



普通高等教育“十二五”规划教材

结 构 力 学

黄孟生 编著



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS



普通高等教育“十二五”规划教材

结 构 力 学

黄孟生 编 著
张延庆 主 审



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

内 容 提 要

本书为普通高等教育“十二五”规划教材，是根据教育部力学基本要求而编写的。为了使学生在有限的时间内掌握结构力学的基本概念、基本理论和基本方法，全书在内容编排上由浅入深、循序渐进，突出重点和难点，对理论知识的叙述精炼、严密。

本书共 7 章，主要内容包括概述，几何组成分析，静定结构的内力分析，静定结构的位移计算，力法，位移法和力矩分配法及影响线。

本书可作为给排水工程、交通工程、环境工程、工程管理等专业教材，也可作为对结构力学深度和难度要求不高，但对结构力学的基础知识需要有一定了解的专业教材，还可作为电大、函授或成人教育和自学考试人员的教材和参考书。

图书在版编目（CIP）数据

结构力学 / 黄孟生编著. —北京：中国电力出版社，2012.4
普通高等教育“十二五”规划教材
ISBN 978-7-5123-2972-0

I. ①结… II. ①黄… III. ①结构力学—高等学校—教材 IV. ①O342

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2012）第 079607 号

中国电力出版社出版、发行

（北京市东城区北京站西街 19 号 100005 <http://www.cepp.sgcc.com.cn>）

北京市同江印刷厂印刷

各地新华书店经售

*

2012 年 7 月第一版 2012 年 7 月北京第一次印刷

787 毫米×1092 毫米 16 开本 8.5 印张 199 千字

定价 16.00 元

敬告读者

本书封面贴有防伪标签，刮开涂层可查询真伪

本书如有印装质量问题，我社发行部负责退换

版 权 专 有 翻 印 必 究



前 言

本书为普通高等教育“十二五”规划教材，是为普通高等院校理工科各专业中少学时结构力学课程而编写的。本书可作为给排水工程、交通工程、环境工程，工程管理等专业教材，也可作为对结构力学深度和难度要求不高，但对结构力学的基础知识需要有一定了解的专业教材，同时也可作为电大、函授或成人教育和自学考试人员的教材和参考书。

本书的内容是根据高等院校结构力学基本要求而定的。在编写过程中，所选取的内容是结构力学中最基本的计算原理和计算方法。这些内容是解决一般常用结构的静力计算问题所必需的，也是进一步学习和掌握其他现代结构分析方法的基础。本书难易程度适当，并且具有丰富的实例。全书在内容编排上注意由浅入深、循序渐进，突出重点和难点，注意理论知识叙述精炼、严密。

本书共7章，主要内容包括概述，几何组成分析，静定结构的内力分析，静定结构的位移计算，力法，位移法和力矩分配法及影响线。

为培养学生分析问题和解决问题的能力，便于自学，书中每章末给出了一定数量的思考题和习题，并给出了部分习题的答案。

在本书的编写过程中，文天学院力学教研室部分老师提出了许多有益的意见和建议，北京工业大学张延庆教授审阅了全书，提出了许多宝贵意见，在此一并向他们表示感谢！

限于编者水平，本书难免有不妥与疏漏之处，敬请广大师生和读者批评指正。

编 者

2012年3月

主 要 符 号 表

A	面积	S	转动刚度
a, b	间距, 长度	t	温度改变
C	力矩传递系数	u	水平位移
c	广义支座位移	V_e	应变能
d	直径, 距离	v_e	竖向位移
E	弹性模量	W	外力功
F	力	X	广义未知力
F_H	水平推力	x	坐标
F_N	轴力	y	坐标
F_S	剪力	Z	影响量
f	拱高, 矢高	z	广义未知位移
G	切变模量	θ	截面转角
I	惯性矩	φ	转角, 角位移
i	杆件线性刚度	α	角度, 线膨胀系数
k	约束反力系数	γ	切应变
l	间距, 跨度	Δ	广义位移
M	弯矩, 力偶矩	δ	广义位移, 位移系数
q	均布荷载集度	ε	线应变
R	半径	λ	切应力不均匀分布修正系数
r	半径, 广义反力	μ	分配系数
		ρ	曲率半径



目 录

前言

主要符号表

第1章 概述	1
第1节 结构力学的研究对象	1
第2节 结构的计算简图	2
第3节 杆件结构的分类	5
第4节 荷载的分类	7
第2章 几何组成分析	8
第1节 几何组成分析的目的	8
第2节 体系自由度的概念	8
第3节 几何不变体系的组成法则	10
第4节 几何组成分析举例	12
第5节 静定结构和超静定结构	13
思考题	14
习题	14
习题答案	15
第3章 静定结构的内力分析	16
第1节 静定结构内力的分析方法	16
第2节 静定梁	17
第3节 静定刚架	20
第4节 三铰拱	26
第5节 静定平面桁架	32
第6节 静定组合结构	37
第7节 静定结构的特性	39
思考题	40
习题	40
习题答案	43
第4章 静定结构的位移计算	45
第1节 结构位移计算目的	45
第2节 结构的外力虚功与虚应变能	45
第3节 虚功原理	49
第4节 单位荷载法	49
第5节 荷载作用下的位移计算	52
第6节 用图乘法计算结构的位移	56

