



志鸿优化系列丛书

丛书主编 任志鸿



高中 优秀教案

本丛书经新课标专家审定

配新课标人教A版



【必修3】**数 学**

南方出版社

责任编辑 / 杨 凯

封面设计 / 邢 丽

07GZYXJA-BX3-SX-2800

优秀教案 | 高中

系列丛书指导、审定专家



任志鸿

北京师范大学汉语言文学专业学士，助学读物最著名的策划人之一，志鸿优化系列丛书总主编。



顾之川

人民教育出版社普通高中课程标准实验教科书《语文》执行主编，中国教育学会中学语文教学专业委员会秘书长，北京大学语文教育研究所兼职教授。



胡春木

北京师范大学出版科学研究所教授，全国义务教育课程标准实验教材《思想品德》副主编。



许 燕

北京师范大学心理学院教授、博士生导师，九年义务教育课程标准实验教材《思想品德》七年级教材主编。



万建中

北京师范大学文学院教授、博士生导师，九年义务教育初中《历史与社会课程标准》编写组核心成员。



阎金铎

北京师范大学物理系教授、博士生导师，中国教育学会物理教学委员会名誉理事长，九年义务教育课程标准《物理》（北师大版）主编。



申作宏

资深出版人和图书策划人，中小学《心理健康教育》教材副主编，曾在核心期刊发表多篇学术论文。



吴伟昌

江苏无锡市滨湖区教育科学研究室主任，江苏省教育学会考试研究会理事，无锡市高中语文学科带头人。

课改经验积淀

课改专家审定

ISBN 978-7-80760-050-3



9 787807 600503 >

定价：189.50 元（全套共7册）



志鸿优化系列丛书

高中 优秀教案

丛书主编 任志鸿

本册主编 张新军

副主编 国建群 赵冠明 刘玉亭 路致芳

编者 张新军 国建群 路致芳 赵冠明

刘玉亭 李 丽 李云侠 于万山

张利红 侯继美 吴 静

配新课标人教A版

必修3 | 数 学

南方出版社

图书在版编目(CIP)数据

高中优秀教案:新课标人教版. 数学. 3:必修/任志鸿主编. —海口:
南方出版社, 2007. 12

(志鸿优化系列丛书)

ISBN 978-7-80760-050-3

I. 高... II. 任... III. 数学课—教案(教育)—高中 IV. G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 173702 号

责任编辑:杨 凯

装帧设计:邢 丽

志鸿优化系列丛书

高中优秀教案·数学·必修:3

任志鸿 主编

南方出版社 出版

(海南省海口市和平大道 70 号)

邮编:570208 电话:0898—66160822

山东滨州汇泉印务有限公司印刷

山东世纪天鸿书业有限公司总发行

2007 年 12 月第 1 版 2007 年 12 月第 1 次印刷

开本:787×1092 1/16

印张:111.5 字数:2298 千字

定价:189.50 元(全套共 7 册)

(如有印装质量问题请与承印厂调换)



前言

FOREWORD

EXCELLENT TEACHING PLANS

高中新课程标准的教材如何教,新课程标准的课堂教学如何设计,这不仅是首批课改省区一线教师孜孜探究的课题,更是后续课改省区广大教师亟待解决的问题。

率先进入高中新课程改革实验区的教研机构和一线教师在课改实践中积累了丰富的教研和教学经验。为了能让这累累硕果与所有教育工作者分享,部分从事课程标准制定、研究的专家,从事教材编写、进行教材研究的学者,还有在教学一线埋头实践新课程理念的研究型教师走到了一起,把最能直接体现新课程标准教学研究成果的教案集结成书,精心打造了这套《优秀教案》丛书。

本套图书紧扣“提升学科素养,注重能力生成”的课标理念,以“好用+实用”作为编写落脚点,把专家的最新研究成果与一线教师的实践经验融为一体。“好用”主要体现在部分课时提供多个不同思路、不同风格的教学设计方案或者针对某个教学环节提供多种设计思路,便于教师选择、参考;“实用”主要体现在备课要素齐全,内容详实完备,资料丰富实用。

