

非线性
动力学丛书

18

齿轮系统的非线性 动力学与故障诊断

Nonlinear Dynamics and Fault
Diagnosis of Gear System

申永军 杨绍普 著



科学出版社

非线性动力学丛书 18

齿轮系统的非线性动力学与 故障诊断

Nonlinear Dynamics and Fault Diagnosis of
Gear System

申永军 杨绍普 著

科学出版社

内 容 简 介

本书针对工程中常见的齿轮箱传递装置,围绕齿轮传动系统的动力学和故障诊断展开研究,主要内容包括利用增量谐波平衡法研究含间隙和时变刚度的齿轮副的任意阶周期解、解析和数值研究含轻微故障的齿轮系统动力学、基于分数 Fourier 变换的齿轮故障诊断、基于分数小波变换的齿轮故障诊断、基于 Gabor 变换的齿轮故障诊断、基于奇异值分解的齿轮故障诊断方法等. 本书紧紧围绕国内外的学术热点展开,既有对齿轮系统动力学与故障诊断的理论研究,又有详实的数值仿真和实验验证,反映了该学科在近十几年的研究成果.

本书适用于研究机械系统动力学与故障诊断的读者,包括机械、航空、车辆、交通、冶金、力学、电力、化工等相关学科的本科生、研究生、教师、科研人员和相关工程技术人员等.

图书在版编目(CIP)数据

齿轮系统的非线性动力学与故障诊断/申永军,杨绍普著. —北京:科学出版社,2013

(非线性动力学丛书)

ISBN 978-7-03-039034-9

I. ①齿… II. ①申…②杨… III. ①齿轮传动-非线性力学-动力学
②齿轮传动-故障诊断 IV. ①TH132.41

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 259026 号

责任编辑:刘信力 / 责任校对:张凤琴

责任印制:赵德静 / 封面设计:陈 敬

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

源海印刷有限责任公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2014 年 1 月第 一 版 开本:720×1000 1/16

2014 年 1 月第一次印刷 印张:12 1/4

字数:228 000

定价:58.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

“非线性动力学丛书”序

真实的动力系统几乎都含有各种各样的非线性因素,诸如机械系统中的间隙、干摩擦,结构系统中的材料弹塑性、构件大变形,控制系统中的元器件饱和特性、变结构控制策略等.实践中,人们经常试图用线性模型来替代实际的非线性系统,以求方便地获得其动力学行为的某种逼近.然而,被忽略的非线性因素常常会在分析和计算中引起无法接受的误差,使得线性逼近成为一场徒劳.特别对于系统的长时间历程动力学问题,有时即使略去很微弱的非线性因素,也会在分析和计算中出现本质性的错误.

因此,人们很早就开始关注非线性系统的动力学问题.早期研究可追溯到1673年 Huygens 对单摆大幅摆动非等时性的观察.从19世纪末起, Poincaré, Lyapunov, Birkhoff, Andronov, Arnold 和 Smale 等数学家和力学家相继对非线性动力系统的理论进行了奠基性研究, Duffing, van der Pol, Lorenz, Ueda 等物理学家和工程师则在实验和数值模拟中获得了许多启示性发现.他们的杰出贡献相辅相成,形成了分岔、混沌、分形的理论框架,使非线性动力学在20世纪70年代成为一门重要的前沿学科,并促进了非线性科学的形成和发展.

近20年来,非线性动力学在理论和应用两个方面均取得了很大进展.这促使越来越多的学者基于非线性动力学观点来思考问题,采用非线性动力学理论和方法,对工程科学、生命科学、社会科学等领域中的非线性系统建立数学模型,预测其长期的动力学行为,揭示内在的规律性,提出改善系统品质的控制策略.一系列成功的实践使人们认识到:许多过去无法解决的难题源于系统的非线性,而解决难题的关键在于对问题所呈现的分岔、混沌、分形、孤立子等复杂非线性动力学现象具有正确的认识和理解.

近年来,非线性动力学理论和方法正从低维向高维乃至无穷维发展.伴随着计算机代数、数值模拟和图形技术的进步,非线性动力学所处理的问题规模和难度不断提高,已逐步接近一些实际系统.在工程科学界,以往研究人员对于非线性问题绕道而行的现象正在发生变化.人们不仅力求深入分析非线性对系统动力学的影响,使系统和产品的动态设计、加工、运行与控制满足日益提高的运行速度和精度需求,而且开始探索利用分岔、混沌等非线性现象造福人类.

