北京邮电大学高等数学双语教学组◎编

Gaodeng Shuxue
Xuexi Zhidao yu Xiti Jiexi

高等数学
学习指导与习题解析

（上）

北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

高等数学学习指导与习题解析（上）

北京邮电大学高等数学双语教学组　编

北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

内 容 提 要

本书是以国家教育部非数学专业数学基础课教学指导分委员会制定的工科类本科的《高等数学》教学大纲为依据，根据北京邮电大学高等数学双语教学组编写的双语高等数学教材而编写的教学辅导书。本书对双语高等数学教材的习题作了全解，对各章的知识要点和学习要求进行了总结，且每章都附有极具针对性的总习题供读者进行自我检测。

本书与北京邮电大学高等数学双语教学组编写的双语高等数学教材相匹配，可与教材同步使用，也可以作为普通高等学校学习高等数学和微积分课程的教学辅导书，是在校大学生和教师必备的参考书。

图书在版编目（CIP）数据

高等数学学习指导与习题解析．上／北京邮电大学高等数学双语教学组编．--北京：北京邮电大学出版社，2013.9

ISBN 978-7-5635-3709-9

Ⅰ．①高… Ⅱ．①北… Ⅲ．①高等数学—双语教学—高等学校—教学参考资料 Ⅳ．①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2013）第 224924 号

书　　名：高等数学学习指导与习题解析（上）
作　　者：北京邮电大学高等数学双语教学组
责任编辑：赵玉山
出版发行：北京邮电大学出版社
社　　址：北京市海淀区西土城路 10 号（邮编：100876）
发 行 部：电话：010-62282185　传真：010-62283578
E-mail：publish@bupt.edu.cn
经　　销：各地新华书店
印　　刷：北京联兴华印刷厂
开　　本：787 mm×960 mm　1/16
印　　张：19
字　　数：411 千字
印　　数：1—3 000 册
版　　次：2013 年 9 月第 1 版　2013 年 9 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5635-3709-9　　定　价：38.00 元

前 言

为了满足高等院校工科类双语数学基础课的教学需要，我们编写了全英文的“高等数学”教材及其中译本。与一般高等院校使用的中文高等数学和微积分教材相比较，双语高等数学教材在内容编排与讲解上适当吸收了欧美国家微积分教材的一些优点，更注重与后续课程学习和实际应用的衔接。由于双语教学模式下要学好本课程需要花费更多的精力，为了帮助读者解决学习本课程的困难，给读者一些启示和提供一些方法，我们编写了这本书供读者参考。

本书是为满足在校学生学习双语“高等数学”的需要，由我们在双语教学第一线的教师经过集体讨论、反复推敲、分别执笔编写出来的，与已出版的双语高等数学教材相匹配。该书包括《高等数学学习指导与习题解析(上)》及《高等数学学习指导与习题解析(下)》共两分册。本书也可以作为一般高等院校学生和教师学习高等数学和微积分课程的教学参考书，也可作为学习高等数学的自学辅导书。

本书的内容选取和编排顺序与双语“高等数学”教材一致，以章节为序，按节编排知识要点和习题解答。由于双语教学的特殊模式，教材在编排时作者从淡化运算技巧出发有意删除了一些计算方法和技巧，因而使读者在解题时会遇到一定的困难，本书在习题解答中弥补了这一不足，使读者在计算方法和技巧上有所提高。本书按节编排各节的知识要点，按章提出了学习的基本要求，可以使读者通过自学把知识要点串联在一起，有的放矢地学习，避免遗漏。本书还结合高等数学的教学大纲和重要的知识点，在每章都给出了极具针对性的总习题，以便读者自我测试和掌握学习情况。

本书分为上、下两册出版，全书由袁健华和艾文宝主编。上册的第一章至第六章的知识要点和习题解析分别由张文博、王学丽、李晓花、艾文宝、袁健华和石霞撰写，最后由袁健华和艾文宝审定。在本书的编写中还参阅了国内其他作者编写的高等数学习题指导书，在此向这些作者表示感谢。本书在编写过程中得到北京邮电大学、北京邮电大学理学院和国际学院教改项目的支持，作者在此表示衷心的感谢！