与现有的教案性质的教师用书相比,本套图书具有一些鲜明的特色。其一,每节课提供两种教学设计方案:一种详案,教师可直接拿来上课教学;一种简案,教师可借鉴上课,启发教学思维。两案供教师依据个人教学风格、教学水平灵活选用。部分科目还依托志鸿优化网提供了多媒体课的设计案例。向教师们提供更多的教学设计选择。其二,提供精选的备课资料和常用的网络教学资源,解决教师备课急需的参考资料缺乏的问题。备课资料紧密联系教材内容,均为精选的紧贴学生生活,充满时代气息,汇集生活现实、社会热点、科技前沿的资料信息;常用网络教学资源附在书末,网络资源中不乏直观形象的优秀课件、丰富的教学素材供教师备课时选用。

本丛书按照课时编写,遵循课堂教学规律,主要设置如下栏目:

单元设计 按单元(课)规划教学。系统概括单元(课)知识结构和特点,整体规划单元(课)教学思路、教学方法、教学目标和课时安排。从单元角度整体分析教材,安排教学。

用智慧和爱心铸造中国教辅第一品牌

【整(总)体设计】对每课的教材作简要分析,提示本课的重点难点、三维目标、课时安排等,有助于教师短时间内了解教材要点,确立教学目标,把握重点难点,从宏观上高效指导授课全程。

【教学设计(过程)】按课时编写,每一课时分“导语设计”“推进新课(文本解读)”“课堂小结”等几个环节。以问题情境为中心,以师生互动探究活动为主要信息传递方式,强调学生的主体地位,重视学生的个人体验,力求通过教学活动促进学生高效学习并养成自主学习习惯。

部分课时提供多个教学设计方案,或者针对某个教学环节提供多种设计思路供教师依据个人教学风格灵活选用。部分科目还依托志鸿优化网提供了多媒体课的设计案例。

【板书设计】对每节课所授知识点、重难点、能力点的梳理和网络构建。内容设置条理化,呈现出设计的美感。板书设计还考虑了记忆规律和青少年学生的认知特点,有助于在教师的引导下形成网状知识结构。

【精彩(设计)点评】通过简练的语言对教学设计的优缺点进行点评,指出本课设计的亮点、优点及缺陷与不足,帮助教师从容选择。

【活动与探究】紧密结合教学内容设计了活动探究课题,并提供简要的活动要求与建议,为教师指导学生拓展视野,提升能力提供方法引导。

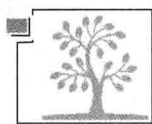
【习题详解】对教材每一节课后的习题进行详细解答,包括详细答案、解析过程和方法等,以方便教师进行习题讲解和批改作业时使用。

【备课资料(资料选编)】联系教材内容,汇集生活现实、社会热点、科技前沿等与之相关的材料,并设计开放型问题供学生讨论,设置探究性课题供学生研究,或精编能力训练题供学生课外提升。

时代在发展,学生在变化,教学改革与研究在推进,《优秀教案》丛书要跟上这些变化需要不断的更新,需要广大教师的积极参与。丛书编委会诚挚的邀请更多的教师参与本套图书的更新,提供优秀的教学案例与同行们交流、分享,提出图书改进的意见和建议,使该书更实用更好用,共同为我们的基础教育事业贡献一份力量。