在这样的背景下,有必要组织在工程科学、生命科学、社会科学等领域中从事非线性动力学研究的学者撰写一套非线性动力学丛书,着重介绍近几年来非线性动力学理论和方法在上述领域的一些研究进展,特别是我国学者的研究成果,为从事非线性动力学理论及应用研究的人员,包括硕士研究生和博士研究生等,提供最

新的理论、方法及应用范例. 在科学出版社的大力支持下, 我们组织了这套“非线性动力学丛书”.

本套丛书在选题和内容上有别于郝柏林先生主编的“非线性科学丛书”(上海教育出版社出版), 它更加侧重于对工程科学、生命科学、社会科学等领域中的非线性动力学问题进行建模、理论分析、计算和实验. 与国外的同类丛书相比, 它更具有整体的出版思想, 每分册阐述一个主题, 互不重复. 丛书的选题主要来自我国学者在国家自然科学基金等资助下取得的研究成果, 有些研究成果已被国内外学者广泛引用或应用于工程和社会实践, 还有一些选题取自作者多年的教学成果. 希望作者、读者、丛书编委会和科学出版社共同努力, 使这套丛书取得成功.

胡海岩

2001年8月

前 言

齿轮系统是一种常见的机械动力传递装置,在车辆、航天、冶金、电力、化工、船舶等行业有着广泛的应用. 齿轮系统的工作状态正常与否对运动和动力的传输具有重要的影响,因此研究其非线性动力学行为和故障诊断技术具有重要的理论价值和工程意义.

齿轮系统的特点是种类、型式较多,传递功率较大,转速较高,工作环境较为恶劣,因此易于发生故障. 齿轮系统发生故障时的故障部位和故障程度具有多样性,这样不仅会使得系统的建模困难,而且会造成运行状态诊断过程中的难度加大. 因此齿轮系统的非线性动力学和故障诊断是近些年国内外的研究热点和难点.

目前国内外虽然有一些关于齿轮系统的专著,但是这些专著主要是从不同方面(如齿轮系统的设计、噪声控制、提高测量信号的信噪比等)介绍保证齿轮系统运行状态的方法,从动力学和故障诊断两方面同时研究齿轮系统的工作较少. 基于上述原因,作者将近些年的文献加以整理,参考国内外同行的相关工作,并结合作者近十年来在国家自然科学基金支持下所取得的成果汇总而成这一专著.

感谢胡海岩院士为主编的“非线性动力学丛书”编委会,使得本书能够尽快出版.

感谢石家庄铁道大学的领导在本书撰稿过程中所给予的帮助和支持,他们为作者的学术研究提供了良好的生活环境和科研条件,使得作者能够集中精力完成此书. 作者课题组的研究生吴勇军、朱艳芬、孔德顺、张光明、吴彦彦等完成了其中部分工作,在此一并致谢.

感谢国家自然科学基金(项目编号:11072158 和 10602038)和河北省杰出青年自然科学基金(项目编号:E2010002047)的资助.

另外,在本书中参考了很多国内外专家和同行学者的论文或者专著,无法一一列举,在此一并表示感谢.

由于作者水平有限,加之时间仓促,书中不足之处在所难免,欢迎广大读者批评指正.

作 者

2013 年 7 月于石家庄铁道大学

目 录

“非线性动力学丛书”序

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 齿轮系统的非线性动力学	1
1.1.1 齿轮系统非线性动力学行为的解析研究	2
1.1.2 齿轮系统非线性动力学行为的数值研究	5
1.1.3 齿轮系统非线性动力学行为的实验研究	6
1.1.4 考虑齿面摩擦及故障的齿轮系统的非线性动力学	7
1.2 齿轮系统的故障诊断	8
1.2.1 平稳信号处理技术	8
1.2.2 现代信号处理技术	9
参考文献	15
第 2 章 基于增量谐波平衡法的齿轮系统非线性动力学	23
2.1 引言	23
2.2 第一类齿轮模型的非线性动力学	24
2.2.1 系统的运动微分方程	24
2.2.2 基于增量谐波平衡法的周期解	25
2.2.3 分岔特性及参数研究	28
2.3 第二类齿轮模型的非线性动力学	30
2.3.1 系统的运动微分方程	31
2.3.2 基于增量谐波平衡法的周期解	32
2.3.3 系统参数对周期解类型的影响	35
2.3.4 系统参数对幅频曲线的影响	37
2.4 第三类齿轮模型的非线性动力学	40
2.4.1 系统的运动微分方程	40
2.4.2 基于增量谐波平衡法的周期解	40
2.4.3 计算结果与分析	43
参考文献	46