第7节 支座移动和温度改变时的位移计算	60
第8节 互等定理	62
思考题	64
习题	65
习题答案	67
第5章 力法	68
第1节 超静定结构的一般概念	68
第2节 力法的基本原理	69
第3节 力法的典型方程	71
第4节 力法计算超静定结构举例	74
第5节 支座移动和温度改变时超静定结构的内力计算	80
第6节 荷载作用下超静定结构的位移计算	82
第7节 对称性的利用	83
第8节 超静定结构的特性	87
思考题	88
习题	89
习题答案	92
第6章 位移法和力矩分配法	93
第1节 等截面单跨超静定梁的杆端内力	93
第2节 位移法的基本原理	98
第3节 位移法的基本未知量、基本系和典型方程	102
第4节 力矩分配法的基本概念	106
第5节 力矩分配法计算举例	108
思考题	111
习题	112
习题答案	114
第7章 影响线	115
第1节 影响线的概念	115
第2节 用静力法作简支梁的影响线	115
第3节 影响量的计算	117
第4节 最不利荷载位置的确定	119
第5节 简支梁的绝对最大弯矩与内力包络图	120
思考题	123
习题	124
习题答案	125
参考文献	126



第 1 章 概 述

第 1 节 结构力学的研究对象

工程建筑物，例如房屋、桥梁、码头、水闸、水坝等，在使用过程中都要承受各种荷载（如自重、风压力、水压力、货物自重）的作用。建筑物中承受荷载而起骨架作用的部分称为结构。一根梁、一根柱等单个构件是最简单的结构。一般的结构都是由许多构件通过各种方式互相连接在一起组成一个整体。图 1-1 所示厂房结构就是由屋架、柱子、吊车梁及基础等组成的空间体系。



图 1-1 厂房结构

结构按其构件的几何形态可分为以下三类：

- (1) 杆件结构 此类结构由杆件组成。其杆件的几何特征是横截面尺寸要比长度小得多。
- (2) 板壳结构 此类结构由厚度远小于其长度和宽度的板或壳组成，所以也称薄壁结构，例如楼板、薄拱坝等。

- (3) 实体结构 此类结构在三个方向的尺寸大致为同一数量级，例如挡土墙、水坝等。

杆件结构可分为平面结构和空间结构。在平面结构中，各杆的轴线和荷载的作用面在同一平面内，否则便是空间结构。严格来说，实际的结构都是空间结构，在计算时，常可根据其实际受力情况的特点，将它分解为若干平面结构进行分析，以便使计算简化，但并非所有的情况都能这样处理，有些结构必须作为空间结构来研究。结构力学的研究对象是杆件结构，本书仅限于研究平面杆件结构。

杆件结构力学的任务是研究杆件结构的组成规律和合理形式，以及结构在荷载等外因作用下的强度、刚度和稳定性的计算原理和计算方法。研究组成规律的目的在于保证结构各部分不致发生相对运动，使其能承受荷载并维持平衡；进行强度、刚度和稳定性计算的目的在于

于保证结构的安全并使之符合经济的要求。

在这里, 结构力学与材料力学的区别在于, 后者主要研究对象是材料的强度和单根杆件的强度、刚度和稳定性计算, 而结构力学的研究对象是由杆件所组成的体系。根据专业对本课程的教学要求, 本书对结构稳定性问题不作讨论。

本书主要介绍结构力学中最基本的计算原理和计算方法。这些内容是解决一般常用结构的静力计算问题所必需的, 也是进一步学习和掌握其他现代结构分析方法的基础。

第2节 结构的计算简图

实际结构很复杂, 完全按照结构的原始情况进行力学分析是不可能的且不必要的。对实际结构进行力学分析之前, 必须加以简化, 分清结构受力、变形的主次, 抓住主要矛盾, 忽略一些次要因素, 用一个简化了的理想模型来代替实际结构。这种在结构计算中用来代替实际结构, 并能反映结构主要受力和变形的理想模型, 称为结构的计算简图。

确定结构的计算简图时, 通常包括杆件的简化、支座的简化和结点的简化等方面的内容。

一、杆件的简化

根据杆件受力后的变形特点, 各种杆件在计算简图中均用其轴线来代替。等截面直杆的轴线为一直线, 曲杆的轴线为一曲线, 变截面杆件也都近似地以直线或曲线来代替。

二、支座的简化和分类

将结构与基础或其他支撑物联系起来的装置称为支座。其作用是将结构的位置固定, 并将结构所承受的荷载传给支撑物或基础。在平面结构中支座的实际构造形式很多, 但从其对结构的约束作用来看, 常用的计算简图可分为四类。