优秀教案丛书编委会

用智慧和爱心铸造中国教辅第一品牌



目录

CONTENTS

模块纵览	1
------------	---

第一章 算法初步	3
----------------	---

1.1 算法与程序框图	4
-------------------	---

1.1.1 算法的概念	4
-------------------	---

1.1.2 程序框图与算法的基本逻辑结构	10
----------------------------	----

1.2 基本算法语句	35
------------------	----

1.2.1 输入语句、输出语句和赋值语句	35
----------------------------	----

1.2.2 条件语句	43
------------------	----

1.2.3 循环语句	51
------------------	----

1.3 算方案例	61
----------------	----

本章复习	79
------------	----

第二章 统计	94
--------------	----

2.1 随机抽样	94
----------------	----

2.1.1 简单随机抽样	94
--------------------	----

2.1.2 系统抽样	101
------------------	-----

2.1.3 分层抽样	106
------------------	-----

2.2 用样本估计总体	114
-------------------	-----

2.2.1 用样本的频率分布估计总体分布	114
----------------------------	-----

2.2.2 用样本的数字特征估计总体的数字特征	126
-------------------------------	-----

2.3 变量间的相关关系	141
2.3.1 变量之间的相关关系 2.3.2 两个变量的线性相关	141
本章复习	166

第三章 概率

3.1 随机事件的概率	179
3.1.1 随机事件的概率	179
3.1.2 概率的意义	186
3.1.3 概率的基本性质	197
3.2 古典概型	205
3.2.1 古典概型	205
3.2.2 (整数值)随机数(random numbers)的产生	217
3.3 几何概型	226
3.3.1 几何概型	226
3.3.2 均匀随机数的产生	235
本章复习	243

模块纵览

课标要求

1. 知识与技能

在义务教育阶段初步感受算法思想的基础上,结合对具体数学实例的分析,体验程序框图在解决问题中的作用;在义务教育阶段学习统计与概率的基础上,通过实际问题情境,学习随机抽样、样本估计总体、线性回归的基本方法;在具体情境中,了解随机事件发生的不确定性和频率的稳定性,了解两个互斥事件的概率加法公式,理解古典概型及其概率计算公式,会用列举法计算一些随机事件所含的基本事件数及事件发生的概率,了解随机数的意义,能运用模拟方法(包括计算器产生随机数来进行模拟)估计概率,初步体会几何概型的意义。

2. 过程与方法

通过模仿、操作、探索,学习设计程序框图表达解决问题的过程,发展有条理的思考与表达的能力,提高逻辑思维能力,体会算法的基本思想以及算法的重要性和有效性;体会用样本估计总体及其特征的思想,体会统计思维与确定性思维的差异;通过解决实际问题,较为系统地经历数据收集与处理的全过程。

3. 情感、态度与价值观

教育的根本目的是育人。通过对本模块内容的学习,在学习和运用知识的过程中提高对数学学习的兴趣,通过对算法、统计和概率的学习,使学生对数学有更深刻的感受,提高说理、批判和质疑精神,形成坚韧不拔、锲而不舍、追求真理的科学态度和习惯,树立良好的情感态度和价值观。

内容概述

在本模块中,学生将学习算法初步、统计、概率。

算法是数学及其应用的重要组成部分,是计算科学的重要基础。随着现代信息技术的飞速发展,算法在科学技术、社会发展中发挥着越来越大的作用,并日益融入社会生活的许多方面,算法思想已经成为现代人应具备的一种数学素养。需要特别指出的是,中国古代数学中蕴涵了丰富的算法思想。

现代社会是信息化的社会,人们常常需要收集数据,根据所获得的数据提取有价值的信息,作出合理的决策。统计是研究如何合理收集、整理、分析数据的学科,它可以为人们制定决策提供依据。随机现象在日常生活中随处可见,概率是研究随机现象规律的学科,它为人们认识客观世界提供了重要的思维模式和解决问题的方法,同时为统计学的发展提供了理论基础。因此,统计与概率的基础知识已经成为一个未来公民的必备常识。

学生将结合具体实例,学习概率的某些基本性质和简单的概率模型,加深对随机现象的理解,能通过实验、计算器(机)模拟估计简单随机事件发生的概率。



教学建议

备课札记

1. 注意创设问题情境,提供各种实践机会,调动学生的积极性

本模块的内容有着很强的实践性,教学中应充分重视这一特点,注意选择恰当的实例,创设问题情境,鼓励学生积极参与,在自己的亲身实践中体会和理解所学内容的基本思想和意义。

算法的教学应当充分使用教科书提供的典型实例,让学生在解决具体问题的过程中学习一些基本逻辑结构和算法语句。有条件的学校应当给学生安排上机实践的机会,这样不但可以让学生看到自己设计的算法的可行性,而且能够激发学生学习算法的积极性。

统计、概率的教学,必须通过一些典型案例的处理,使学生经历较完整的数据处理全过程,在这样的过程中来体会概率、统计的基本思想,学习数据处理的方法。教师应当注意到,不让学生经历实实在在的数据处理过程,学生就难以形成对随机性、频率稳定性等的真实感受,这对学好这部分内容是非常不利的。