附录一 各参数的物理意义	47
附录二 一阶近似时 Jacobi 矩阵和残余向量的显式	48
第 3 章 故障齿轮系统动力学	50
3.1 含轻微磨损故障的齿轮动力学	50
3.1.1 系统的运动微分方程	50
3.1.2 仿真结果及分析	54
3.2 含裂纹故障的齿轮动力学	56
3.2.1 系统的运动微分方程	56
3.2.2 仿真结果及分析	56
3.3 基于 ANSYS 软件的故障齿轮特性分析	59
3.3.1 齿轮的三维有限元模型	60
3.3.2 无故障齿轮的有限元分析	61
3.3.3 含裂纹故障齿轮的有限元分析	64
参考文献	69
第 4 章 分数 Fourier 变换在齿轮故障诊断中的应用	71
4.1 分数 Fourier 变换的定义、性质及快速算法	72
4.1.1 分数 Fourier 变换的定义	73
4.1.2 分数 Fourier 变换的性质	73
4.1.3 典型信号的分数 Fourier 变换	75
4.1.4 离散 FrFT 及 FrFT 的快速算法	77
4.2 FrFT 用于信噪分离的思想	82
4.3 基于分数 Fourier 变换的盲信号分离新方法	86
4.3.1 基于联合对角化的盲信号分离技术的统一框架	86
4.3.2 分数 Fourier 变换的新性质	88
4.3.3 基于分数 Fourier 变换的盲信号分离新方法	88
4.4 基于分数 Fourier 变换的自适应信号降噪新方法	92
4.4.1 新方法的原理	92
4.4.2 数值算例	93
参考文献	98
第 5 章 分数小波变换在齿轮故障诊断中的应用	100
5.1 分数样条小波变换的定义、性质及快速算法	101
5.1.1 小波变换的定义	101
5.1.2 分数样条小波变换的定义	102

5.1.3 分数小波变换在信号处理与故障诊断中应用的可行性	105
5.2 基于模极大值的分数小波降噪方法及应用	108
5.2.1 小波变换检测信号奇异性和信号重构	109
5.2.2 分数小波与传统小波在检测信号奇异性方面的不同性质	110
5.2.3 基于模极大值重构的分数小波降噪方法	112
5.3 基于分数小波变换的自适应降噪方法及应用	117
5.3.1 自适应滤波器	117
5.3.2 数值算例	118
5.4 基于空域相关特性的分数小波变换新方法	122
5.4.1 基本理论	123
5.4.2 分数 B 样条小波空域相关阈值的设定	124
5.4.3 数值仿真信号分析	126
参考文献	131
第 6 章 基于 Gabor 变换的故障诊断方法	132
6.1 Gabor 变换的基本理论	132
6.1.1 连续 Gabor 变换	132
6.1.2 离散 Gabor 变换	134
6.1.3 Gabor 变换的基函数	135
6.2 Gabor 变换的阈值选取方法	136
6.2.1 基于 Gabor 变换的信号降噪原理	136
6.2.2 数值仿真	137
6.3 基于 Gabor 变换的盲分离新方法	139
6.3.1 基于 Gabor 变换的盲分离原理	139
6.3.2 数值仿真	141
6.3.3 实验验证	146
6.4 基于 Gabor 变换的欠定盲分离新方法	149
6.4.1 常见信号的 Gabor 谱分布规律及源信号数目估计	149
6.4.2 基于 Gabor 逆变换的重构升维	150
6.4.3 数值仿真	151
6.4.4 实验验证	154
6.5 Gabor 变换的自适应消噪方法	156
6.5.1 AMGTD 方法	156
6.5.2 AFMGTD 方法	157