1. 活动铰支座或辊轴支座

这种支座的构造简图如图 1-2 (a) 所示, 假设支承面是光滑的, 辊轴支座只能阻止结构与支座连接处垂直于支承平面方向的移动, 不能阻止结构沿支承面的移动和绕销钉轴线的转动。因此, 辊轴支座的约束力通过销钉中心, 垂直于支承面。图 1-2 (b) ~ (e) 所示均为辊轴支座的常用简图, 图中的 F_A 表示反力。

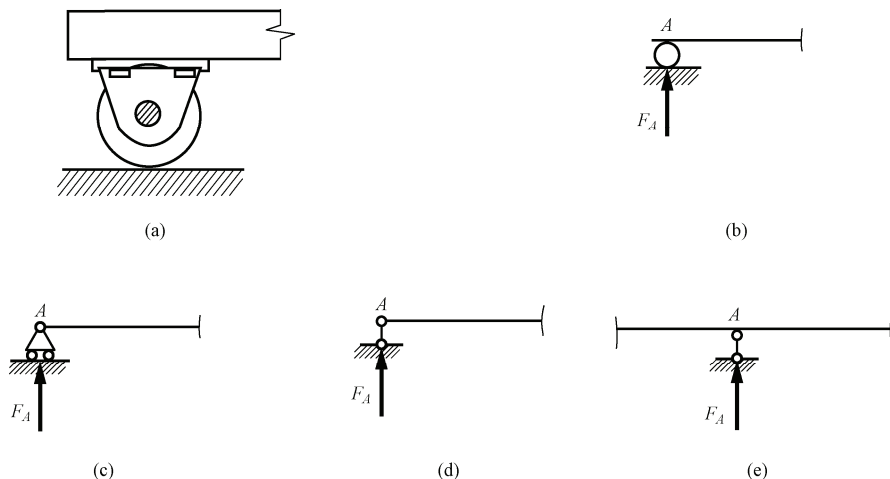


图 1-2 活动铰支座

2. 固定铰支座

如将结构用一光滑销钉与固定支座或其他固定物体相连, 这种约束称为固定铰支座, 简称铰支座, 如图 1-3 (a) 所示, 并用图 1-3 (c) ~ (e) 表示铰支座简图。

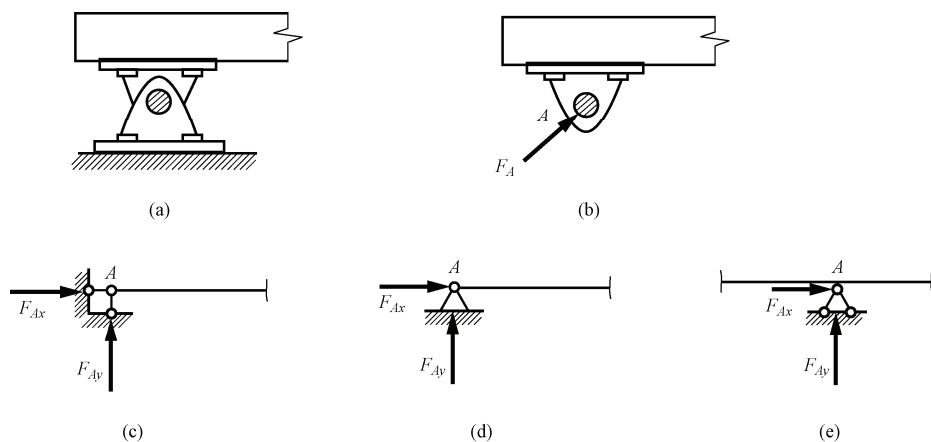


图 1-3 固定铰支座

在铰支座约束中, 销钉不能阻止结构绕销钉的转动, 只能阻止结构在垂直于销钉轴线平面内的移动。假设销钉是光滑的, 故约束力必通过接触点 A 并通过销钉中心, 如图 1-3 (b) 中的 F_A 所示。由于接触点 A 不能预先确定, 所以 F_A 的方向实际是未知的。可见, 铰支座的约束力在垂直于销钉轴线的平面内通过销钉中心, 方向不定。通常将约束力分解为两个互相垂直的力 F_{Ax} 和 F_{Ay} 。

3. 固定支座

将构件一端牢固地插入基础或固定在其他静止的物体上, 图 1-4 (a) 所示为固定支座, 也称作固定端。固定支座能阻止任何方向的移动和绕任一轴的转动, 其约束力必为一个方向未定的力和一个方向未定的力偶。固定支座的简化表示和约束力表示如图 1-4 (b)、(c) 所示。