由于编者水平有限，时间仓促，不妥之处在所难免，书中如有错漏之处，欢迎读者通过邮箱(jianhuayuan@bupt.edu.cn)指出错误，以便我们及时纠正。

目录

第一章　微积分基本理论

第一节　集合与函数

要学习好微积分，首先应掌握集合和函数的基础理论和基本元算。通过本节的学习，读者应对集合的基本概念与运算、函数和映射的概念有一深刻的理解.

一、知识要点

1. 集合的基本概念及定义在集合上的运算

数学上的集合是用来对一系列数学对象进行分类的基本方法.

集合中的每一个数学对象称为集合的元素. 元素个数有限的集合称为有限集，元素个数无限的集合称为无限集.

集合通常有两种常见的表示方法：枚举法和描述法.

集合的基本运算有四种：和、交、并和补.

2. 映射与函数

映射是集合之间元素对应关系的统称，而函数则特指从一个集合到另一个集合多对一的一种映射.

若 $f:D\to C$ 为一个从集合 D 到集合 C 的函数，则 D 称为定义域，C 称为值域. 用以表示定义域中任一元素的记号称为函数的自变量，而对任一给定的自变量，集合 C 中按照关系 f 与之对应的元素称为函数的因变量.

反函数是一个依赖于给定函数 $f:D\to C$ 的特殊函数. 如果 f 对应的映射是一个一一的映射，则 $f^{-1}:C\to D$.

定义函数通常可以采用三种方法：列表法、图形法和解析法.

3. 函数的基本性质

函数具有四种基本性质：有界性、单调性、奇偶性和周期性.

4. 复合函数

复合函数的概念是一种将复杂函数拆分为若干简单函数的重要方法.

5. 初等函数

常用的基本初等函数有六种:常数函数、幂函数、指数函数、三角函数、对数函数和反三角函数.

初等函数则是将基本初等函数进行加、减、乘、除、开方或有限次的复合运算后得到的所有函数的统称.

二、习题解答

习题 1.1 A

1. 令 A 与 B 为两个分别采用如下方式给定的集合.求 $A\cup B, A\cap B, A\backslash B$ 和 $B\backslash A$.

(1) $A=\{1,3,5,7,8\}, B=\{2,4,6,8\}$.

(2) A 为所有平行四边形的集合,B 为所有矩形的集合.

(3) $A=\{1,2,3,\cdots\}, B=\{2,4,6,\cdots\}$.

解 (1)

$A\cup B=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}, A\cap B=\{8\}, A\backslash B=\{1,3,5,7\}, B\backslash A=\{2,4,6\}$.

(2) $A\cup B=\{$所有的平行四边形$\}$, $A\cap B=\{$所有矩形$\}$,

$A\backslash B=\{$除矩形之外的平行四边形$\}$, $B\backslash A=\varnothing$.

(3) $A\cup B=\{1,2,3,\cdots\}, A\cap B=\{2,4,6,\cdots\}, A\backslash B=\{1,3,5,\cdots\}, B\backslash A=\varnothing$.

2. 令 $X=\{1,2,3,\cdots,10\}, A_1=\{2,3\}, A_2=\{2,4,6\}, A_3=\{3,4,6\}, A_4=\{7,8\}, A_5=\{1,8,10\}$,求 $\bigcap\limits_{i=1}^{5}A_i^c$,其中 A_i^c 为 A_i 的相应于 X 的补,$i=1,2,3,4,5$.

解 由定义,可知

$A_1^c=\{1,4,5,6,7,8,9,10\}$, $A_2^c=\{1,3,5,7,8,9,10\}$, $A_3^c=\{1,2,5,7,8,9,10\}$, $A_4^c=\{1,2,3,4,5,6,9,10\}$ 且 $A_5^c=\{2,3,4,5,6,7,9\}$,

则 $\bigcap\limits_{i=1}^{5}A_i^c=\{5,9\}$.