6.5.3 数值仿真	158
6.5.4 实验验证	160
参考文献	162
第7章 基于奇异值分解的信号降噪方法	163
7.1 奇异值分解的定义和时间序列分析方法	163
7.1.1 奇异值分解的定义	163
7.1.2 时间序列的相空间重构	164
7.2 改进的奇异值降噪方法及在调制信号处理中的应用	165
7.2.1 常见信号的奇异值分布特性	165
7.2.2 改进的奇异值降噪方法	167
7.2.3 数值仿真	167
7.2.4 实验验证	169
7.3 基于奇异值分解的欠定盲信号分离方法	172
7.3.1 方法简介	172
7.3.2 数值仿真信号	173
7.3.3 实验验证	176
参考文献	178
索引	179
“非线性动力学丛书”已出版书目	181

第 1 章 绪 论

当前,随着机械设备向着高速、重载、精密方向的发展,对机械传动设备的要求越来越高.不仅要求能够传递较大的功率和载荷,而且要求传动系统本身必须具备较好的可靠性,从而降低设备的运营成本并提高设备运营过程中的安全性.齿轮作为一种广泛应用的传动设备,是各种机械系统中的重要传动装置,在机械、化工、航天、船舶等行业的设备中起着非常关键的作用.同时,齿轮的工作状态正常与否对运动和动力的传输具有重要的影响^[1].因此,研究齿轮系统的非线性动力学和故障诊断具有重要的理论价值和工程意义.

齿轮系统具有以下几个特点:一是齿轮系统的转速较高,有时可达到数十万转,此时的动力学行为非常复杂且易产生各种故障;二是系统复杂,从原动机到齿轮箱(包括轴承、齿轮、轴等)再到负载,结构复杂多样;三是建模困难,主要在于其中的非线性因素众多,如齿轮的间隙、时变刚度和齿面摩擦等,轴承的间隙和不同结构形式带来的不同刚度形式等,转子(轴)的不同支撑形式和间隙带来的松动等,这些因素使得齿轮系统的求解变得非常困难.如果再考虑到齿轮系统中可能存在的各种故障,则模型更为复杂^[2].所有这些特点使得齿轮系统的非线性动力学和故障诊断成为近二十年来的一个研究热点.

1.1 齿轮系统的非线性动力学

齿轮的应用最早始于公元前 400~前 200 年^[3].而对齿轮系统进行全面的动力学研究见于 Buckingham 的工作^[4],他采用的是一个冲击理论模型.以振动理论的观点对齿轮系统进行研究则见于 20 世纪 50 年代 Tuplin 的工作^[5],在该文中提出的等效轮齿啮合刚度的概念奠定了齿轮系统动力学的理论基础.随后,齿轮系统动力学的研究范围逐渐扩大到包含轴承和转子的复杂系统.

1986 年前关于齿轮系统动力学的研究进展可见于 Ozguven^[6]的综述文章,文末列举了 188 篇文献,在该文中作者对齿轮动力学模型的分类如下:①简单的动力学因子模型,研究该模型的方法包括经验方法、半经验方法及动力学因子算法;②考虑轮齿刚度的模型,以轮齿的刚度作为储能元素,而忽略轴的弯曲和扭转刚度及轴承的刚度,通常以单自由度带弹簧的模型来表示,这一点和第一类模型有些相似;③齿轮动力学模型,这些模型除了轮齿刚度以外还考虑了其他部件的弹性,包括轴的扭转刚度、轴和轴承沿着啮合线的侧向刚度等;④齿轮-转子动力学模型,截面内

齿轮的运动被分解为各个方向上的运动,并考虑转子的涡动;⑤齿轮扭转振动模型,在以上两组模型中考虑轮齿的刚度(常刚度或者时变刚度)即为第五种模型.在以上这些模型中,大多数是集中质量模型,也有的采用连续质量模型或有限元模型.总体来看,该文主要集中于齿轮系统的线性动力学行为研究,同时也涉及部分非线性因素(但是大多采用数值方法).

