系, 当该公司赢利(收入大于成本)时, 销售量()

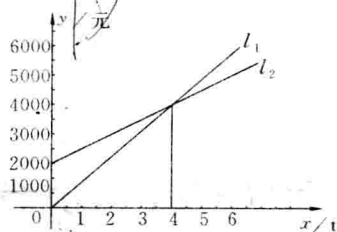


图 11-1-18

- A. 小于 3 t B. 大于 3 t
 C. 小于 4 t D. 大于 4 t
7. 小丽的家与学校的距离为 $d_0(\text{km})$, 她从家到学校先以匀速 v_1 跑步前进, 后以匀速 v_2 ($v_2 < v_1$) 走完余下的路程, 共用 $t_0(\text{h})$. 图 11-1-19 中能大致表示小丽距学校的距离 $y(\text{km})$ 与离家时间 $t(\text{h})$ 之间关系的图像是().
8. “龟兔赛跑”讲述了这样的故事: 领先的兔子看着缓慢爬行的乌龟, 骄傲起来, 睡了一觉. 当它醒来时, 发现乌龟快到终点了, 于是急忙追赶, 但为时已晚, 乌龟还是先到达了终点……用 s_1, s_2 分别表

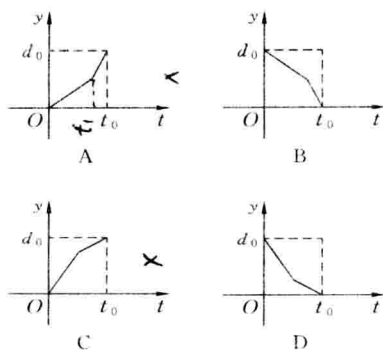


图 11-1-19

示乌龟和兔子所行的路程, t 为时间, 则图 11-1-20 所示的图像中与故事情节相吻合的是 ()

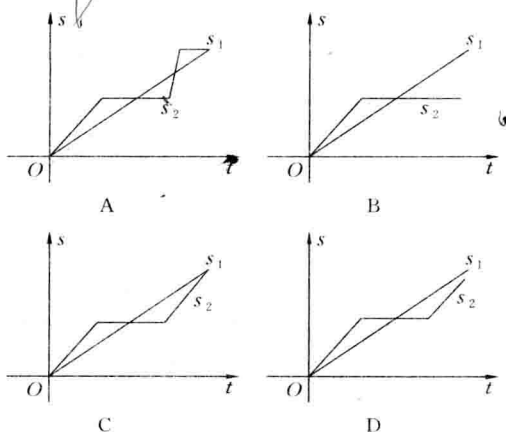


图 11-1-20

二、填空题

1. 仓库里现有 1000 t 粮食, 每天运进 80 t, x (d) 后仓库里一共有粮食 y (t), y 与 x 之间的关系式为

$$y = 1000 + 80x$$

2. 已知某轿车平均每天行驶 100 km 耗油 8 L, 这辆轿车由济南出发前往某城市, 油箱内加满油, 一共 50 L. 设油箱内剩余油量为 Q (L), 轿车行驶中距离济南的路程为 s (km). 为了保证安全, 油箱内至少存油 6 L, 在不加油的情况下, Q 与 s 之间的关系式为

$$Q = 50 - \frac{8}{100}s$$

3. 声音在空气中的传播速度 y (m/s)(简称音速) 是气温 x ($^{\circ}\text{C}$) 的函数, 下表列出了一组不同气温时的音速:

气温($^{\circ}\text{C}$)	0	5	10	15	20
音速(m/s)	331	334	337	340	343

(1) y 与 x 之间的关系式为 $y = 331 + \frac{4}{5}x$

(2) 当气温为 35°C 时, 音速是 352 m/s

4. 图 11-1-21 是某地 7 月份某一天的气温随时间变化的情况图, 观察此图, 并回答下列问题:

(1) 这一天的最高气温是 37°C ;

(2) 这一天共有 9 h 的气温在 31°C 以上;

(3) 这天在 $2-15$ (时间) 温度在上升;

(4) 请你预测一下, 次日凌晨 1 时的气温大约是 25°C .

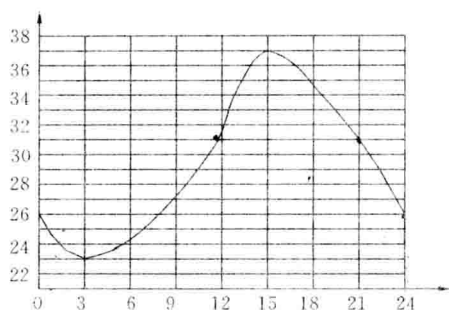


图 11-1-21

5. 已知 A, B 两地相距 80 km, 甲、乙二人沿同一条公路从 A 地到 B 地, 乙骑自行车, 甲骑摩托车, OE, OC 分别表示甲、乙二人离开 A 地 s (km) 与时间 t (h) 的函数关系, 根据 11-1-22 中的图像填空:

(1) 乙先出发 1 h 后, 甲才出发.

(2) 大约在乙出发 1.5 h 后, 两人相遇, 这时他们离 A 地 20 km.

(3) 甲到达 B 地时, 乙离开 A 地 40 km.

(4) 甲的速度是 40 km/h; 乙的速度是 40 km/h.

(5) 乙离开 A 地的距离 s (km) 与时间 t (h) 的函数关系式为 $s = \frac{40}{3}t$

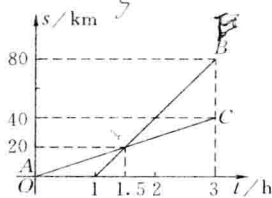


图 11-1-22

三、解答题

1. 某人从甲地出发, 骑摩托车去乙地, 途中因车出故障而停车修理, 到达乙地时正好用 2 h. 已知摩托车行驶的路程 s (km) 与行驶的时间 t (h) 之间的函数关系由图 11-1-23 中的图像 ABCD 给出. 若这辆摩托车平均每行驶 100 km 耗油为 2 L, 根据图中给出的信息, 计算从甲地到乙地这辆摩托车