高等学校教材

画法几何

第二版

主编　罗敏雪

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

高等学校教材

画 法 几 何

Huafa Jihe

第二版

主编　罗敏雪

高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容提要

本书是依据教育部高等学校工程图学教学指导委员会2010年制订的“普通高等学校工程图学课程教学基本要求”，总结多年来教学改革的实践经验，在第一版的基础上修订而成的。

画法几何是工程图学的基础，本书内容主要包括绪论，点、直线、平面，投影变换，曲线、曲面，立体和轴测投影，旨在培养学生的空间想象力和空间构思能力，使其具有一定的读、绘图能力和工程素质。

罗敏雪主编《画法几何习题集》（第二版）与本书配套使用，由高等教育出版社同时出版发行。本套书可作为高等工科院校相关专业“画法几何与建筑制图”“画法几何与建筑阴影透视”“画法几何与机械制图”等课程画法几何部分的教材，也可作为电大、职业技术学院、成人教育学院等相关专业的教学用书，还可供有关工程技术人员参考。

图书在版编目（CIP）数据

画法几何 / 罗敏雪主编. —2版. —北京：高等教育出版社，2013.12

ISBN 978-7-04-038662-2

Ⅰ.①画… Ⅱ.①罗… Ⅲ.①画法几何-高等学校-教材 Ⅳ.①O185.2

中国版本图书馆CIP数据核字（2013）第252221号

策划编辑 薛立华　　责任编辑 薛立华　　封面设计 李树龙　　版式设计 杜微言
插图绘制 尹　莉　　责任校对 孟　玲　　责任印制 朱学忠

出版发行 高等教育出版社
社　　址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
印　　刷 北京玥实印刷有限公司
开　　本 787mm×1092mm　1/16
印　　张 9.25
字　　数 220千字
购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598
网　　址 http://www.hep.edu.cn
　　　　 http://www.hep.com.cn
网上订购 http://www.landraco.com
　　　　 http://www.landraco.com.cn
版　　次 2006年6月第1版
　　　　 2013年12月第2版
印　　次 2013年12月第1次印刷
定　　价 14.30元

物 料 号 38662-00

第二版前言

“工程图学”是高等工科院校的公共基础课，而画法几何又是工程图学的基础。通过学习画法几何，可培养学生的空间想象力和空间构思能力，使其具有一定的读、绘图能力和工程素质，因此“画法几何”课程对高等工科院校各专业非常重要，特别是对土建类专业，本课程尤为重要。“画法几何”课程入门较难，一本易读的教材对初学者非常重要。

本书第一版是安徽省高校省级规划教材，于2006年6月由中国科学技术大学出版社出版，本次修订是在第一版的基础上，根据作者多年的教学实践及新的教学需求，在保留第一版内容和结构体系的基础上，对前四章内容进行局部修改和更新，并重新编写“轴测投影”一章。修订后本书具有如下特点：

（1）注重基础知识，对基础知识重点讲、详细讲。

（2）通俗易懂，用简单图例讲清作图原理与方法，图例由浅入深。

（3）图例较多，作图步骤简明、清晰，部分章节题目、解题分开，便于自学。

（4）配置图例注重讲清问题，如组合体部分列出了初学者容易出错之处。

（5）注重教材内容本身的内在联系，联系紧密的内容成独立章节。

（6）对承前启后的内容进行详述，有利于读图。如详细讲解组合体部分，可为绘制较复杂形体的轴测图带来方便，为后续课程的读图奠定基础。

参加本书修订工作的有安徽建筑大学罗敏雪（绪论，第1、4、5章），吉红（第2章），张正彬（第3章），刘静（第5章）。全书由罗敏雪统一整理定稿并担任主编。

中国科学技术大学朱仁芝教授审阅了本书并提出了许多宝贵意见，在此表示诚挚的谢意。本书修订过程中得到了许多同志的支持和帮助，在此一并表示感谢。

由于编者水平有限，书中不当之处敬请读者批评指正。

编　者

2013年7月于合肥

目　　录

绪　论

0.1　画法几何的产生及发展

画法几何由法国数学家蒙日于 18 世纪提出。1795 年 1 月起的四个月内，蒙日在巴黎高等师范学校任教，讲授画法几何学并辅导作业，讲授内容的速记稿随后在该校校刊发表。当时法国政府认为画法几何学与军事防御工事有关，一直对外保密，直到 1798 年这项重要发明才准于公之于世。