近些年又出现了几篇关于齿轮系统非线性动力学的综述文章^[7-11].王建军等^[7,8]的文章更多地集中在齿轮系统的非线性动力学,包括相关的数学模型和求解方法.该文首先介绍了常见的齿轮非线性模型,然后按照考虑不同的非线性因素将求解方法和研究结果分为三部分,即只考虑时变啮合刚度、只考虑齿侧啮合间隙及同时考虑时变刚度和间隙的非线性动力学.最后指出以后的研究重点可能包括多间隙的影响、多种非线性因素的影响以及齿轮系统的各种反问题(如载荷识别和故障诊断等).Parey^[9]的文章则更侧重于带有缺陷的齿轮系统动力学,其中的缺陷类型主要包括摩擦、磨损、点蚀和剥落等.该文介绍了带有故障的各种齿轮动力学模型以及故障引起的典型动力学现象等,但是由于这一类模型的复杂性,很难采用解析方法求解,所以求解过程主要是依靠基于有限元方法的各种软件.这样带来的问题是很难分析各种工况下齿轮系统的不同响应,因此抽象出带有典型故障的合理模型成为一个有意义的研究方向.杨宏斌等^[10]重点分析了曲齿锥齿轮和准双曲面齿轮非线性振动模型的建立方法和研究方向,并且提出了利用灰色控制理论来解决齿轮系统运行过程中的振动和噪声问题.申永军等^[11]重点从解析研究方面分析了齿轮系统的非线性动力学行为.

考虑到按照齿轮动力学模型进行分类的文献较多,下面我们按照不同的求解方法对齿轮系统动力学的研究进展进行总结,最后综述包含齿面摩擦和齿面故障的齿轮动力学.

1.1.1 齿轮系统非线性动力学行为的解析研究

一般的齿轮动力学模型均包含时变啮合刚度和间隙,这属于一类典型的强非线性系统,因此传统的摄动法和平均法很难求解这一类系统^[12].进入20世纪90年代以后,以谐波平衡法和结合分段技术的多尺度法在分析齿轮系统的动力响应方面取得了一定成果.

1.1.1.1 谐波平衡法

Kahraman等^[13]最早将谐波平衡法应用于求解带有间隙的直齿轮副的动力学,他首先建立了含间隙但不包含时变啮合刚度的齿轮系统的解析解,并得到了幅频曲线,研究了各种参数对系统响应的影响,同时利用胞映射方法得到了主共振响

应的三个吸引域,最后利用数值方法分析了系统可能存在的混沌运动.在此基础上,Kahraman等又推广了已有工作.在文献[14]中,Kahraman等研究了包含轴承的三自由度含间隙齿轮系统(同时考虑轴承间隙),发现了系统中存在复杂的亚谐波运动和拟周期运动,以及存在两类通向混沌的途径,同时还和实验结果进行了比较.在文献[15]中,Kahraman等又研究了包含时变啮合刚度和轴承间隙的三自由度齿轮系统模型,重点分析了轴承和齿轮的相互耦合作用,证明了轴承间隙和时变刚度的耦合不如齿轮间隙和时变刚度的耦合作用大.

Kahraman等的这三篇文献非常经典,为以后的齿轮动力学研究提供了一个样板,20世纪90年代中后期至今的很多关于齿轮动力学的论文都参考了Kahraman等的研究成果.例如,Padmanabhan^[16]利用谐波平衡法研究了齿轮系统的谱结构,解释了实验过程中发现的谱耦合现象.随后Blankenship等^[17]将文献[13]~[15]的结果推广至考虑 N 阶谐波的情况,研究了含有参数激励和间隙非线性的齿轮振子的稳态响应,得到了求解近似解析解的闭合公式,最后进行了实验验证并分析了各种参数对响应的影响.同时Vinayak等^[18]也利用多阶谐波平衡法并结合多体动力学理论研究了一类齿轮系统,该模型为六自由度且考虑了多处啮合的情况,同时比较了考虑线性时变啮合刚度和线性时不变刚度两种多自由度模型在响应上的差异,最后通过实验验证了部分结论.Comparin和Singh^[19]将Kahraman的工作推广至具有间隙的多自由度系统频响特性分析,研究了具有3个耦合非线性振子的多自由度系统无阻尼振动的近似解析解,并提出了确定同时具有主频激励和高阶谐波激励时解的存在性和稳定性的一般公式.张锁怀等^[20]研究了一个包含三阶谐波的齿轮系统,其中考虑了时变啮合刚度和齿面间的摩擦力,应用谐波平衡法分析了系统的响应特性,但是没有考虑误差激励的影响.