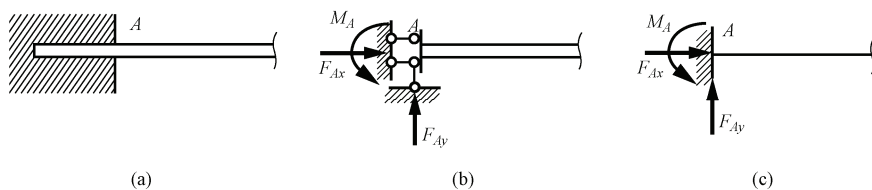


图 1-4 固定支座

4. 定向支座

定向支座的简化表示如图 1-5 所示, 这种支座由两根平行的连杆表示, 其支座反力为沿连杆方向作用的力 F_{Ax} 、 F_{Ay} 和一个反力偶 M_A , 如图 1-5 所示。

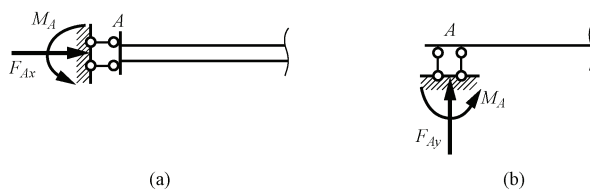


图 1-5 定向支座

三、结点的简化

在杆件结构中, 几根杆件相互连接的

部位称为结点。根据结构的受力特点和结点的构造情况，在计算中常将其简化为两种结点。

1. 铰结点

铰结点的特点是它所连接的各杆在结点不能互相分离，但可以绕结点自由转动，如图 1-6 (a) 所示木屋架的端结点，它的构造情况大致符合上述约束的要求，其简图如图 1-6 (b) 所示，其中两杆之间的夹角 α 是可以改变的。在实际工程中，如果一根杆只受轴力，根据其受力特点，则此杆两端可视为用铰结点与结构其他部分相连。

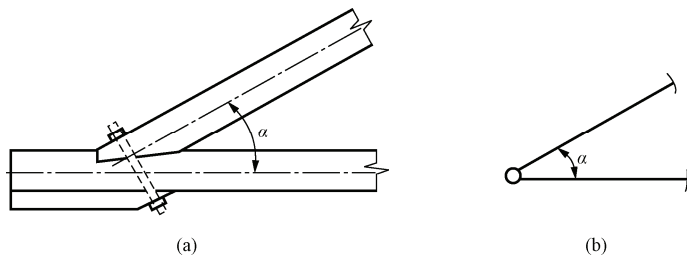


图 1-6 铰结点

2. 刚结点

刚结点的特点是它所连接的各杆在结点处不能相互分离，也不能绕结点作相对转动，变形前后在结点处各杆端切线的夹角保持不变，即各杆端切线转动的角度应相等，如图 1-7 (a) 所示钢筋混凝土结构的某一结点，它的构造是三根杆件之间用钢筋连成整体并用混凝土浇筑在一起，这种结点的变形情况基本符合上述特点，故可视为刚结点，其计算简图如图 1-7 (b) 所示。

有时还会遇到铰结点和刚结点在一起形成的组合结点，如图 1-8 所示， A 、 B 为刚结点， C 为铰结点，组合结点 D 应视为 BD 、 ED 、 CD 三杆在此结点相连，其中 BD 与 ED 两杆为刚性连接， CD 杆与其他两杆之间则由铰连接。

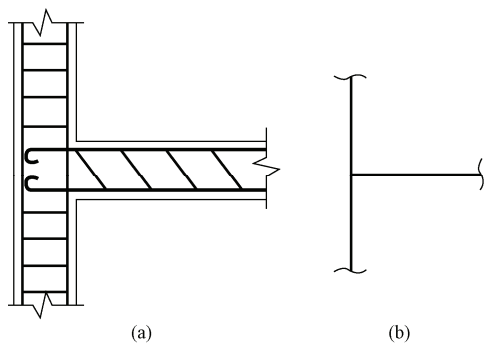


图 1-7 刚结点

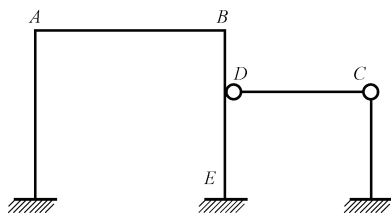


图 1-8 组合结构

综上所述，必须根据结构的支座和结点的实际构造情况分析其受力和变形特点，才能合理确定支座和结点的类别。

四、计算简图示例

下面用一个简例说明选取计算简图的方法和原则。图 1-9 (a) 所示为一工业建筑中采用

的桁架式吊车梁,横梁 AB 和竖杆 CD 由钢筋混凝土制成,但 CD 杆的截面面积比 AB 梁的截面积小很多,斜杆 AD 、 BD 则为 NO.16Mn 钢,吊车梁两端由柱子上的牛腿支承。

支座简化: 由于吊车梁两端的预埋钢板仅通过较短的焊缝与柱子牛腿上的预埋钢板相连接,这种构造对吊车梁支承端的转动不能起多大的约束作用,又考虑到梁的受力情况和计算简便,所以梁的一端可简化为固定铰支座,而另一端可简化为活动铰支座。