3. 令 $A=\left\{x \,\middle|\, \frac{1}{\sqrt{x-1}}>1\right\}, B=\{x\,|\,x^2-5x+6\leqslant 0\}$,求 $A\cup B$ 和 $A\cap B$.

解 由不等式,有

$$A=\left\{x \,\middle|\, \frac{1}{\sqrt{x-1}}>1\right\}=\{x\,|\,0<\sqrt{x-1}<1\}=\left\{x \,\middle|\, \begin{cases} x-1>0 \\ x<2 \end{cases}\right\}=\{x\,|\,1<x<2\}$$

及

$$B=\{x\,|\,x^2-5x+6\leqslant 0\}=\{x\,|\,(x-2)(x-3)\leqslant 0\}=\{x\,|\,2\leqslant x\leqslant 3\}.$$

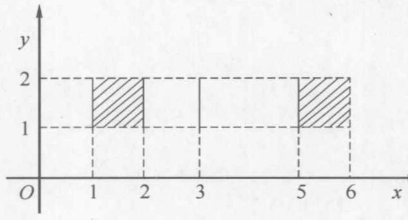
则有,$A\cup B=\{1<x\leqslant 3\}$ 且 $A\cap B=\varnothing$.

4. 设 A 和 B 为如下给出的集合，在直角坐标系中绘制 $A\times B$ 对应的草图.

(1) $A=\{x\,|\,1\leqslant x\leqslant 2\}\cup\{x\,|\,5\leqslant x\leqslant 6\}\cup\{3\}$，$B=\{y\,|\,2\leqslant y\leqslant 3\}$

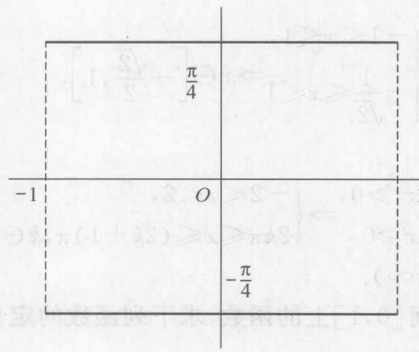
(2) $A=\{x\,|\,-1\leqslant x\leqslant 1\}$，$B=\left\{y\,|\,-\dfrac{\pi}{2}\leqslant y\leqslant\dfrac{\pi}{2}\right\}\cap\left\{\left\{y\,|\sin y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right\}\cup\left\{y\,|\sin y=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right\}\right\}$.

解　(1) 如题 4(1)图所示



题 4(1)图

(2) 因为 $\sin y=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，故有 $y=2k\pi\pm\dfrac{\pi}{4}$，其中 $k\in\mathbf{Z}$. 此外，由于 $y\in\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$，则有 $B=\left\{\pm\dfrac{\pi}{4}\right\}$. 因此 $A\times B$ 的图形如题 4(2)图所示.



题 4(2)图

5. 求下列函数的定义域.

(1) $|1-x|-x\geqslant 0$.

(2) $(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)>0$($\alpha,\beta,\gamma$ 为常数，且 $\alpha<\beta<\gamma$).

(3) $\sin x\geqslant\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

(4) $y=\sin\sqrt{x}$.

(5) $y=\arcsin(x+3)$.

(6) $y=\dfrac{1}{\sqrt{9-x^2}}$.

(7) $y=\log_{(x-1)}(16-x^2)$.

(8) $y=\sqrt{\arcsin x+\frac{\pi}{4}}$.

(9) $y=e^{\frac{1}{\sqrt{x}}}$.

(10) $y=\ln(4-x^2)+\sqrt{\sin x}$.

(11) $y=\ln(\ln x)$.

解 (1) $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$.

(2) $(\alpha,\beta)\cup(\gamma,+\infty)$.