除了直齿轮系统以外,其他类型的齿轮系统也引起了很多研究者的兴趣.如孙涛等建立了行星齿轮系统的动力学模型^[21],并利用谐波平衡法对该行星齿轮系统进行了分析^[22].随后他们^[23]又将离散Fourier变换引入到谐波平衡法中系数的求解过程,克服了传统谐波平衡法求解过程中基于描述函数难以求解亚谐波响应的缺点.孙智民等^[24]建立了封闭行星齿轮传动系统的扭振计算模型,其中考虑了行星轮和星轮的啮合相位,行星架的弹性变形和负载惯性等因素,用数值解法获得了在时变啮合刚度和齿频综合误差激励下的齿轮啮合动载荷和在不同输入转速下的动载荷系数.然后他们^[25]研究了系统在时变啮合刚度、偏心误差和齿频综合误差激励下的动态响应和动载荷系数的频域历程,分析了在星型轮系和行星轮系动力耦合情况下,齿轮系统的动态特性及行星轮和星轮的载荷分配均匀性,对比了中性轮在不同的输入转速下的浮动轨迹.同时他们^[26]又研究了系统中定常吸引子和奇怪吸引子的共存问题,针对两种典型的系统参数,以不同的初始条件分别得到了共存的周期吸引子和奇怪吸引子、准周期吸引子和奇怪吸引子,并且分析和比较了各种

吸引子的动态特性,讨论了各种吸引子所对应的星轮载荷分布均匀性. Kahraman^[27]关于行星齿轮系统非线性动力学的研究工作也很有参考价值,其中的系统刚度是时变的且与齿轮啮合数目及行星轮的位置有关. Parker^[28]重点研究了行星轮的相位对整个齿轮系统振动特性的影响,尤其是如何利用这种相位配置来抑制系统的振动. Bajer 等^[29]研究了行星齿轮系统中的接触和碰撞问题,通过引入符号函数,建立了齿面无摩擦、系统包含弹性体的动力学方程,得到了关于行星齿轮传动链的一些有意义的结果. Yuksel 和 Kahraman^[30]研究了齿面磨损的行星齿轮系统,其中磨损模型采用拟静态接触模型计算接触应力,采用 Archard 磨损模型确定磨损程度.

关于斜齿轮的工作也很多. 李润方等^[31]结合振动理论、有限元法、齿轮啮合理论等,配合试验手段,研究了斜齿轮耦合系统的动力学建模问题,并进行了齿轮系统结合部的参数识别. 林江等^[32]以一个带有原动机和负载的斜齿轮传动系统为研究对象,同时考虑了电动机转子、各联轴器、斜齿轮副及发电机(负载)转子等影响因素,并且引入了齿轮啮合传动时的变形协调条件,建立了一个多质量系统的动力学模型,研究了在各种不同条件下系统扭转振动、横向振动以及两者的耦合振动问题,同时通过动特性试验对所建模型进行了验证. 在文献^[33]中 Kahraman 建立了一个考虑轴承和轴的柔性的斜齿轮动力学模型,该模型可以用来分析各种耦合振动的相互影响,他认为在确定系统固有频率和轮齿啮合力时倾斜角的影响甚至可以忽略. Baud 等^[34]将解析方法与实验方法结合,研究了斜齿轮系统的动态载荷,证明了该文提出的模型的合理性. Andersson 等^[35]建立了一个新的斜齿轮动力学模型,该模型可以更精确地确定斜齿轮的动载荷,和实验结果吻合更加良好.

1.1.1.2 基于分段技术的解析法

分段技术实际上是将齿轮非线性系统按照时间间隔进行分段,从而在每一个时间段内构成一个时变线性系统进而求解. Dubowsky 等^[36,37]研究了一类带有间隙的非线性机械系统,建立了每个区间上解的封闭形式,然后通过迭代计算得到稳态解. 这种方法的缺点是花费的计算时间较长.

Natsiavas 等^[38]基于分段技术,根据初始条件利用多尺度法得到了单自由度直齿轮副的二阶近似解,通过横截条件(即每个时间段端点的位移和速度连续条件)确定了稳态振幅和相位. 对于稳定性的判断则采用转移矩阵的概念,根据总体转移矩阵的模数大小进行稳定性的判断. 然后他们又利用同样的方法^[39]研究了考虑扭矩波动的齿轮系统,最后的数值仿真发现这两个系统中均含有周期二、三倍化现象、边界激变和间歇混沌等复杂行为. 紧接着 Dooren^[40]就发现在第二个系统中^[39]存在着另外一条通向混沌的倍周期分岔道路. 在此基础上, Theodossiades 和 Natsiavas^[41]建立了考虑电机的更加复杂的齿轮系统动力学模型,采用分段方法得

到了更加复杂的动力响应模式,有力地支持了某些实验结果.