蒙日所著《画法几何学》法文原著于 1798 年公开出版，为画法几何奠定了理论基础。“画法几何学”这一中文名称，约在 1920 年由我国著名物理学家萨本栋和著名教育家蔡元培翻译确定。

画法几何学是几何学的一个分支，在科学技术上被广泛应用，是工程图学的基础。

0.2　画法几何的目的与作用

画法几何有两个主要目的：第一个目的是在只有两个尺度的图纸上，准确地表达出具有三个尺度、能严格确定的物体；第二个目的是根据准确的图形，推导出物体的形状和物体各个组成部分的相互位置。

画法几何的作用之一是解决了空间形体在平面上的图示问题，作用之二是可培养学生的空间想象力和空间构思能力及根据二维图形构造空间形体的能力。

建筑、机械、航空、船舶、电子等各工程领域，其工程图都是用画法几何的原理和方法绘制的，都用工程图表达工程设计，指导工程施工，进行技术交流等。工程图被喻为“工程语言”。

以前工程图主要用尺规手工绘制，在信息技术发达的今天主要是用计算机绘图，无论是手工绘图还是计算机绘图，绘图的基础都是画法几何。画法几何可培养人们大脑的思维能力，而计算机只能代替人的体力劳动，不能代替大脑思维。

0.3　投　影　法

画法几何的基础是投影法。

0.3.1　投影三要素

如图 0.1 所示，P 为投影面，S 为投射中心，S 不在投影面 P 上，A 为空间点，S、P、A 称为投影三要素。

0.3.2 投影法的原理和分类

1. 投影法的原理

投影法的原理是：如图 0.1 所示，设投射中心 S 与空间点 A 的连线 SA 称为投射线，则 SA 与 P 的交点 a 称为空间点 A 在投影面 P 上的投影。同理，SB 与 P 的交点 b 称为空间点 B 在投影面 P 上的投影。

由投影法的原理可知，投射中心 S、投影面 P 和空间点 A 确定后，则空间点 A 在投影面 P 上的投影 a 就确定了。反之，确定了投射中心 S、投影面 P 和投影 a，而点 A 的空间位置无法确定。

因此可得出结论：物体的一个投影不能确定物体的空间位置。工程图是用多面投影来表达空间形体。

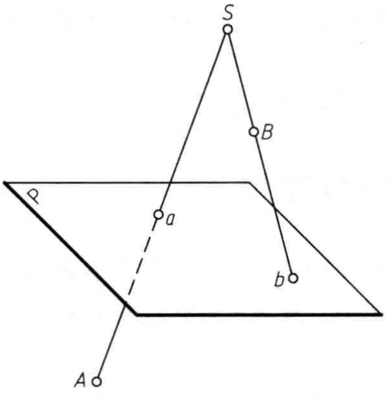

图 0.1 投影法

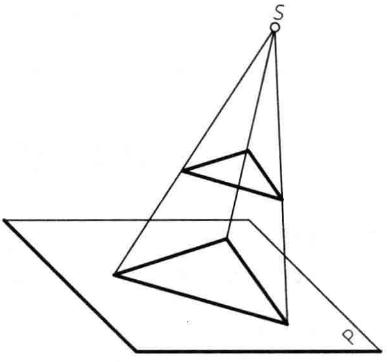

图 0.2 中心投影法

2. 投影法的分类

画法几何就是用投影法来确定空间物体在平面(图纸)上的投影(图形)。投影法分中心投影法和平行投影法。

(1) 中心投影法

如图 0.1、图 0.2 所示，投射线通过投射中心，称为中心投影法。

(2) 平行投影法

若将投射中心视为一个无穷远点，则所有的投射线互相平行，称为平行投影法。平行投影分斜投影和正投影。投射线与投影面倾斜时所得到的投影称为斜投影，如图 0.3 所示；投射线与投影面垂直时所得到的投影称为正投影，如图 0.4 所示。