结点简化: 因 AB 是一根整体的钢筋混凝土梁,截面抗弯刚度较大,故在计算简图中可取为连续杆,而竖杆 CD 和钢拉杆 AD 、 BD 与横梁 AB 相比,截面的抗弯刚度小得多,它们主要承受轴力,所以杆 CD 、 AD 、 BD 的两端都可以看作是铰结,其中铰 C 连在横梁 AB 的下方。

最后用杆轴线代替各杆件,则得图 1-9 (b) 所示的计算简图。图中 A 、 B 、 D 为铰结点, C 为组合结点。这个计算简图保证了主要横梁 AB 的受力性能(有弯矩、剪力和轴力);对其余三杆保留了主要内力为轴力这一特点,而忽略了较小的弯矩和剪力的影响;对于支座,保留了主要的竖向支承作用,忽略了对微弱转动的约束。实践证明,分析时选取这样的计算简图是合理的,它既反映了结构的变形和受力特点,又能使计算简便。

用计算简图代替实际结构进行计算,虽然存在一定的差异,但这是一种科学的抽象方法。在力学计算中,突出结构最本质的属性,忽略一些次要因素,这样就能更深入地了解问题的实质,认识事物的内在规律。恰当选取实际结构的计算简图是一个比较复杂的问题,不仅要掌握选取计算简图的原则,而且还需要较多的实践经验。对一些新型的结构,往往还要通过反复试验和实践才能获得比较合理的计算简图。不过,对于常用的结构,人们已经积累了许多经验,可以直接采用那些实践验证的计算简图。计算简图选定之后,在作结构设计时,还应采取相应地构造措施,尽量使结构实际的内力分布和变形特点与计算简图的情况相符。

在实际工作中,根据不同情况,同一结构可以分别采取不同的计算简图。例如在初步设计杆件截面时,常先采用一个比较简单而较粗略的计算简图,而在最后计算时,再采用一个较复杂但较精确的计算简图。较为精确的计算简图,可通过放弃某些简化假定,或者代以较为符合实际情况的设置而获得,但是计算工作要复杂得多,由于在工程设计中广泛采用计算机,所以许多复杂但又较为精确的计算简图已被广泛采用。

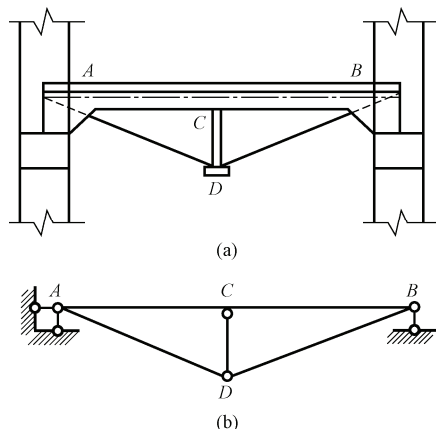


图 1-9 吊车梁及其简图

第3节 杆件结构的分类

平面杆件结构是本书的研究对象,根据其组成特征和受力特点,主要有以下几种:

1. 梁

梁是一种受弯杆件,如图 1-10 所示。梁可以是单跨的,也可以是多跨的连续梁,可以是静定的,也可以是超静定的。

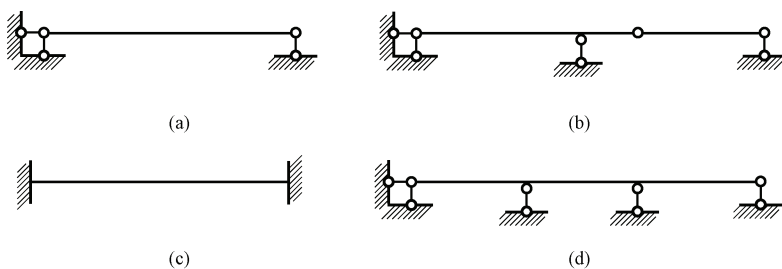


图 1-10 梁

2. 拱

拱是轴线为曲线、且在竖向荷载作用支座会产生水平反力的杆件结构，如图 1-11 所示。这种水平反力将使拱的弯矩小于同跨度、相同荷载和支承条件相同的梁的弯矩。

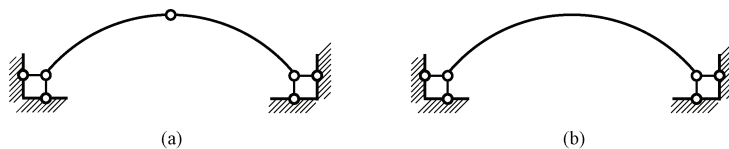


图 1-11 拱

3. 刚架

刚架是由梁和柱组成的结构，如图 1-12 所示，各杆件主要受弯。其结点主要是刚结点，也可以有部分铰结点或组合结点。

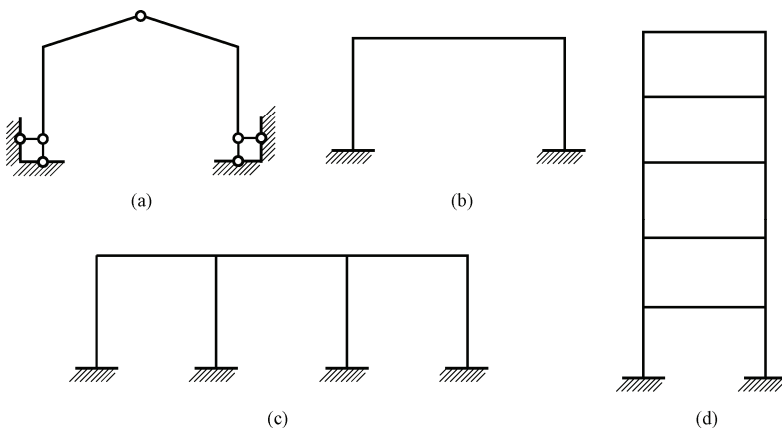


图 1-12 刚架

4. 桁架

桁架是由若干杆件在两端用铰连接而成的结构，如图 1-13 所示。桁架各杆的轴线都是直线，当只受到作用于结点的荷载时，各杆只产生轴力。

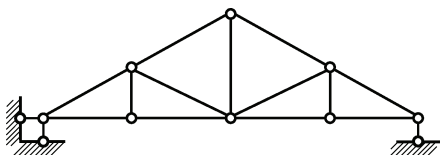


图 1-13 桁架

5. 组合结构

在组合结构中，有些杆件只受轴力作用，而另一些杆件则同时受弯矩、剪力和轴力作用，如图 1-14 所示。

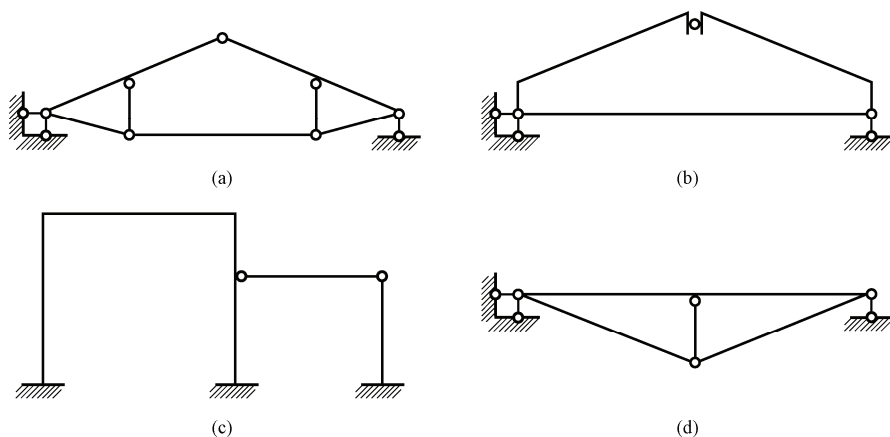


图 1-14 组合结构

第4节 荷载的分类

荷载是作用在结构上的主动力。按荷载作用的范围和分布情况，通常将其简化为分布荷载和集中荷载。分布荷载是指连续分布在结构某一部分上的荷载，它又可以分为均布荷载和非均布荷载。当分布荷载的集度各处相同时称为均布荷载，例如等截面杆件的自重即可以简化为沿杆长作用的均布荷载。当分布荷载的集度各处不相同称为非均布荷载，例如作用在水坝上游的水压力和作用在挡土墙上的土压力，均可简化为集度按直线变化的非均布荷载。集中荷载是指作用在结构上某一点处的荷载，当实际结构上分布荷载的受载区域尺寸远小于结构的尺寸时，为了计算简便即可将此区域内分布荷载的总和视为作用在区域内某一点上的集中荷载。

作用在结构上的荷载，按其作用时间长短可以分为恒载和活载。恒载是指永久作用在结构上的荷载，如结构的自重、结构上固定设备的重量等。活载是指暂时作用在结构上且位置可以变动的荷载，例如结构上的临时设备、人群和移动吊车的重量，以及风力、雪重等。恒载作用下结构的强度计算可通过内力分析进行，而活载还要涉及影响线和包络图的概念。

根据荷载的作用性质，其又可分为静力荷载和动力荷载。静力荷载是指逐渐增加、不致使结构产生显著冲击或振动，因而可略去惯性力影响的荷载。恒载和大部分活载都可视为静力荷载。动力荷载是指作用在结构上，对结构产生显著冲击或引起其振动的荷载，如动力机械的振动、爆炸冲击、地震等引起的荷载，这类荷载作用下结构将会发生不容忽视的加速度。本书只讨论结构在静力荷载作用下的计算问题。

应该指出，结构除上述荷载外，还可能受到其他外来因素的作用，如温度的改变、支座的移动、材料的收缩等。从广义上来说，这些因素也可以称作荷载。对超静定结构来说，在这些因素影响下，也会使结构产生内力，这种内力有时甚至是很大的。