1.1.1.3 增量谐波平衡法

对于齿轮系统这种含有间隙、参数激励和强迫激励的非线性系统,利用增量谐波平衡法求解是一种新的思路. Lau 等^[42]最早提出了增量谐波平衡法,该方法的特点是对一般的非线性系统可以方便地求取任意阶近似解,通过对一些梁、板、壳等弹性体的研究,并与椭圆函数积分所得结果进行比较,验证了该方法的正确性和精确性.在此基础上, Lau 等^[43]研究了具有一般分段线性刚度的非线性系统的动力学,通过引入符号函数和阶跃函数,建立了这一类非线性系统周期解的统一形式. Xu 等^[44,45]也做了大量的工作,将 Lau 的工作分别推广至具有一般分段线性阻尼的非线性系统^[44],以及同时含有一般分段线性阻尼和一般分段线性刚度的非线性系统^[45].

对于齿轮这种含有间隙、参数激励和强迫激励的非线性系统,申永军等^[46-49]利用增量谐波平衡法全面研究了齿轮系统在无静态传递误差和考虑不同类型静态传递误差情况下的周期响应.通过引进阶跃函数和符号函数,建立了系统周期解的统一形式并与数值解进行了比较,发现利用增量谐波平衡法所得结果可以和数值结果任意地接近,随后研究了不同阻尼比和不同激励水平下的幅频响应曲线,发现增大阻尼比和激励幅值均可以有效地抑制系统的碰撞运动.

1.1.2 齿轮系统非线性动力学行为的数值研究

由于齿轮系统含有时变刚度和间隙,因此属于强非线性系统,数值方法在其求解过程中具有非常重要的作用,下面我们介绍一些典型的数值方法.

Velex^[50]比较了各种数值方法,如时域方法(直接数值积分法和 Ritz 法等)、频域方法(迭代谱方法和摄动法等)等各自的特点,随后分析了一个带有啮合误差和不对中齿轮系统的响应,给出了许多有意义的结果.

刘梦军等^[51]结合随机激励下齿轮非线性系统的特点,将系统所在的状态空间转化为胞空间,在胞空间内通过 Monte Carlo 方法计算出胞与胞相互映射时的转移概率及相应的概率矩阵,从而利用 Markov 链理论得到了系统的全局特性.李华等^[52]从 Lyapunov 指数的定义出发,作出了单对齿轮非线性系统随着激励变化时的 Lyapunov 指数图,并据此判断系统中所存在的周期解和混沌吸引子.

Padmanabhan 等^[53,54]发展了一种称作参数连续技术(parametric continuation technique)的数值方法,利用该方法可以得到任意的谐波解.他们首先将该方法^[53]用于 Duffing 系统,得到了一般方法很难发现的高阶超谐共振和亚谐共振解,然后研究了单自由度齿轮系统的复杂动力学.随后又将该方法用于研究多自由度齿轮

系统^[54],得到了很多和实验结果相吻合的结论. Theodossiades 等^[55]利用数值积分方法研究了滑动轴承支撑的齿轮-转子耦合系统,分析了外加载荷、啮合状况、滑动轴承参数等有关因素对系统响应特性的影响,尤其是对于周期响应、拟周期响应、混沌响应的影响.

Adomian^[56]提出了一种称作 A-算符方法的数值方法,该方法首先引入一个 Adomian 多项式,然后通过迭代计算可以得到精度很高的数值解. 李华等^[57]将该方法推广至高阶非线性系统,从而可用于求解齿轮系统的非线性动力学,发现了其中的混沌和激变现象,最后指出可以将该方法应用于其他工程领域的高阶强非线性系统.

Poincaré 映射作为一种经典的数值方法,已经在很多非线性动力系统中得到了广泛的应用^[58]. 高建平^[59]利用齿轮结构的旋转对称性,用一个啮合齿对上的参数表示其他啮合对上的参数,提出了一种求解这一类方程的数值方法——基于打靶法的局部参数化延拓法. 该方法不仅得到了系统的周期解,而且能够处理含奇异点的非线性问题. 李立等^[60]将 Poincaré 映射和 Floquet 理论结合,研究了包含转子和滑动轴承的齿轮系统非线性动力学,比较了平衡位置失稳和不平衡响应周期解失稳等现象. Sato 等^[61]利用 Poincaré 映射分析了齿轮系统的复杂动力学现象,如分岔、混沌和激变等,指出了几种通向混沌的路径,为齿轮系统的设计和分析提供了依据.