2. 强调通过案例理解算法思想、统计思想

算法教学的主要目的在于让学生体会基本的算法思想,提高逻辑思维能力,它与信息技术课程中的程序语言的学习和程序设计是不同的。教学中应当通过案例,引导学生体会算法的核心是一般意义上的解决问题策略的具体化。面临一个问题时,在分析、思考后获得了解决它的基本思路(解题策略),将这种思路具体化、条理化,用适当的方式表达出来(画出程序框图,转化为程序语句),这个过程就是算法设计过程,这是一个思维的条理化、逻辑化的过程。

统计与概率的教学应当强调统计思想。教学过程中,可以利用教科书中提供的或学生身边的实际问题,通过实际试验取得真实数据,或通过查阅资料、上网等方式获得数据,使学生经历较为完整的数据处理过程,从中体会抽样的关键是要保证样本的随机性(代表性),体会用样本估计总体的思想,体会样本频率分布、数字特征的随机性。例如,教学中可以安排这样的活动:让全班每一名同学将自己的身高写在一个小纸条上,计算出相应的平均数、标准差。然后安排用不同的抽样方法抽取含 20 个身高的样本的活动(原则上讲,全班每一名同学都可以获得一组与别人不同的样本数据),并各自计算出相应的平均数、标准差。在这个活动中,学生可以清楚地看到数字特征的随机性,如果样本的随机性差,那么用它对总体的数字特征进行估计是会出现很大的误差。在这样的活动后,再引导学生交流自己的体会。

3. 注意信息技术应用的适当性

教科书所包含的三部分内容虽然和计算机等信息技术有着密切的联系,但也要注意适当使用信息技术,不能为了应用而应用。比如,不能将算法简单处理成程序语言的学习或程序设计,统计和概率更应该注意不能用计算机模拟来代替真正意义上的随机试验。对于统计和概率而言,信息技术只是一种先进的计算工具和作图工具,它所模拟的随机现象是不能够替代现实生活中的随机现象的,这一点在教学过程中要特别给予关注。

第一章 算法初步

本章教材分析

算法是数学及其应用的重要组成部分,是计算科学的重要基础.算法的应用是学习数学的一个重要方面.学生学习算法的应用,目的就是利用已有的数学知识分析问题和解决问题.通过算法的学习,对完善数学的思想,激发应用数学的意识,培养分析问题、解决问题的能力,增强进行实践的能力等,都有很大的帮助.

本章主要内容:算法与程序框图、基本算法语句、算法案例和小结.教材从学生最熟悉的算法入手,通过研究程序框图与算法案例,使算法得到充分的应用,同时也展现了古老算法和现代计算机技术的密切关系.算法案例不仅展示了数学方法的严谨性、科学性,也为计算机的应用提供了广阔的空间.让学生进一步受到数学思想方法的熏陶,激发学生的学习热情.

在算法初步这一章中让学生近距离接近社会生活,从生活中学习数学,使数学在社会生活中得到应用和提高,让学生体会到数学是有用的,从而培养学生的学习兴趣.“数学建模”也是高考考查重点.

本章还是数学思想方法的载体,学生在学习过程中经常会用到“算法思想”“转化思想”,从而提高自己数学能力.因此应从三个方面把握本章:

- (1)知识间的联系;
- (2)数学思想方法;
- (3)认知规律.

本章教学时间约需 12 课时,具体分配如下(仅供参考):

1.1.1 算法的概念	约 1 课时
1.1.2 程序框图与算法的基本逻辑结构	约 4 课时
1.2.1 输入语句、输出语句和赋值语句	约 1 课时
1.2.2 条件语句	约 1 课时
1.2.3 循环语句	约 1 课时
1.3 算法案例	约 3 课时
本章复习	约 1 课时



1.1 算法与程序框图

1.1.1 算法的概念

整体设计

教学分析

算法在中学数学课程中是一个新的概念,但没有一个精确化的定义,教科书只对它作了如下描述:“在数学中,算法通常是指按照一定规则解决某一类问题的明确有限的步骤.”为了让学生更好理解这一概念,教科书先从分析一个具体的二元一次方程组的求解过程出发,归纳出了二元一次方程组的求解步骤,这些步骤就构成了解二元一次方程组的算法.教学中,应从学生非常熟悉的例子引出算法,再通过例题加以巩固.