(3) $\left[2k\pi+\frac{\pi}{3},2k\pi+\frac{2\pi}{3}\right]$.

(4) $(0,+\infty)$.

(5) $(-4,-2)$.

(6) 注意到,$9-x^2>0$,故有 $x\in(-3,3)$.

(7) 由于$\begin{cases}x-1>0,\\x-1\neq1,\\16-x^2>0,\end{cases}$ 故其定义域为 $x\in(1,2)\cup(2,4]$.

(8) $\begin{cases}-1\leqslant x\leqslant1,\\ \arcsin x+\frac{\pi}{4}\geqslant0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-1\leqslant x\leqslant1,\\ -\frac{1}{\sqrt{2}}\leqslant x\leqslant1\end{cases}\Rightarrow x\in\left[-\frac{\sqrt{2}}{2},1\right]$.

(9) $x>0$.

(10) $\begin{cases}4-x^2>0,\\ \sin x\geqslant0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}4-x^2>0,\\ \sin x\geqslant0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-2<x<2,\\ 2k\pi\leqslant x\leqslant(2k+1)\pi,k\in\mathbf{Z}\end{cases}\Rightarrow x\in[0,2)$.

(11) $\ln x>0\Rightarrow x\in(1,+\infty)$.

6. 设 $f(x)$ 为定义在区间 $[0,1]$ 上的函数,求下列函数的定义域.

(1) $f(\sqrt{x+1})$.

(2) $f(x^n)$.

(3) $f(\sin x)$.

(4) $f(x+a)-f(x-a)$,$(a>0)$.

解 (1) $0\leqslant\sqrt{x+1}\leqslant1\Rightarrow x\in[-1,0]$.

(2) $0\leqslant x^n\leqslant1\Rightarrow0\leqslant x\leqslant1\Rightarrow x\in[0,1]$.

(3) $0\leqslant\sin x\leqslant1\Rightarrow[2k\pi,(2k+1)\pi],k\in\mathbf{Z}$.

(4) $\begin{cases}0\leqslant x+a\leqslant1,\\0\leqslant x-a\leqslant1,\\a>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-a\leqslant x\leqslant1-a,\\a\leqslant x\leqslant1+a,\\a>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a\leqslant x\leqslant1-a,\text{当 }0<a\leqslant\frac{1}{2},\\ \varnothing,\text{当 }a>\frac{1}{2}.\end{cases}$

7. 判断下列函数是否相等：

提示：两个函数相等意味着这两个函数有相同的定义域和值域.

(1) $f(x)=\dfrac{x^2}{x}, g(x)=x$.

(2) $f(x)=(\sqrt{x})^2, g(x)=\sqrt{x^2}$.

(3) $f(x)=x, g(x)=\sqrt{x^2}$;

(4) $f(x)=\sqrt{x^2}, g(x)=|x|$.

(5) $f(x)=\sqrt{1-\cos^2 x}, g(x)=\sin x$.

(6) $f(x)=2^x+x+1, g(x)=2^t+t+1$.

(7) $f(x)=x^0, g(x)=1$.

(8) $f(x)=\ln(x+\sqrt{x^2-1}), g(x)=-\ln(x-\sqrt{x^2-1})$.

(9) $f(x)=\log_2(x-2)+\log_2(x-3), g(x)=\log_2(x-2)(x-3)$.

(10) $f(x)=\dfrac{\sqrt[3]{x-1}}{x}, g(x)=\sqrt[3]{\dfrac{x-1}{x^3}}$.

解　(1) 否. 它们的定义域不同.

(2) 否. 它们的定义域不同.

(3) 否. 它们的值域不同.

(4) 是.

(5) 否. 它们的值域不同.

(6) 是.

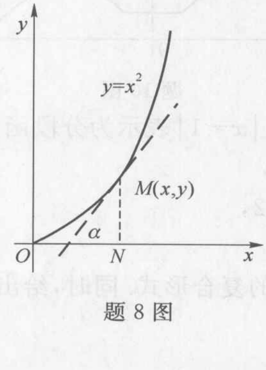
(7) 否. 它们的定义域不同.