第2章 几何组成分析

第1节 几何组成分析的目的

杆件结构是由若干杆件互相连接所组成的体系，并与地基连接成一个整体，用来承受荷载的作用。当不考虑各杆本身的变形时，结构应能保持其原有几何形状和位置不变，即不考虑材料应变时组成结构的各杆之间及整个结构与地面之间应不致发生相对运动。

不考虑材料应变的条件下，在体系受到任意荷载作用后，若能保持其几何形状和位置不变者，称为几何不变体系，如图 2-1 (a) 所示即为这类体系的例子。还有另一类体系，如图 2-1 (b) 所示，该体系尽管只受到很小的荷载 F 作用，也将引起几何形状的改变，这类体系称为几何可变体系。显然，工程结构不能采用几何可变体系，而只能采用几何不变体系。

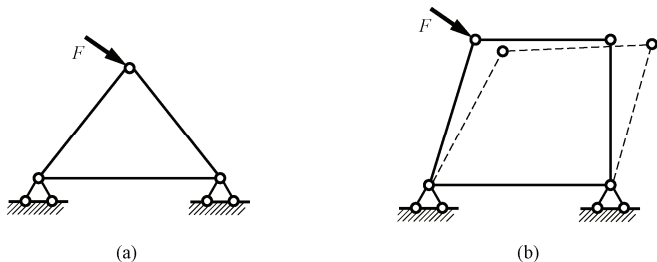


图 2-1 平面杆件体系

对体系几何组成的性质和规律进行的分析称为几何组成分析，作这种分析的目的在于判别某一体系是否几何不变，从而决定它能否作为结构。研究几何不变体系的组成规则，以保证所设计的结构能承受荷载而维持平衡，同时也为正确区分静定结构和超静定结构及进行结构内力计算打下必要的基础。

本章只讨论平面体系的几何组成分析。

第2节 体系自由度的概念

一、自由度

体系的自由度是指该体系运动时用来确定其位置所需的独立坐标的数目。在平面内某一动点 A ，其位置需由两个独立坐标 x 和 y 来确定，如图 2-2 (a) 所示。所以在平面内一个点具有两个自由度，即点在平面内可以作两种相互独立的运动方式，通常用平行于坐标轴的水平 and 竖直两个方向的移动来描述。

对平面体系作几何组成分析时，由于不考虑材料的应变，所以认为各个构件没有变形，因此，可以将构件看作平面一刚体，简称刚片。一个刚片 AB 在平面内运动时，其位置可由它上面任一点 A 的坐标 (x, y) 和直线 AB 的倾角 φ 来确定，如图 2-2 (b) 所示。因此一个

刚片在平面内的自由度等于 3，即刚片在平面内不但可以自由移动，还可以自由转动。

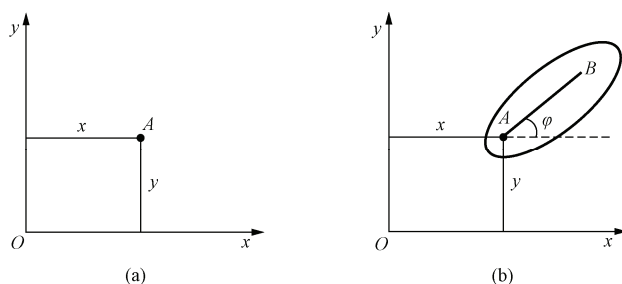


图 2-2 点和刚片的独立坐标

二、约束

对运动起限制作用而减少体系自由度的装置称为约束，能减少一个自由度的装置相当于一个约束。如图 2-3 (a) 所示，用一根链杆将刚片与基础相连，则刚片将不能沿链杆方向移动，减少了一个自由度，故一根链杆相当于一个约束。如果再加一根链杆，如图 2-3 (b) 所示，则刚片又减少了一个自由度，此时它只能绕 A 点作转动而丧失了自由移动的可能。这两根链杆实际上是一个铰支座，因此，一个铰支座相当于两个约束，也相当于两根链杆的约束。

用一个铰将两个刚片在 A 点相连，如图 2-3 (c) 所示，对刚片 I 而言，其位置可由 A 点的坐标 x, y 和 AB 的倾角 φ_1 来确定，因此它仍有 3 个自由度；而刚片 II 因与刚片 I 在 A 点以铰连接，所以刚片 II 只能绕 A 点作相对运动，即刚片 II 只有独立的相对转角 φ_2 ，故体系的总自由度从 $3 \times 2 = 6$ 变为 4 个，减少了两个，因此，一个单铰（连接两个刚片的铰）相当于两个约束，也相当于两根链杆的约束作用。反之，两根链杆也相当于一个单铰的作用。当两刚片在 A 点刚结起来，那么两刚片变成一个刚片，只有 3 个自由度，故刚性连接相当于 3 个约束。类似地，固定支座也相当于 3 个约束。

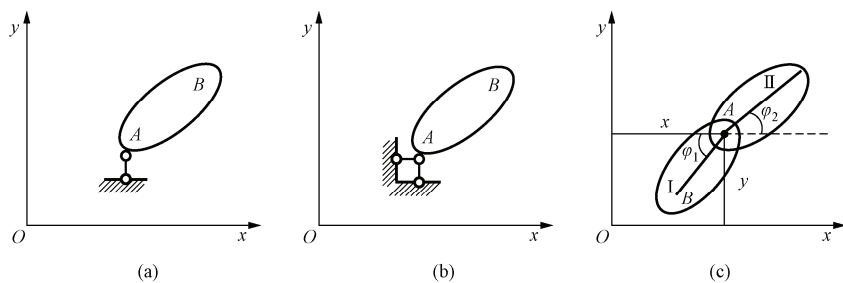


图 2-3 约束

一个平面体系，通常都是由若干根刚片加上某些约束所组成的。加入约束的目的是为了减少体系的自由度。如果在组成体系的各刚片之间恰当地加入足够的约束，就可能使刚片与刚片之间不可能发生相对运动，从而使体系成为几何不变的体系。

三、虚铰（瞬铰）

如图 2-4 所示，若将刚片 I 和刚片 II 用两根不平行的链杆 AB 和 CD 连接，设刚片 I 固定不动，则 A, C 两点将为固定；当刚片 II 运动时，其上 B 点将沿 AB 杆垂直的方向运动，而

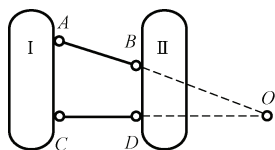


图 2-4 虚铰（瞬铰）

其上 D 点则将沿与 CD 杆垂直的方向运动，故刚片 II 运动时将绕 AB 和 CD 两杆延长线的交点 O 而转动。同理，若刚片 II 固定不动，则刚片 I 也将绕 O 点而转动。 O 点为刚片 I 和 II 的转动瞬心。此状态相当于在 O 点用单铰将刚片 I 和 II 相连。这个铰的位置在两链杆轴线的延长线上，其位置将随链杆的转动而改变，所以将这种铰称为虚铰或瞬铰。

第 3 节 几何不变体系的组成法则

为了确定平面体系是否几何不变，须研究几何不变体系的组成规则。下面讨论无多余约束几何不变体系的基本组成规则。

一、三刚片法则

三个刚片用不在同一直线上的三个铰两两相连，则所组成的体系是几何不变的。

如图 2-5 (a) 所示，刚片 I、II、III 用不在同一直线上 A 、 B 、 C 三个铰两两相连，这一情况如同用三条线段 AB 、 BC 、 CA 作一三角形。由平面几何知识可知，用三条定长的线段只能作出一个形状和大小都一定的三角形，也就是说，由此得出的三角形是几何不变的。

由于两根链杆作用相当于一个单铰，故可将任一个铰换成由两根链杆所组成的虚铰，得出如图 2-5 (b) 所示三个虚铰不在同一直线上的体系，这种体系也是几何不变的。

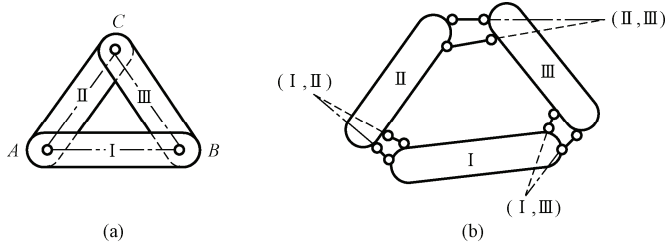


图 2-5 三刚片体系

此法则也称为三角形法则，它是基本的组成法则，后面介绍的两个法则可以由它演变而得。

值得指出，三角形法则中有一个限制条件，即要求三个铰（实铰或虚铰）不在同一条直线上，否则如图 2-6 所示的三个铰共线的体系，将是一种特殊的几何可变体系。此时 C 点位于以 AC 和 BC 为半径的公切线上，故在这一瞬间， C 点可沿此公切线作微小的移动。

不过在发生一微小移动后，三个铰就不再位于一直线上，运动也就不再发生。这种在某一瞬时可以产生微小运动的体系，称为瞬变体系，它是几何可变体系的一种特殊情况。

虽然瞬变体系只是在某一瞬时的相对运动，随后即成为几何不变的，但是进一步分析其受力情况就会发现，即便是在很小的荷载作用下，其内力也会接近无穷大，如图 2-7 (a) 所示。设外力 F 作用于 C 点，由图 2-7 (b) 所示脱离体的平衡条件 $\sum F_y = 0$ 可得

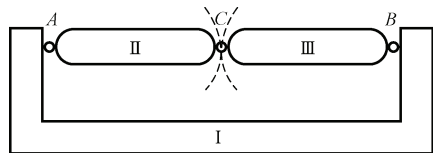


图 2-6 三铰共线体系