1.1.3 齿轮系统非线性动力学行为的实验研究

作为一种重要的辅助方法,实验研究不仅在齿轮系统,同时也在其他非线性机械系统中起着非常重要的作用. 实验方法不仅用于验证理论研究的正确性,同时也用于修正理论分析模型,以便更有效地进行齿轮系统的动态分析与设计.

Munro^[62]的工作是早期研究齿轮系统时重要的参考标准. 他的工作主要是发现了齿轮系统中的振幅跳跃现象、多解现象和不规则运动(即混沌运动),从而为其他的研究者提供了一个样板. Kahraman^[63]的工作也非常漂亮,他利用所设计的齿轮实验台不仅观察到了众多非线性现象,而且研究了不同物理参数,如接触比、转速和施加力矩对系统运动的影响,以及观察到通过周期倍化通向混沌的道路. Kubur 等^[64]利用实验方法研究了一个三维斜齿轮离散模型,实验所得结果和利用有限元方法得到的结果进行了比较,发现了多个对系统响应有重要影响的系统参数.

除了这几篇论文以外,其他的文献中也不同程度地采用了实验方法作为对比,如文献[13]~[18]等,这里不再赘述. 下面就齿轮实验台设计过程中的几个问题说明一下.

如果考虑研究的齿轮副为单自由度系统,则齿轮轴的设计直径应该尽可能地大,而长度(跨度)应该尽可能地短,两端支撑应该采用高精度的滚动轴承,轴承座的刚性应该尽可能地大,同时齿轮轴的输入端和输出端应该采用弹性联轴器进行连接.这样得到的齿轮系统可以保证电动机和负载对齿轮的影响较小,同时齿轮在横截平面和轴向的运动与所考虑的齿轮切向运动耦合最小,从而保证理论结果和实验结果能较好地吻合.

1.1.4 考虑齿面摩擦及故障的齿轮系统的非线性动力学

在大多数关于齿轮动力学的文献中均未考虑齿面摩擦和齿面故障的影响,这是因为这些因素将会使得齿轮系统的自由度增加,求解变得更加困难,因此对于故障齿轮系统目前大多采用数值方法.下面介绍近几年关于这方面的研究进展.

1.1.4.1 考虑齿面摩擦的齿轮系统的非线性动力学

与齿面摩擦有关的因素包括摩擦力的方向、数值以及作用位置,这些因素使得考虑齿面摩擦时系统的自由度将会增加,运动方程也会变得复杂. Howard 等^[65]详细介绍了考虑齿面摩擦时这些因素对系统的影响,他们建立了一个十六自由度的运动方程,并利用 Matlab 及其仿真工具箱 Simulink 进行求解,得到了系统在多种工况下的响应,为齿轮系统的分析提供了一种新的思路.

Vaishya 等^[66]建立了包含时变刚度、黏性阻尼及滑动摩擦的齿轮动力学模型,其中采用分段技术进行精确积分求解,从而消除了模态截断带来的误差,随后利用 Floquet 理论进行了稳定性分析.在文献[67]中, Vaishya 又详细分析了滑动摩擦导致的强非线性及其对系统的影响,并分析了各种系统参数改变引起的系统响应的变化.王三民等^[68]分析了考虑摩擦、间隙和时变刚度的直齿轮副动力学模型,利用数值积分得到了系统的稳态响应,发现摩擦可以使得混沌吸引子变大或者转变为周期吸引子,以及摩擦可以使得系统提前进入混沌,同时使得混沌的程度有所降低.

1.1.4.2 考虑齿面故障的齿轮系统的非线性动力学

齿面故障有多种类型,如点蚀、磨损、剥落、裂纹等,这些故障的存在使得齿轮系统动力学的建模和求解极为复杂,并且准确描述故障类型和程度较为困难,目前这一方面取得的进展并不大.下面介绍一些典型的动力学模型及其求解方法.

Kuang 等^[69]建立了考虑齿面磨损的齿轮动力学方程.齿面磨损会影响啮合过程中的齿面轮廓,从而会影响到啮合刚度、阻尼力及摩擦力等,这样将会使得系统的方程非常复杂. Kuang 采用数值方法对该模型进行了求解,得到了各种工况下