(8) 是.

(9) 否. 它们的定义域不同.

(10) 是.

8. 令 $M(x,y)$ 为抛物线 $y=x^2$ 上的一点(见题 8 图). 回答下列问题：



题 8 图

提示:利用函数的定义,已知对每一个 D 中的 x,在集合 G_f 中最多有一个点与其对应.

(1) 由 $y=x^2$,x 轴和直线 MN 所围的曲边三角形的面积是否为 x 的一个函数?

(2) 弧长$\overset{\frown}{OM}$是否为 x 的一个函数?

(3) 抛物线 $y=x^2$ 在点 M 处的切线夹角 α(如题 8 图所示)是否为 x 的函数?

解 (1) 是.

(2) 是.

(3) 是.

9. 令 $y=f(x)=\dfrac{ax+b}{cx-a}$. 证明函数 f 的反函数就是它自己,其中 a,b,c 均为常数,且 $a^2+bc\neq 0$.

提示:由反函数的定义,只需证明函数 f 的定义域和值域与 $x=f^{-1}(f(x))$ 相同即可.

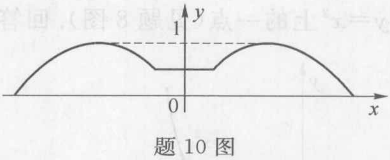
证 函数 f 的定义域为 $x\neq\dfrac{a}{c}$. 考虑方程$\dfrac{ax+b}{cx-a}=\dfrac{a}{c}$或 $acx+bc=acx-a^2$. 注意到 $a^2+bc\neq 0$,则$\dfrac{ax+b}{cx-a}\neq\dfrac{a}{c}$. 也即 f 的定义域和值域是相同的. 此外

$$f(f(x))=\frac{af(x)+b}{cf(x)-a}=\frac{a\dfrac{ax+b}{cx-a}+b}{c\dfrac{ax+b}{cx-a}-a}=x.$$

故函数 f 的反函数恰为其自身.

10. 令 $f(x)=\begin{cases}\sin|x|, & \dfrac{\pi}{6}\leqslant|x|\leqslant\pi,\\ \dfrac{1}{2}, & |x|<\dfrac{\pi}{6},\end{cases}$ 求 $f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$,$f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$,$f\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)$和 $f(-2)$,然后绘制草图.

解 $f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{1}{2}$,$f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$,$f\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)=1$ 且 $f(-2)=\sin 2$.



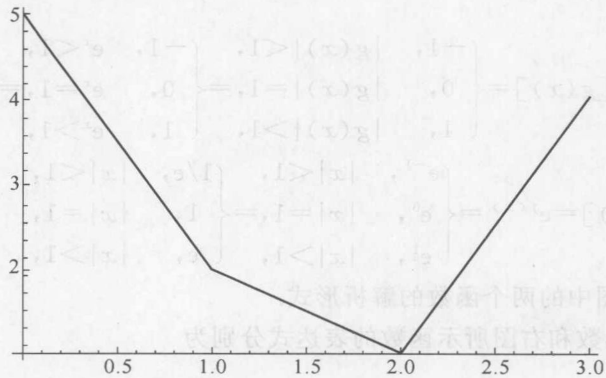
题 10 图

11. 将函数 $f(x)=2|x-2|+|x-1|$ 表示为分段函数,并绘制其图形.

解 $f(x)=\begin{cases}5-3x, & x<1,\\ 3-x, & 1\leqslant x<2,\\ 3x-5, & x\geqslant 2.\end{cases}$

12. 将下列函数写为简单函数的复合形式. 同时,给出这些简单函数的定义域.

(1) $y=(\sin\sqrt{1-2x})^3$.



题 11 图

(2) $y=\arccos\dfrac{x-2}{2}$.

(3) $y=\dfrac{1}{1+\arctan 2x}$.

(4) $y=(1+2x)^{10}$.