0.3.3 中心投影和平行投影的共性

1. 同素性

点的投影仍是点，直线的投影仍是直线。在特殊情况下，当直线通过投射中心(图 0.5)或直线平行于投射线(图 0.6)时，直线的投影积聚成一个点。

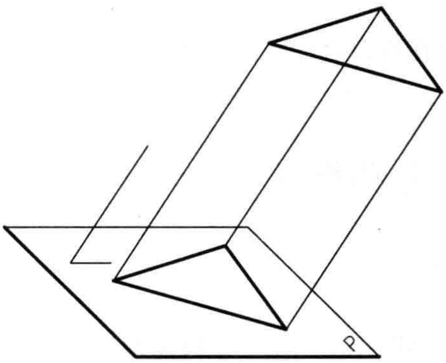

图 0.3 斜投影

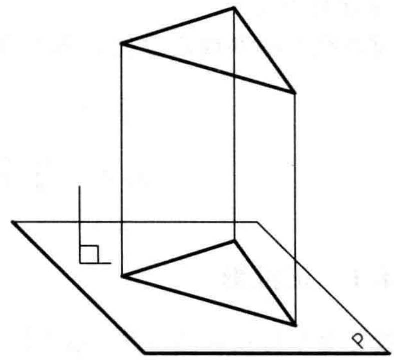

图 0.4 正投影

2. 从属性

若点在直线上，则点的投影一定在直线的投影上。如图 0.5、图 0.6 所示，点 K 在直线 AB 上，则点 K 的投影 k 一定在直线 AB 的投影 ab 上。

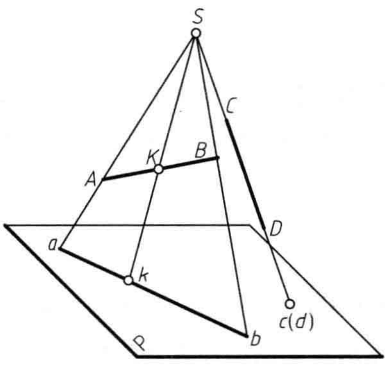

图 0.5 中心投影的同素性、从属性

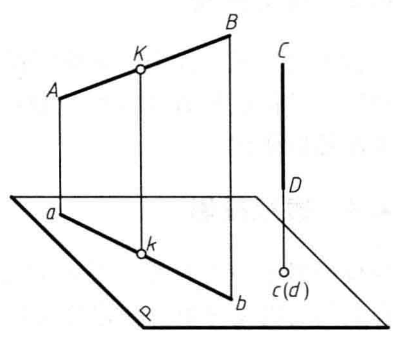

图 0.6 平行投影的同素性、从属性

0.3.4 平行投影不变性

1. 平行性不变

空间两条直线互相平行，则两直线在投影面上的投影仍互相平行。如图 0.7 所示，$AB /\!/ CD$，则 $ab /\!/ cd$。

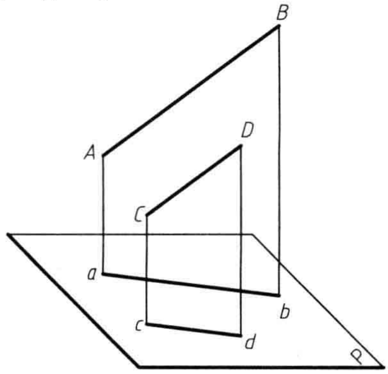

图 0.7 平行性不变

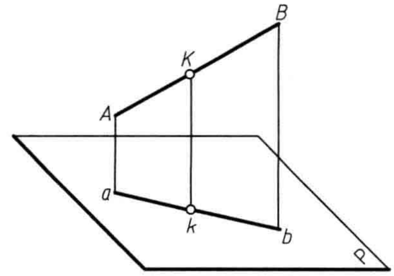

图 0.8 定比性不变

2. 定比性不变

空间直线上的两线段之比，等于直线投影上相应两线段之比。如图 0.8 所示，$AK:KB = ak:kb$。

0.4 工程中常用的几种投影

0.4.1 正投影

正投影是平行投影的一种。前面提及的“平面上的图示法”和“二维图形”指的就是正投影图，正投影图是多面投影。

由于正投影图度量性好，绘图简单，便于指导设计与生产，因此被广泛应用。建筑、机械、航空、船舶、电子等领域的工程图，都是用正投影绘制的。

正投影图的缺点是直观性差，没有经过工程图训练的人看不懂正投影图。

0.4.2 轴测投影

轴测投影属于平行投影，是单面投影，是根据正投影图绘制的。轴测投影分正轴测投影与斜轴测投影。其优点是直观性好，缺点是度量性差，不能用于指导设计与生产，画起来较麻烦，只能起辅助作用。

0.4.3 透视投影

透视投影属于中心投影，是单面投影，是根据正投影图绘制的。其优点是直观性好、美观，符合人们的视觉习惯。在建筑领域，建筑效果图非常重要，其主体就是用中心投影法绘制的建筑阴影透视图。透视投影的缺点是度量性差，不能指导设计与生产，画起来较麻烦。

第1章　点、直线、平面

1.1　点

1.1.1　点在两投影面体系中的投影

1. 两投影面体系的建立

如图1.1所示，两投影面体系由两个互相垂直的平面组成，其中一个平面为水平投影面，称为 H 面，另一个平面为正立投影面，称为 V 面，H 面与 V 面的交线称为 OX 轴。即：

H——水平投影面；

V——正立投影面；

$H \perp V$;

$H \times V \to OX$ 轴。

其中，“⊥”为垂直符号，“×”为相交符号。

2. 两投影面体系的展开

在图1.1中，V 面不动，将 H 面绕着 OX 轴按图示箭头方向旋转90°，使 H 面与 V 面摊平在一个平面上，得到图1.2，即为 V、H 两投影面体系的投影图。由于投影面可以无限大，通常在投影图上去除表示投影面范围的边框，如图1.3所示。

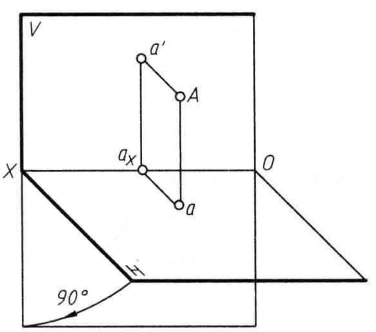

图1.1　V、H 两投影面体系

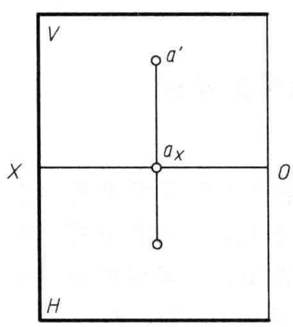

图1.2　V、H 投影面展开

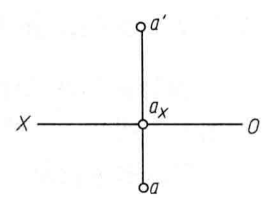

图1.3　V、H 投影面去除边框

同理可作出 V、W 两投影面体系的投影图，如图1.4～图1.6所示。其中 W 面称为侧立投影面，V 面与 W 面垂直，W 面与 V 面的交线称为 OZ 轴。即：

W——侧立投影面；

$W \perp V$;

$W \times V \to OZ$ 轴。

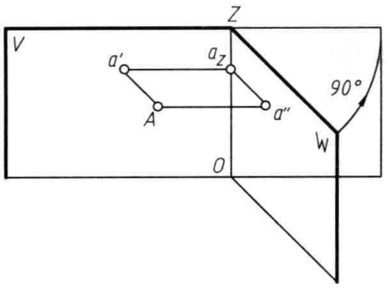

图 1.4 V、W 两投影面体系

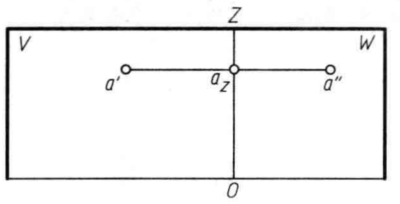

图 1.5 V、W 投影面展开

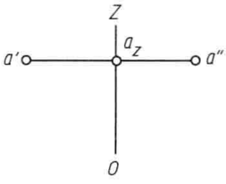

图 1.6 V、W 投影面去除边框

3. 点的投影规律

如图 1.1～图 1.3 所示，A 为空间点，点 A 在水平投影面上的投影称为水平投影，用 a 表示，点 A 在正立投影面上的投影称为正面投影，用 a'表示，a_X 为水平投影 a 与正面投影 a'的连线 aa'与 OX 轴的交点。

由两投影面体系的展开可知：

1）点的水平投影 a 与正面投影 a'的连线垂直于 OX 轴，即 $aa' \perp OX$ 轴。

2）点的水平投影 a 到 OX 轴的距离，等于空间点 A 到 V 面的距离，即 $aa_X = Aa'$。

3）点的正面投影 a'到 OX 轴的距离，等于空间点 A 到 H 面的距离，即 $a'a_X = Aa$。

4. 绘制点的两面投影图

根据上述点的投影规律及图 1.1，图 1.3 的作图步骤如下：

1）画水平线 OX 轴。

2）画 OX 轴的垂线，该垂线与 OX 轴相交于点 a_X。

3）在过点 a_X 的垂线上，由 $a'a_X = Aa$ 得点 A 的正面投影 a'，由 $aa_X = Aa'$得点 A 的水平投影 a，完成作图。

1.1.2 点在三投影面体系中的投影

1. 三投影面体系的建立

如图 1.7 所示，三投影面体系由三个互相垂直的平面组成，即由水平投影面 H、正立投影面 V 和侧立投影面 W 组成。H 面与 V 面的交线称为 OX 轴，H 面与 W 面的交线称为 OY 轴，W 面与 V 面的交线称为 OZ 轴。即：

$H \perp V$，$H \perp W$，$W \perp V$；

$H \times V \rightarrow OX$ 轴，$H \times W \rightarrow OY$ 轴，$W \times V \rightarrow OZ$ 轴。

2. 三投影面体系的展开

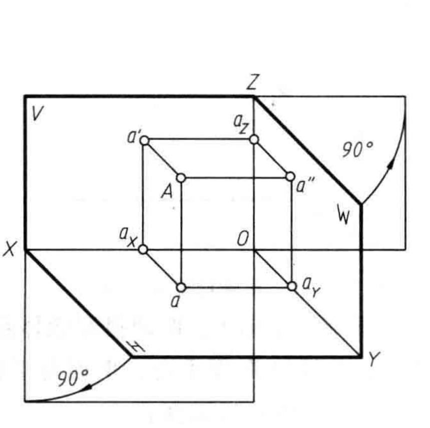

图 1.7 三投影面体系

将图 1.7 中的 V 面不动，将 H 面绕着 OX 轴旋转 90°，将 H 面与 V 面摊平在一个平面上，再将 W 面绕着 OZ 轴旋转 90°，将 W 面也与 V 面摊平在一个平面上，OY 轴随 H 面旋转的标记为 OY_H，OY 轴随 W 面旋转的标记为 OY_W，如图 1.8 所示，即为点的三面投影图。此时 H 面、V 面和 W 面在

一个平面上。去除表示投影面范围的边框即可得图 1.9。

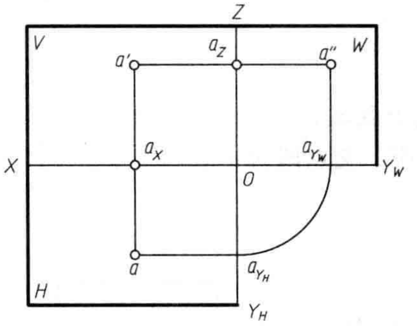

图 1.8 三投影面展开

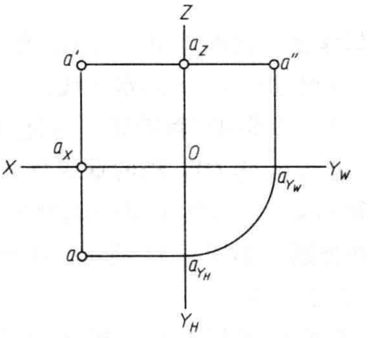

图 1.9 三投影面去除边框

3. 点的三面投影及直角坐标

如图 1.7 ~ 图 1.9 所示，A 为空间点，点 A 在侧立投影面上的投影称为侧面投影，用 a'' 表示。a_Z 为正面投影 a' 与侧面投影 a'' 的连线 $a'a''$ 与 OZ 轴的交点。

如图 1.7 所示，若将点的三投影面体系当作笛卡儿坐标系，点 O 为原点，投影轴为坐标轴，则空间某点 A 至投影面的距离可以用直角坐标(x,y,z)来表示。在投影图上，也可以用直角坐标(x,y,z)定出点 A 的三面投影 a、a'、a'' 的位置，如图 1.9 所示。其对应关系如下：

点的正面投影到 OZ 轴的距离等于点的水平投影到 OY 轴的距离，等于空间点到 W 面的距离，等于 x 的坐标值，即 $a'a_Z = aa_{Y_H} = Aa'' = x$；

点的水平投影到 OX 轴的距离等于点的侧面投影到 OZ 轴的距离，等于空间点到 V 面的距离，等于 y 的坐标值，即 $aa_X = a''a_Z = Aa' = y$；

点的正面投影到 OX 轴的距离等于点的侧面投影到 OY 轴的距离，等于空间点到 H 面的距离，等于 z 的坐标值，即 $a'a_X = a''a_{Y_W} = Aa = z$。

4. 绘制点的三面投影图

图 1.8、图 1.9 所示为点的三面投影图，由三投影面体系的展开可知，$Oa_{Y_H} = Oa_{Y_W}$，以点 O 为圆心、Oa_{Y_H} 为半径画圆弧可得 a_{Y_W} 点。由于画圆弧比较麻烦，为方便作图，也可引 45°辅助线，如图 1.10b 所示。

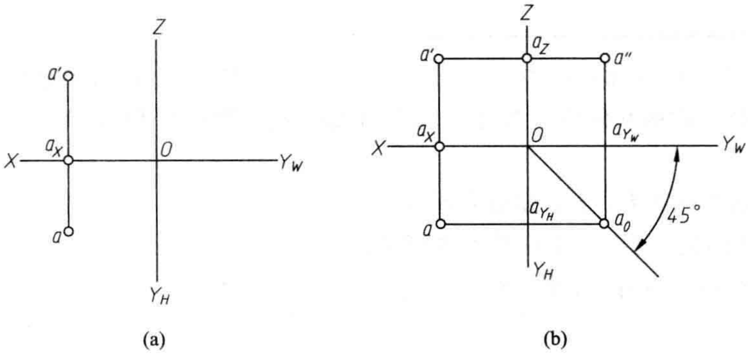

图 1.10 根据 a、a' 用 45°辅助线作 a''

例题1.1 如图1.10a所示，已知点A的水平投影a和正面投影a'，作点A的侧面投影a''。

分析作图 如图1.10b所示，作图步骤如下：

1）分别过点a、a'画水平线；

2）过点O作45°辅助线，与过点a的水平线相交于点a_0；

3）过点a_0作OY_W轴的垂线与过点a'的水平线相交，交点即为a''。

例题1.2 画出点$A(20,10,15)$的三面投影图。

分析作图 如图1.11所示，作图步骤如下：

1）作水平线；

2）作垂直线与水平线相交于点O，将水平线标记为OX、OY_W轴，将垂直线标记为OZ、OY_H轴；

3）在OX轴上量取$Oa_X=20$ mm，过点a_X作OX轴的垂线，在此垂线上量取$a_Xa=10$ mm，量取$a_Xa'=15$ mm，完成a、a'的作图；

4）分别过点a、a'作水平线，再过点O作45°辅助线与过点a的水平线相交于点a_0，过点a_0作垂线与过点a'的水平线相交于点a''。

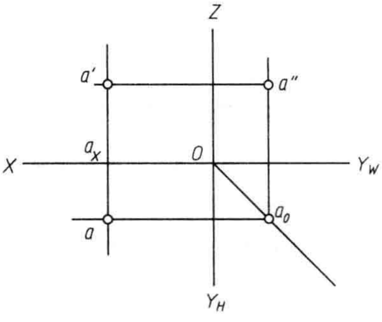

图1.11 根据直角坐标作点的三面投影图

1.1.3 重影点及可见性

当空间两点位于同一条投射线上时，这两点在与这条投射线垂直的投影面上的投影为一个点，这两个点称为重影点。在图1.12、图1.13中，A、B两点在V面重影，C、D两点在H面重影，在图1.14、图1.15中，E、F两点在W面重影。

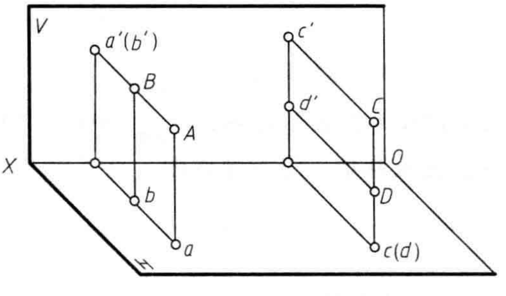

图1.12 V、H面重影点空间图

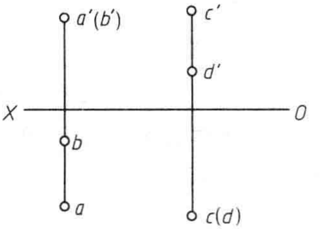

图1.13 V、H面重影点投影图

为了区分重影点的相互位置，首先要确定看图方向。第一分角（将在1.1.4节介绍）看图方向为：

H面投影，从上往下看，z坐标值大者可见；

V面投影，从前向后看，y坐标值大者可见；

W面投影，从左向右看，x坐标值大者可见。

在投影图中规定不可见点的投影用圆括号括起来，如图 1.13 中的(b')、(d)及图 1.15 中的(f'')。

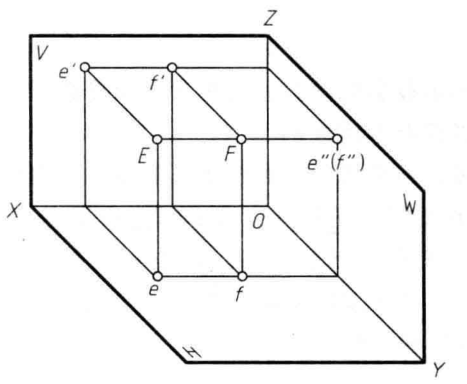

图 1.14 *W* 面重影点空间图

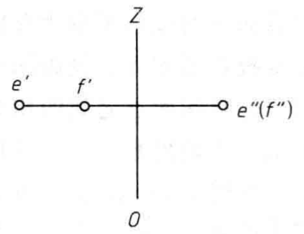

图 1.15 *W* 面重影点投影图

1.1.4 空间分角

在空间设定一个两投影面体系，由于平面没有边界，这样就把空间分为四个部分，称为分角，并以第一、二、三、四分角命名，其次序如图 1.16 所示。图 1.17 为各分角点的投影图。

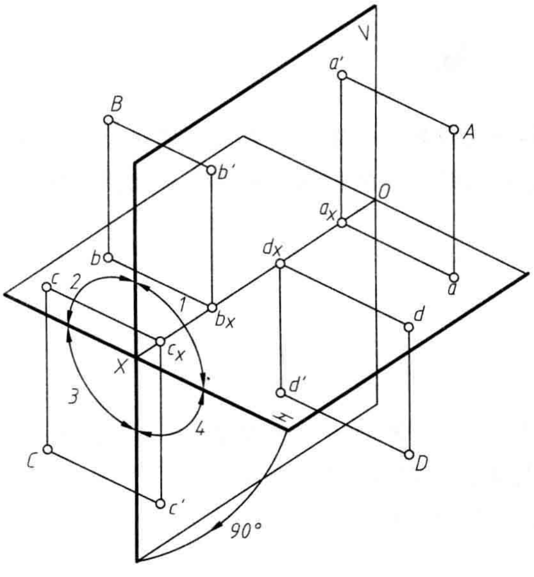

图 1.16 空间四个分角

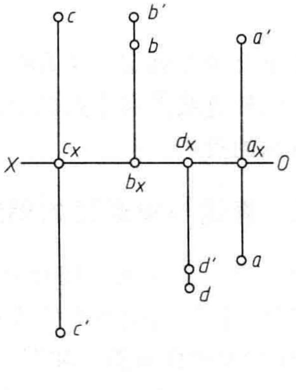

图 1.17 四个分角点的投影图

三投影面体系中，把空间分为八个分角。*W* 面左侧的空间仍命名为第一、二、三、四分角，*W* 面右侧的空间命名为第五、六、七、八分角，请读者自行构思其空间图与投影图。

本书前面叙述的三投影面体系(图1.7、图1.14)均为第一分角，看图方向如前述。后面各章只讨论第一分角的投影图。

第三分角也是常用的，如第一分角的投影图能读懂，第三分角的投影图也能读懂。

1.1.5 无轴图

表示出投影轴的投影图称为有轴投影图，不表示出投影轴的投影图称为无轴投影图，简称无轴图。有轴投影图和无轴投影图统称投影图，二者没有本质区别。

如果只研究空间两点之间的相对位置和相对距离，不考虑各点到投影面的距离，则投影轴可以不画出来。无轴投影图中，投影连线的方向与有轴投影图相同，即 $a'a''$ 为水平方向，aa' 为垂直方向。如图1.18a所示，当 a、a'' 已知时，则45°辅助线必定通过过点 a 所作的水平线与过点 a'' 所作的垂直线的交点 a_0，如图1.18b所示。如图1.19a所示，当 a' 已知且已知 a 或 a'' 其中一个时，则45°辅助线位置可以任意确定，如图1.19b所示。

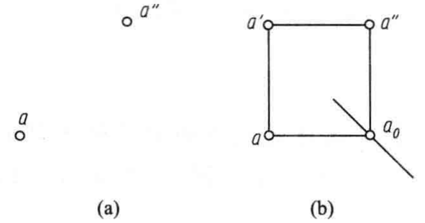

图1.18 已知 a、a''，求 a'

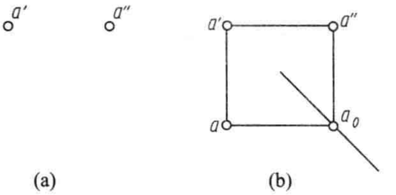

图1.19 已知 a'、a''，求 a

1.2 直　　线

两个不重合的点确定一条直线。要确定直线的空间位置，只要确定直线上两个点的位置即可。因此，已知直线上两个点的投影，就可以确定该直线的空间位置，将两个点的投影连接起来，即为直线的投影。

1.2.1 直线与投影面的相对位置

1. 直线与某一投影面的相对位置

直线与某一投影面的相对位置有三种情况：

1）直线与投影面倾斜。如图1.20所示，直线 AB 与投影面 H 的倾角为 α，直线 AB 在该投影面上的投影为直线 ab，投影 ab 小于线段 AB 的实长，即 $ab = AB\cos\alpha$。

2）直线与投影面平行。如图1.21所示，直线 CD 与投影面 H 平行，$\alpha = 0°$，直线 CD 在该投影面上的投影 cd 反映线段实长，即 $cd = CD$。

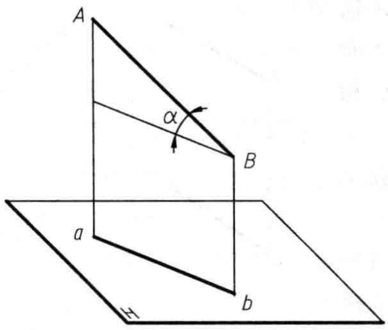

图 1.20　直线倾斜于投影面

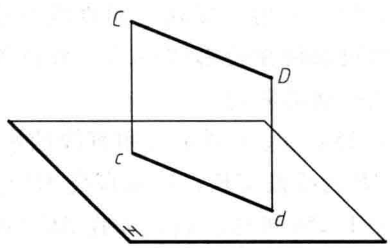

图 1.21　直线平行于投影面

3）直线与投影面垂直，如图 1.22 所示，直线 EF 垂直于投影面 H，$\alpha=90°$，直线 EF 在该投影面上的投影 $e(f)$ 积聚为一点。

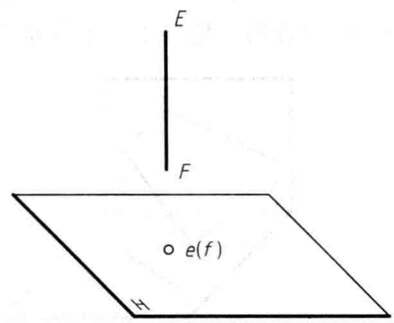

图 1.22　直线垂直于投影面

2. 直线与三投影面的相对位置

以上讨论的是直线与一个投影面的相对位置，下面介绍直线在三投影面体系中的相对位置。有三种情况：

1）直线倾斜于三投影面，称为一般位置直线；

2）直线仅平行于一个投影面，称为投影面平行线；

3）直线仅垂直于一个投影面，称为投影面垂直线。

投影面平行线和投影面垂直线统称特殊位置直线。

1.2.2　一般位置直线

1. 一般位置直线的投影特性

如图 1.23 所示，直线 AB 为一般位置直线，它与 H、V、W 面的倾角分别为 α、β、γ。即：

α 为 AB 与 H 面的夹角，等于 AB 与 ab 的夹角；

β 为 AB 与 V 面的夹角，等于 AB 与 $a'b'$的夹角；

γ 为 AB 与 W 面的夹角，等于 AB 与 $a''b''$的夹角。

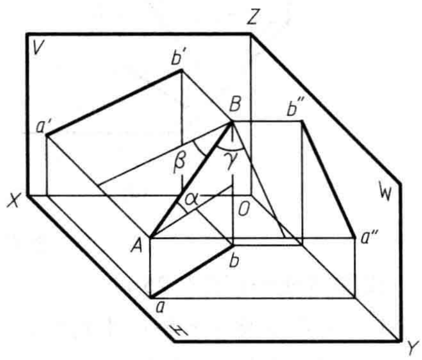

图 1.23　一般位置直线立体图

一般位置直线的投影特性如下：

1）直线 AB 在 H、V、W 面上的投影 ab、$a'b'$、$a''b''$ 与三投影轴倾斜，如图 1.24 所示。

2）直线在任意一个投影面上的投影长度都小于线段实长，即

$$ab = AB\cos\alpha$$
$$a'b' = AB\cos\beta$$
$$a''b'' = AB\cos\gamma$$

3）直线的任一投影与投影轴的夹角，都不反映空间直线与投影面的夹角。