三维目标

1. 正确理解算法的概念,掌握算法的基本特点.
2. 通过例题教学,使学生体会设计算法的基本思路.
3. 通过有趣的实例使学生了解算法这一概念的同时,激发学生学习数学的兴趣.

重点难点

教学重点:算法的含义及应用.

教学难点:写出解决一类问题的算法.

课时安排

1 课时

教学过程

导入新课

思路 1(情境导入)

一个人带着三只狼和三只羚羊过河,只有一条船,同船可容纳一个人和两只动物,没有人在的时候,如果狼的数量不少于羚羊的数量狼就会吃羚羊.该人如何将动物转移过河?请同学们写出解决问题的步骤,解决这一问题将要用到我们今天学习的内容——算法.

思路 2(情境导入)

大家都看过赵本山与宋丹丹演的小品吧,宋丹丹说了一个笑话,把大象装进冰箱总共分几步?

答案:分三步,第一步:把冰箱门打开;第二步:把大象装进去;第三步:把冰箱门关上.

上述步骤构成了把大象装进冰箱的算法,今天我们开始学习算法的概念.

思路 3(直接导入)

算法不仅是数学及其应用的重要组成部分,也是计算机科学的重要基础.在现代社会里,计算机已成为人们日常生活和工作中不可缺少的工具.听音乐、看电影、玩游戏、打字、画卡通画、处理数据,计算机是怎样工作的呢?要想弄清楚这个问题,算法的学习是一个开始.

推进新课

新知探究

提出问题

(1) 解二元一次方程组有几种方法?

(2) 结合教材实例 $\begin{cases} x-2y=-1, ① \\ 2x+y=1, ② \end{cases}$ 总结用加减消元法解二元一次方程组的步骤.

(3) 结合教材实例 $\begin{cases} x-2y=-1, ① \\ 2x+y=1, ② \end{cases}$ 总结用代入消元法解二元一次方程组的步骤.

(4) 请写出解一般二元一次方程组的步骤.

(5) 根据上述实例谈谈你对算法的理解.

(6) 请同学们总结算法的特征.

(7) 请思考我们学习算法的意义.

讨论结果:

(1) 代入消元法和加减消元法.

(2) 回顾二元一次方程组

$\begin{cases} x-2y=-1, ① \\ 2x+y=1, ② \end{cases}$ 的求解过程, 我们可以归纳出以下步骤:

第一步, $①+② \times 2$, 得 $5x=1$. ③

第二步, 解③, 得 $x=\frac{1}{5}$.

第三步, $②-① \times 2$, 得 $5y=3$. ④

第四步, 解④, 得 $y=\frac{3}{5}$.

第五步, 得到方程组的解为 $\begin{cases} x=\frac{1}{5}, \\ y=\frac{3}{5}. \end{cases}$

(3) 用代入消元法解二元一次方程组

$\begin{cases} x-2y=-1, ① \\ 2x+y=1, ② \end{cases}$ 我们可以归纳出以下步骤:

第一步, 由①得

$x=2y-1$. ③

第二步, 把③代入②, 得 $2(2y-1)+y=1$. ④

第三步, 解④得

$y=\frac{3}{5}$. ⑤

第四步, 把⑤代入③, 得 $x=2 \times \frac{3}{5} - 1 = \frac{1}{5}$.

第五步, 得到方程组的解为 $\begin{cases} x=\frac{1}{5}, \\ y=\frac{3}{5}. \end{cases}$

(4) 对于一般的二元一次方程组

$\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1, ① \\ a_2x+b_2y=c_2, ② \end{cases}$



其中 $a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0$, 可以写出类似的求解步骤:

第一步, $\textcircled{1} \times b_2 - \textcircled{2} \times b_1$, 得

$$(a_1b_2 - a_2b_1)x = b_2c_1 - b_1c_2. \quad \textcircled{3}$$

第二步, 解 $\textcircled{3}$, 得 $x = \frac{b_2c_1 - b_1c_2}{a_1b_2 - a_2b_1}$.