(5) $y=(\arcsin x^2)^2$.

(6) $y=\ln(1+\sqrt{1+x^2})$.

(7) $y=2^{\sin^3 x}$.

解　(1) $y=u^3, u=\sin v, v=\sqrt{w}$ 及 $w=1-2x$.

(2) $y=\arccos u, u=\dfrac{x-2}{2}$.

(3) $y=\dfrac{1}{u}, u=1+v, v=\arctan w, w=2x$.

(4) $y=u^{10}, u=1+2x$.

(5) $y=u^2, u=\arcsin v, v=x^2$.

(6) $y=\ln(1+u), u=\sqrt{1+v}, v=x^2$.

(7) $y=2^u, u=v^3, v=\sin x$.

13. 令 $f:x\to x^3-x, \phi:x\to \sin 2x$，求 $(f\circ\phi)(x)$，$(\phi\circ f)(x)$ 及 $(f\circ f)(x)$.

解

$(f\circ\phi)(x)=f[\phi(x)]=f[\sin 2x]=\sin^3 2x-\sin 2x, x\in(-\infty,+\infty)$,

$(\phi\circ f)(x)=\phi[f(x)]=\sin 2[f(x)]=\sin 2(x^3-x),\quad x\in(-\infty,+\infty)$,

$(f\circ f)(x)=f[f(x)]=f^3(x)-f(x)=x-2x^3+3x^5-3x^7+x^9, x\in(-\infty,+\infty)$.

14. 设 $f(x)=\begin{cases}-1, & |x|<1,\\ 0, & |x|=1,\\ 1, & |x|>1,\end{cases}$ $g(x)=e^x$，求 $(f\circ g)(x)$ 及 $(g\circ f)(x)$.

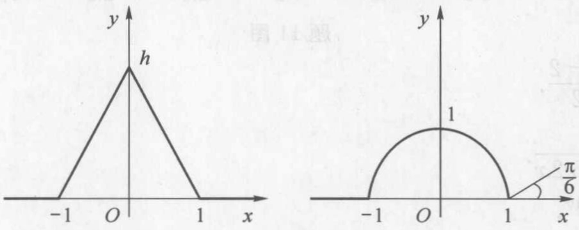
解

$$(f\circ g)(x)=f[g(x)]=\begin{cases}-1, & |g(x)|<1,\\ 0, & |g(x)|=1,\\ 1, & |g(x)|>1,\end{cases}=\begin{cases}-1, & e^x<1,\\ 0, & e^x=1,\\ 1, & e^x>1,\end{cases}=\begin{cases}-1, & x<0,\\ 0, & x=0,\\ 1, & x>0,\end{cases}$$

$$(g\circ f)(x)=g[f(x)]=e^{f(x)}=\begin{cases}e^{-1}, & |x|<1,\\ e^0, & |x|=1,\\ e^1, & |x|>1,\end{cases}=\begin{cases}1/e, & |x|<1,\\ 1, & |x|=1,\\ e, & |x|>1,\end{cases}$$

15. 给出题 15 图中的两个函数的解析形式.

解 左图所示函数和右图所示函数的表达式分别为



题 15 图

$$f(x)=\begin{cases}0, & |x|>1,\\ h(x+1), & -1\leqslant x<0,\\ -h(x-1), & 0\leqslant x\leqslant 1\end{cases}$$

和

$$g(x)=\begin{cases}0, & x<-1,\\ \sqrt{1-x^2}, & -1\leqslant x\leqslant 1,\\ \dfrac{\sqrt{3}}{3}(x-1), & x>1.\end{cases}.$$

注： 一个函数的表达式可以不唯一. 即可以给出很多具有相同图形，但表达形式不一的函数表达式.

16. 证明下列等式：

提示：由定义，有 $\sinh x=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$ 及 $\cosh x=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$.

(1) $\sinh(x\pm y)=\sinh x\cosh y\pm\cosh x\sinh y$.