第三步, $\textcircled{2} \times a_1 - \textcircled{1} \times a_2$, 得

$$(a_1b_2 - a_2b_1)y = a_1c_2 - a_2c_1. \quad \textcircled{4}$$

第四步, 解 $\textcircled{4}$, 得 $y = \frac{a_1c_2 - a_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$.

第五步, 得到方程组的解为
$$\begin{cases} x = \frac{b_2c_1 - b_1c_2}{a_1b_2 - a_2b_1}, \\ y = \frac{a_1c_2 - a_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}. \end{cases}$$

(5) 算法的定义: 广义的算法是指完成某项工作的方法和步骤, 那么我们可以说洗衣机的使用说明书是操作洗衣机的算法, 菜谱是做菜的算法等等.

在数学中, 算法通常是指按照一定规则解决某一类问题的明确有限的步骤.

现在, 算法通常可以编成计算机程序, 让计算机执行并解决问题.

(6) 算法的特征: ① 确定性: 算法的每一步都应当做到准确无误、不重不漏. “不重”是指不是可有可无的, 甚至无用的步骤, “不漏”是指缺少哪一步都无法完成任务. ② 逻辑性: 算法从开始的“第一步”直到“最后一步”之间做到环环相扣, 分工明确, “前一步”是“后一步”的前提, “后一步”是“前一步”的继续. ③ 有穷性: 算法要有明确的开始和结束, 当到达终止步骤时所要求解决的问题必须有明确的结果, 也就是说必须在有限步内完成任务, 不能无限地持续进行.

(7) 在解决某些问题时, 需要设计出一系列可操作或可计算的步骤来解决问题, 这些步骤称为解决这些问题的算法. 也就是说, 算法实际上就是解决问题的一种程序性方法. 算法一般是机械的, 有时需进行大量重复的计算, 它的优点是一种通法, 只要按部就班地去做, 总能得到结果. 因此算法是计算科学的重要基础.

应用示例

思路 1

例 1 (1) 设计一个算法, 判断 7 是否为质数.

(2) 设计一个算法, 判断 35 是否为质数.

算法分析: (1) 根据质数的定义, 可以这样判断: 依次用 2~6 除 7, 如果它们中有一个能整除 7, 则 7 不是质数, 否则 7 是质数.

算法如下: (1) 第一步, 用 2 除 7, 得到余数 1. 因为余数不为 0, 所以 2 不能整除 7.

第二步, 用 3 除 7, 得到余数 1. 因为余数不为 0, 所以 3 不能整除 7.

第三步, 用 4 除 7, 得到余数 3. 因为余数不为 0, 所以 4 不能整除 7.

第四步, 用 5 除 7, 得到余数 2. 因为余数不为 0, 所以 5 不能整除 7.

第五步, 用 6 除 7, 得到余数 1. 因为余数不为 0, 所以 6 不能整除 7. 因此, 7 是质数.

(2) 类似地, 可写出“判断 35 是否为质数”的算法: 第一步, 用 2 除 35, 得到余数 1. 因为余数不为 0, 所以 2 不能整除 35.

第二步, 用 3 除 35, 得到余数 2. 因为余数不为 0, 所以 3 不能整除 35.

第三步, 用 4 除 35, 得到余数 3. 因为余数不为 0, 所以 4 不能整除 35.

第四步, 用 5 除 35, 得到余数 0. 因为余数为 0, 所以 5 能整除 35. 因此, 35 不是质数.

点评: 上述算法有很大的局限性, 用上述算法判断 35 是否为质数还可以, 如果判断 1997

是否为质数就麻烦了,因此,我们需要寻找普适性的算法步骤.

变式训练

请写出判断 $n(n>2)$ 是否为质数的算法.

分析:对于任意的整数 $n(n>2)$,若用 i 表示 $2\sim(n-1)$ 中的任意整数,则“判断 n 是否为质数”的算法包含下面的重复操作:用 i 除 n ,得到余数 r .判断余数 r 是否为 0,若是,则不是质数;否则,将 i 的值增加 1,再执行同样的操作.

这个操作一直要进行到 i 的值等于 $(n-1)$ 为止.

算法如下:第一步,给定大于 2 的整数 n .

第二步,令 $i=2$.

第三步,用 i 除 n ,得到余数 r .

第四步,判断“ $r=0$ ”是否成立.若是,则 n 不是质数,结束算法;否则,将 i 的值增加 1,仍用 i 表示.

第五步,判断“ $i>(n-1)$ ”是否成立.若是,则 n 是质数,结束算法;否则,返回第三步.

例 2 写出用“二分法”求方程 $x^2-2=0$ ($x>0$) 的近似解的算法.

分析:令 $f(x)=x^2-2$,则方程 $x^2-2=0$ ($x>0$) 的解就是函数 $f(x)$ 的零点.

“二分法”的基本思想是:把函数 $f(x)$ 的零点所在的区间 $[a,b]$ (满足 $f(a) \cdot f(b)<0$) “一分为二”,得到 $[a,m]$ 和 $[m,b]$. 根据“ $f(a) \cdot f(m)<0$ ”是否成立,取出零点所在的区间 $[a,m]$ 或 $[m,b]$,仍记为 $[a,b]$. 对所得的区间 $[a,b]$ 重复上述步骤,直到包含零点的区间 $[a,b]$ “足够小”,则 $[a,b]$ 内的数可以作为方程的近似解.

解:第一步,令 $f(x)=x^2-2$,给定精确度 d .

第二步,确定区间 $[a,b]$,满足 $f(a) \cdot f(b)<0$.

第三步,取区间中点 $m=\frac{a+b}{2}$.

第四步,若 $f(a) \cdot f(m)<0$,则含零点的区间为 $[a,m]$;否则,含零点的区间为 $[m,b]$. 将新得到的含零点的区间仍记为 $[a,b]$.

第五步,判断 $[a,b]$ 的长度是否小于 d 或 $f(m)$ 是否等于 0. 若是,则 m 是方程的近似解;否则,返回第三步.

当 $d=0.005$ 时,按照以上算法,可以得到下表.

a	b	$ a-b $
1	2	1
1	1.5	0.5
1.25	1.5	0.25
1.375	1.5	0.125
1.375	1.437 5	0.062 5
1.406 25	1.437 5	0.031 25
1.406 25	1.421 875	0.015 625
1.414 062 5	1.421 875	0.007 812 5
1.414 062 5	1.417 968 75	0.003 906 25

于是,开区间 $(1.414\ 062\ 5, 1.417\ 968\ 75)$ 中的实数都是当精确度为 0.005 时的原方程的近似解. 实际上,上述步骤也是求 $\sqrt{2}$ 的近似值的一个算法.



点评:算法一般是机械的,有时需要进行大量的重复计算,只要按部就班地去做,总能算出结果,通常把算法过程称为“数学机械化”.数学机械化的最大优点是它可以借助计算机来完成,实际上处理任何问题都需要算法.如:中国象棋有中国象棋的棋谱、走法、胜负的评判准则;而国际象棋有国际象棋的棋谱、走法、胜负的评判准则;再比如申请出国有一系列的先后手续,购买物品也有相关的手续……

思路 2

例 1 一个人带着三只狼和三只羚羊过河,只有一条船,同船可容纳一个人和两只动物,没有人在的时候,如果狼的数量不少于羚羊的数量就会吃羚羊.该人如何将动物转移过河?请设计算法.

分析:任何动物同船不用考虑动物的争斗但需考虑承载的数量,还应考虑到两岸的动物都得保证狼的数量要小于羚羊的数量,故在算法的构造过程中尽可能保证船里面有狼,这样才能使得两岸的羚羊数量占到优势.

解:具体算法如下:

算法步骤:

第一步:人带两只狼过河,并自己返回.

第二步:人带一只狼过河,自己返回.

第三步:人带两只羚羊过河,并带两只狼返回.

第四步:人带一只羊过河,自己返回.

第五步:人带两只狼过河.

点评:算法是解决某一类问题的精确描述,有些问题使用形式化、程序化的刻画是最恰当的.这就要求我们在写算法时应精练、简练、清晰地表达,要善于分析任何可能出现的情况,体现思维的严密性和完整性.本题型解决问题的算法中某些步骤重复进行多次才能解决,在现实生活中,很多较复杂的情境经常遇到这样的问题,设计算法的时候,如果能够适当地利用某些步骤的重复,不但可以使得问题变得简单,而且可以提高工作效率.

例 2 喝一杯茶需要这样几个步骤:洗刷水壶、烧水、洗刷茶具、沏茶.问:如何安排这几个步骤?并给出两种算法,再加以比较.

分析:本例主要为加深对算法概念的理解,可结合生活常识对问题进行分析,然后解决问题.

解:算法一:

第一步,洗刷水壶.

第二步,烧水.

第三步,洗刷茶具.

第四步,沏茶.

算法二:

第一步,洗刷水壶.

第二步,烧水,烧水的过程当中洗刷茶具.

第三步,沏茶.

点评:解决一个问题可有多个算法,可以选择其中最优的、最简单的、步骤尽量少的算法.上面的两种算法都符合题意,但是算法二运用了统筹方法的原理,因此这个算法要比算法一更科学.

例 3 写出通过尺轨作图确定线段 AB 一个 5 等分点的算法.

分析:我们借助于平行线定理,把位置的比例关系变成已知的比例关系,只要按照规则一步一步去做就能完成任务.

解:算法分析:

第一步,从已知线段的左端点 A 出发,任意作一条与 AB 不平行的射线 AP .

第二步,在射线上任取一个不同于端点 A 的点 C ,得到线段 AC .

第三步,在射线上沿 AC 的方向截取线段 $CE=AC$.

第四步,在射线上沿 AC 的方向截取线段 $EF=AC$.

第五步,在射线上沿 AC 的方向截取线段 $FG=AC$.

第六步,在射线上沿 AC 的方向截取线段 $GD=AC$,那么线段 $AD=5AC$.

第七步,连结 DB .

第八步,过 C 作 BD 的平行线,交线段 AB 于 M ,这样点 M 就是线段 AB 的一个 5 等分点.

点评:用算法解决几何问题能很好地训练学生的思维能力,并能帮助我们得到解决几何问题的一般方法,可谓一举多得,应多加训练.

知能训练

设计算法判断一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 是否有实数根.

解:算法步骤如下:

第一步,输入一元二次方程的系数: a, b, c .

第二步,计算 $\Delta=b^2-4ac$ 的值.

第三步,判断 $\Delta \geq 0$ 是否成立.若 $\Delta \geq 0$ 成立,输出“方程有实根”;否则输出“方程无实根”,结束算法.

点评:用算法解决问题的特点是:具有很好的程序性,是一种通法.并且具有确定性、逻辑性、有穷性.让我们结合例题仔细体会算法的特点.

拓展提升

中国网通规定:拨打市内电话时,如果不超过 3 分钟,则收取话费 0.22 元;如果通话时间超过 3 分钟,则超出部分按每分钟 0.1 元收取通话费,不足一分钟按一分钟计算.设通话时间为 t (分钟),通话费用 y (元),如何设计一个程序,计算通话的费用.

解:算法分析:

数学模型实际上为: y 关于 t 的分段函数.

关系式如下:

$$y = \begin{cases} 0.22, & (0 < t \leq 3), \\ 0.22 + 0.1(t-3), & (t > 3, t \in \mathbf{Z}), \\ 0.22 + 0.1([t-3]+1), & (t > 3, t \notin \mathbf{Z}). \end{cases}$$

其中 $[t-3]$ 表示取不大于 $t-3$ 的整数部分.

算法步骤如下:

第一步,输入通话时间 t .

第二步,如果 $t \leq 3$,那么 $y = 0.22$;否则判断 $t \in \mathbf{Z}$ 是否成立,若成立执行 $y = 0.22 + 0.1 \times (t-3)$;否则执行 $y = 0.22 + 0.1 \times ([t-3]+1)$.

第三步,输出通话费用 c .

课堂小结

(1) 正确理解算法这一概念.

(2) 结合例题掌握算法的特点,能够写出常见问题的算法.

作业

课本本节练习 1、2.