(2) $\cosh(x\pm y)=\cosh x\cosh y\pm\sinh x\sinh y$.

(3) $\cosh^2 x-\sinh^2 x=1$.

(4) $\sinh 2x=2\sinh x\cosh x$.

(5) $\cosh 2x=\cosh^2 x+\sinh^2 x$.

证 (1) 由于

$$\sinh x\cosh y+\cosh x\sinh y=\frac{e^x-e^{-x}}{2}\frac{e^y+e^{-y}}{2}+\frac{e^x+e^{-x}}{2}\frac{e^y-e^{-y}}{2}$$

$$=\frac{1}{4}[(e^{x+y}-e^{y-x}+e^{x-y}-e^{-(x+y)})+(e^{x+y}+e^{y-x}-e^{x-y}-e^{-(x+y)})]$$

$$=\frac{1}{4}[2e^{x+y}-2e^{-(x+y)}]=\frac{e^{x+y}-e^{-(x+y)}}{2}=\sinh(x+y)$$

且

$$\sinh x\cosh y-\cosh x\sinh y=\frac{e^x-e^{-x}}{2}\frac{e^y+e^{-y}}{2}-\frac{e^x+e^{-x}}{2}\frac{e^y-e^{-y}}{2}$$

$$=\frac{1}{4}[(e^{x+y}-e^{y-x}+e^{x-y}-e^{-(x+y)})-(e^{x+y}+e^{y-x}-e^{x-y}-e^{-(x+y)})]$$

$$=\frac{1}{4}[2e^{x-y}-2e^{-(x-y)}]=\frac{e^{x-y}-e^{-(x-y)}}{2}=\sinh(x-y),$$

结论得证.

(2) 由于

$$\cosh x\cosh y+\sinh x\sinh y=\frac{e^x+e^{-x}}{2}\frac{e^y+e^{-y}}{2}+\frac{e^x-e^{-x}}{2}\frac{e^y-e^{-y}}{2}$$

$$=\frac{1}{4}[(e^{x+y}+e^{y-x}+e^{x-y}+e^{-(x+y)})+(e^{x+y}-e^{y-x}-e^{x-y}+e^{-(x+y)})]$$

$$=\frac{1}{4}[2e^{x+y}+2e^{-(x+y)}]=\frac{e^{x+y}+e^{-(x+y)}}{2}=\cosh(x+y)$$

及

$$\cosh x\cosh y-\sinh x\sinh y=\frac{e^x+e^{-x}}{2}\frac{e^y+e^{-y}}{2}-\frac{e^x-e^{-x}}{2}\frac{e^y-e^{-y}}{2}$$

$$=\frac{1}{4}[(e^{x+y}+e^{y-x}+e^{x-y}+e^{-(x+y)})-(e^{x+y}-e^{y-x}-e^{x-y}+e^{-(x+y)})]$$

$$=\frac{1}{4}[2e^{x-y}+2e^{-(x-y)}]=\frac{e^{x-y}+e^{-(x-y)}}{2}=\cosh(x-y),$$

结论得证.

(3) $\cosh^2 x-\sinh^2 x=\left(\frac{e^x+e^{-x}}{2}\right)^2-\left(\frac{e^x-e^{-x}}{2}\right)^2=\frac{1}{4}[(e^{2x}+2+e^{-2x})-(e^{2x}-2+e^{-2x})]=1.$

(4) $2\sinh x\cosh x=2\left(\frac{e^x-e^{-x}}{2}\right)\left(\frac{e^x+e^{-x}}{2}\right)=\frac{e^{2x}-e^{-2x}}{2}=\sinh 2x.$

(5) $\cosh^2 x+\sinh^2 x=\left(\frac{e^x+e^{-x}}{2}\right)^2+\left(\frac{e^x-e^{-x}}{2}\right)^2=\frac{1}{4}[(e^{2x}+2+e^{-2x})+(e^{2x}-2+e^{-2x})]=$ $\cosh 2x.$

17. 求下列函数的反函数: