

樂思數學

陳夢熊

梁瑞華

郭佩雯

教師版本

適用於 **整體課程** 和 **剪裁課程**

中大出版社

二上

樂思數學

二上

教師版本

陳夢熊 (B. Sc. Hons., Dip. Ed.)
梁瑞華 (B. Sc. Hons., Dip. Ed.)
郭佩雯 (B. A. Hons., Dip. Ed.)



中大出版社

作者：

陳夢熊 (B.Sc. HONS., DIP. ED.)

梁瑞華 (B.Sc. HONS., DIP. ED.)

郭佩雯 (B.A. HONS., DIP. ED.)

編輯：

彭玉珠 (B. SC.)

郭可思 (B.A. HONS.)

張冠民 (B. SC. HONS.)

林舒 (B. SC. HONS.)

平面設計：

高文灝 (B. SC. HONS.)

邱順鋒

排版：

陳志華

張惠芳

李國忠

陳珈欣

賴醞行

本書版權屬中大出版社所有。未經本出版社同意，本書所有部分均不可以電子、機械、影印、錄音或其他方式翻印、轉載或儲存於檢索系統之內。

© 中大出版社

出版及發行：中大出版社

香港柴灣祥利街十七號

致高工業大廈七字樓

電話：25582247 (3 線)

傳真：25582240

一九九七年 初版

序言

「**樂思數學 一至五冊**」是按照香港課程發展議會最新的中學數學科課程綱要以及香港考試局最新制定的考試綱要所編寫的。為了配合最新**剪裁課程**的要求，本書特別將「非剪裁部分」以**紫色紅色框**和**非剪裁部分**或標誌作記，以區分**整體課程**和**剪裁課程**，故本叢書同時適用於這兩個課程。

近年來，大家已經公認了一個「**更輕鬆、更有效地學習的課程**」是編寫教科書的主要目標，故此我們努力埋首，編寫出一本趣味與知識並重的教科書，以求開拓學習數學的新天地。構思這本書時，我們不但旨在幫助不諳數學的學生學得好，希望他們從而獲得滿足感，還希望令數學天分高的學生，成績更進一步。

A. 主要特點（第一、二、三冊）

(1) 形式

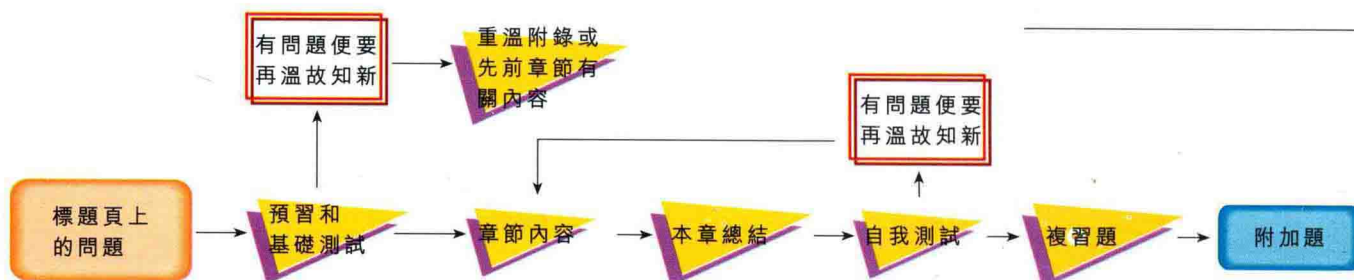
每級的課本共分上、下兩冊，上冊在學年的上學期使用，而下冊則在下學期使用。

(2) 取向

本書採用「啟發式」的教學方法。

書中有多個課堂討論和課堂活動，除增加學生的參與感之外，還可以鼓勵他們主動提出自己的看法，訓練學生的數學思維。我們不但強調學習知識，而且十分重視培養學生的數學思考技能，因此，訓練學生解決數學問題是我們的首要原則，而且我們會將這些技巧應用到日常的問題，令學習數學變得更生活化、更吸引。除此之外，本書更在學習目標和學習方法這兩方面作出周詳的安排，達至兩面兼顧。

(3) 章節結構



- (i) **標題頁上的問題**：將與章節主題有關的問題，以有趣的漫畫形式表達，引起學生的學習興趣；解決這些問題所需的概念和技巧已經滲透在章節內，學生完成該章節後便可立刻活學活用。

- (ii) **預習和基礎測試**：為學生作好充足準備，學習一些新知識。
- (iii) **章節內容**：所需的知識和數學概念均通過「啟發式」的教學方法教授給學生。我們一向提倡以透徹了解取代牢記內容和公式的學習態度，故在篇幅內加插了課堂討論和課堂活動，達至互動教學的目的，令學生積極參與，互相激發出更多靈感。
- (iv) **本章總結**：總結內的簡單配對測驗讓學生重溫有關的數學詞彙、要點和概念，而簡潔的摘要則方便學生記憶。
- (v) **自我測試**：每條問題闡明具體的概念或技巧，鞏固剛學過的知識，讓學生測試自己對新知識的掌握程度。倘若學生在回答題目時遇到困難，則表示有需要複習有關章節。
- (vi) **練習**：本書所有的練習，包括每章結尾的複習題都有助鞏固已經學習過的知識，而所有問題按難度分為程度一和程度二。
- (vii) **附加題**：附加題的練習引導學生加深探討和思考主題的概念。學生必須充分利用新學到的技巧和知識去解決問題，而這些問題可能與日常生活有關，或可能引導學生去欣賞數學有趣和漂亮的一面，也可能是一些著重實踐的小組計劃或遊戲。

B. 其他與眾不同的特點（第一、二、三冊）

(1) 思考方法的介紹

我們對學習目標和學習方法這兩方面同樣重視，故此，在每級的第零章介紹各種數學思考的方法，運用簡單而有力的例子來說明這些抽象但重要的解題技巧，再以明確而簡潔的註引引導學生掌握這些方法。

(2) 配合主題的插圖

書中清晰而吸引人的插圖和照片，有助理解數學的概念。

(3) 綜合練習

每一冊的綜合練習一和綜合練習二供學生全面複習各章的內容，讓學生評估自己是否掌握到各種概念和技巧；這些問題一般並不涉及冗長的運算。

(4) 答案

本書為每一章標題頁上的問題、基礎測試、自我測試、練習、附加題和綜合練習提供詳盡的答案。

我們要感謝各位同事，為本書提供寶貴的意見和幫忙。我們特別要感謝杜文江博士，在編寫這套叢書期間，啟發了我們編寫的靈感。

我們亦在此衷心感謝各審稿者：尹志強先生、王美琴女士、石祥明先生、朱日夫先生、吳政亨先生、林耀輝先生、梁仕昌先生和陳森泉先生。

最後，我們還要感謝中大出版社，為了製作本叢書給予我們極大的支持和幫助。

我們歡迎各界對本叢書的指點賜教，這些寶貴的意見將供日後再版參考。

陳夢熊
梁瑞華
郭佩雯

✧ 教學要點 ✧

- 學生可從解決以下問題的過程中學會解題的技巧。
- 可將部分關鍵步驟給予學生作提示。

第10章

數學思考方法

關鍵步驟：

- $\because E+R=E \quad \therefore R=0$
- 已知 $R=0, I=1$ ，而 $1+O=1$ ，其中 $O \neq 0$ ，
 $\therefore O=9$ 和 $V+U > 10$
- 已知 $R=0, I=1, O=9$ ，
 $2F+1=N < 10$
 $\therefore N$ 為奇數， F 的可能值為 2、3 和 4。
 $\because 2F+1 \geq 5 \quad \therefore N$ 的可能值為 5 和 7。
(捨去 7， $\because$ 若 $V+U=17$ ， V 和 U 其中一個必為 9)
 $\therefore N=5$
- 已知 $R=0, I=1, O=9, N=5$ ，
 $\therefore V+U=15 \quad \therefore V, U=7$ 或 8
- E 的可能值為 3、4 和 6。

答案：

F	I	N	O	R	E	U	V
2	1	5	9	0	3	7	8
2	1	5	9	0	3	8	7
2	1	5	9	0	4	7	8
2	1	5	9	0	4	8	7
2	1	5	9	0	6	7	8
2	1	5	9	0	6	8	7



下列算式中，每個英文字母分別代表 0 至 9 的數字。如果 $I=1$ ，每個英文字母分別代表甚麼數字？

【提示：先確定 R 和 O 的值。】

FIVE
+) FOUR

NINE

目錄

章		頁
0	數學思考方法	
0.1	回顧	1
0.2	思考方法	2
	本章總結	9
1	率、比和比例	
1.1	率	13
1.2	比	16
1.3	多個同類量之比	20
1.4	正比例	23
1.5	比例的應用	27
1.6	反比例	34
	本章總結	37
	複習題一	39
2	角和多邊形	
2.1	簡單的演繹證明法	46
2.2	三角形的外角	50
2.3	多邊形的角	55
2.4	正多邊形的作圖方法	63
2.5	鋪嵌	64
	本章總結	66
	複習題二	68
3	近似值	
3.1	有效數字	74
3.2	日常生活中的有效數字	78
	本章總結	81
	複習題三	82
4	畢氏定理	
4.1	畢氏定理	86
4.2	畢氏定理的證明	88
4.3	平方根的計算	92
4.4	畢氏定理的應用	94
	本章總結	98
	複習題四	100
	綜合練習一	104



標記的章節，全屬「非剪裁部分」。

標記的章節，部分屬「非剪裁部分」。

5**多項式**

5.1	多項式	111
5.2	多項式的加法和減法	114
5.3	多項式的乘法	116
5.4	多項式的除法	118
5.5	單項式因式	121
5.6	用併項的方法作因式分解	122
5.7	簡單的代數分式	125
5.8	代數分式的乘法和除法	126
5.9	代數分式的加法和減法	127
	本章總結	130
	複習題五	132

6**三角比**

6.1	單位圓	137
6.2	角的餘弦	138
6.3	使用計算機求餘弦比之值	140
6.4	直角三角形的餘弦比	143
6.5	角的正弦	148
6.6	使用計算機求正弦比之值	150
6.7	直角三角形的正弦比	153
6.8	角的正切	157
6.9	直角三角形的正切比	160
6.10	三角比的應用	164
	本章總結	167
	複習題六	169

7**公式的應用**

7.1	文字方程	174
7.2	公式和代入法	177
7.3	主項的變換	180
	本章總結	183
	複習題七	184

綜合練習二	186
--------------------	------------

答案	190
-----------------	------------

附錄	198
-----------------	------------

索引	199
-----------------	------------

本節主旨

- 重溫解題技巧。

✿ 教學技巧 ✿

- 指出解答問題的步驟：
觀察—嘗試—驗證。

第0章

0.1 回顧

我們在第一冊中學習了一些有系統地解決數學問題的方法，本章我們將多學習一種思考方法，就是運用方程。現在，讓我們先溫習一些解決問題的思考方法。

解決問題的步驟：

1. 瞭解問題（觀察）

- (a) 小心閱讀問題
- (b) 找出重要的資料（把重要字詞及數字加上底綫）
- (c) 知道要找尋甚麼

2. 找尋答案（嘗試）

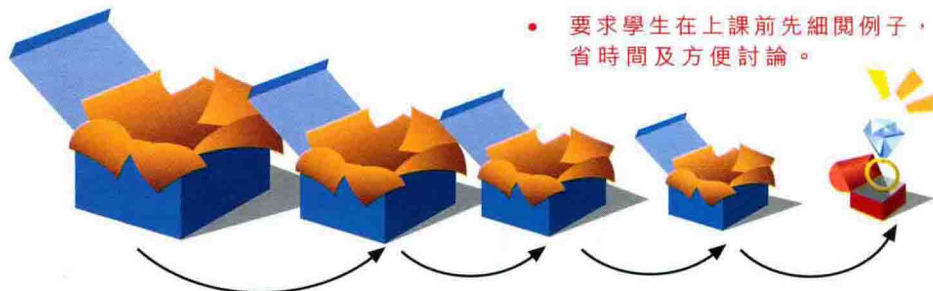
- (a) 集齊有用的資料
- (b) 選擇以下一種或多種思考方法解決問題：
 - (i) 實行
 - (ii) 反覆試驗法
 - (iii) 簡化問題
 - (iv) 表列法
 - (v) 找尋模式、規律或關係
 - (vi) 繪畫圖像
 - (vii) 倒行法
- (c) 如有需要，再思考及改變思考方法
- (d) 檢討所做的工作
- (e) 寫下答案

3. 驗算答案（驗證）

- (a) 答案是否滿足問題的所有要求？
- (b) 答案是否合理？
- (c) 其他人明白你的答案嗎？

0.2 思考方法

A 實行



本節主旨

- 通過例子認識不同的思考方法。
- 打好解決數學問題的基礎。

✿ 教學技巧 ✿

- 要求學生在上課前先細閱例子，以節省時間及方便討論。

✿ 教學要點 ✿

- 這個方法是著重寫下心目中的想法。

例一 3 名學生在黑板前排成一直線，他們可以有多少種不同的排列方式？**相關題** → 練習 0 #6

解：以 A、B 和 C 代表 3 名學生，然後列出情況。

ABC	BAC	CAB
ACB	BCA	CBA

3 名學生共有 6 種不同的方式排列成直線。

備註：一些實質活動如數手指或移動實物有助靈活思考。

B 反覆試驗法



✿ 教學要點 ✿

- 這個方法是指出估計的重要性，因為日常生活中的問題都經常會用到反覆試驗法去找答案。

例二 一個農場裏，一些雞和豬合計共有 26 個頭和 68 隻腳，問雞和豬各有多少？**相關題** → 練習 0 #3

解：猜想一：假設有 13 隻豬和 13 隻雞。

驗算：

$$\text{腳的總數} = 13 \times 4 + 13 \times 2 = 78$$

由於豬的腳比雞的腳多，因此豬的數量應較少。

猜想二：假設有 10 隻豬和 16 隻雞。

驗算：

$$\text{腳的總數} = 10 \times 4 + 16 \times 2 = 72$$

很接近，因此豬的數量只需少一點。

猜想三：假設有 8 隻豬和 18 隻雞。

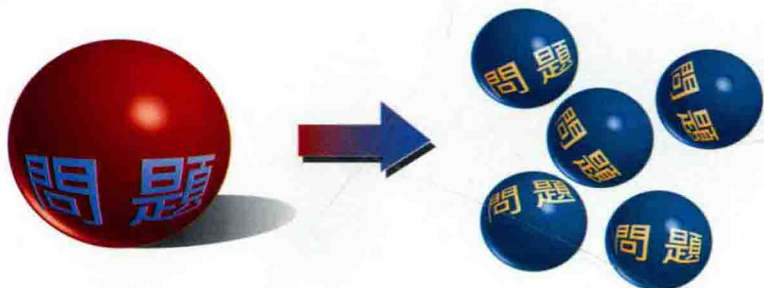
驗算：

$$\text{腳的總數} = 8 \times 4 + 18 \times 2 = 68$$

因此，農場裏共有 8 隻豬和 18 隻雞。

備註： 解決日常生活中不涉及太大數值的問題時，反覆試驗法是很常用的。

C 簡化問題



✕ 教學要點 ✕

- 這個方法強調簡化問題，以助學生看清楚解題的竅門。

例三 一平面上共有 4 點，若其中沒有任何 3 點可聯成 1 條直綫，試求這些點共可聯成多少條直綫。**相關題** → 練習 0 #4

解： 由於沒有任何 3 點可聯成 1 條直綫，試個別考慮每個情況。

情況一： 第二點與第一點連接，得 1 條直綫。

情況二： 新的 1 點分別與原來的 2 點連接，得 2 條直綫。

情況三： 新的 1 點分別與原來的 3 點連接，再得 3 條直綫。

所以，4 點聯起來便有 $1 + 2 + 3$ 條直綫，即 6 條直綫。

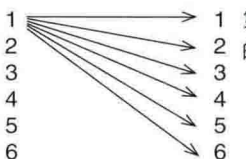
備註： 將複雜的問題抽絲剝繭，化簡成多個獨立的問題，逐步解決。

D 表列法

×	5	10
2	10	20
3	15	30

例四 如擲兩粒骰子，問可能出現的和共有多少個？哪個和出現的次數最多？**相關題** → 練習0 #9

解： 第一粒骰子可得
的點數



1 第二粒骰子可得
的點數
2
3
4
5
6

根據上圖，列表顯示可能出現的和：

		第一粒骰的點數					
第二粒骰的點數	+	1	2	3	4	5	6
	1	2	3	4	5	6	7
	2	3	4	5	6	7	8
	3	4	5	6	7	8	9
	4	5	6	7	8	9	10
	5	6	7	8	9	10	11
	6	7	8	9	10	11	12

重組以上資料於另一表內：

擲得點數之和	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
出現次數	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1

因此，可能出現的和共有 11 個，而出現次數最多的和是 7。

備註： 表列法可把複雜的問題以有系統的方式表達，方便作進一步的分析和計算。

E 找尋模式



例五 假設你有以下資料：**相關題** → 練習0 #2, 5

$$1^3 = 1$$

$$1^3 + 2^3 = 9$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 = 36$$

你能否不使用計算機，寫出 $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3$ 、

$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3$ 和 $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3$ 的答案？

✧ 教學要點 ✧

- 將問題的資料以表排列，有助學生透過演繹法得到一個整體概念。

✧ 教學要點 ✧

- 將問題的資料以表排列，有助學生透過歸納法得到一個整體概念。

解：根據已知模式：

$$\begin{aligned} 1^3 &= 1 = 1^2 \\ 1^3 + 2^3 &= 9 = 3^2 = (1 + 2)^2 \\ 1^3 + 2^3 + 3^3 &= 36 = 6^2 = (1 + 2 + 3)^2 \end{aligned}$$

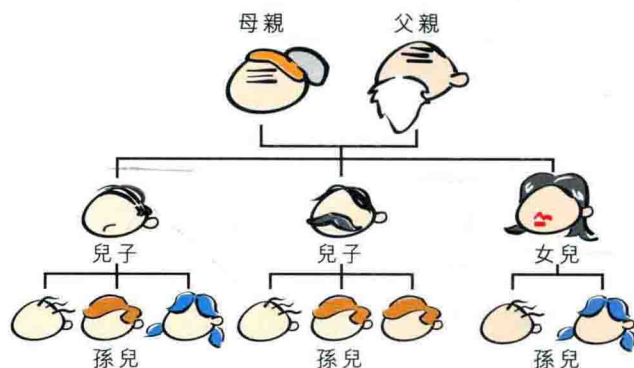
我們推測：

$$\begin{aligned} 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 &= (1 + 2 + 3 + 4)^2 \\ &= 10^2 \\ &= \underline{\underline{100}} \\ 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 &= (1 + 2 + 3 + 4 + 5)^2 \\ &= 15^2 \\ &= \underline{\underline{225}} \\ 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 &= (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6)^2 \\ &= 21^2 \\ &= \underline{\underline{441}} \end{aligned}$$

驗算： $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = (1 + 8 + 27 + 64) = 100$

備註：模式是經常存在的，假如我們有條理地排列資料，隱藏着的模式便很易看得到，答案亦呼之欲出。

F 繪畫圖像

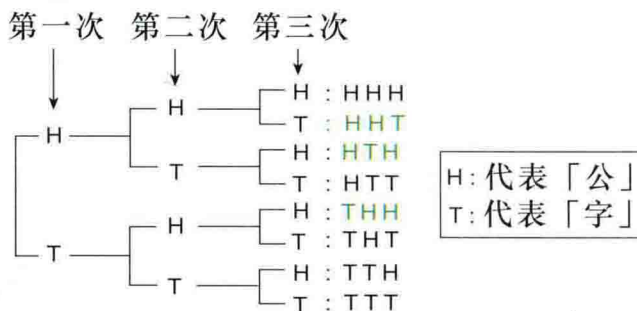


✧ 教學要點 ✧

- 繪圖有助學生將整個問題清晰地展現眼前。

例六 如擲一硬幣三次，能有多少種兩「公」一「字」的可能結果？**相關題** → 練習0 #1

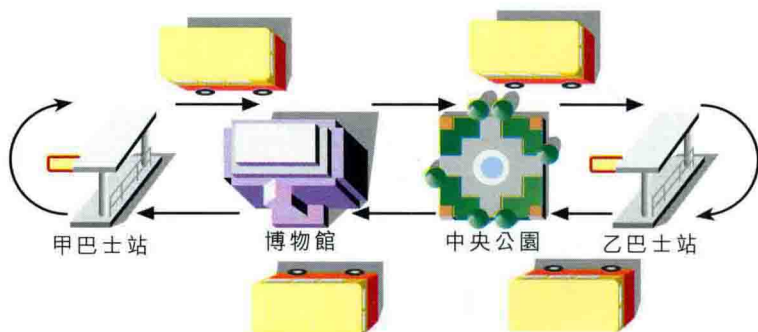
解：繪畫圖像：



有 3 種兩「公」一「字」的結果。

備註：繪畫簡單的圖像是解決問題的有效技巧。

G 倒行法



✧ 教學要點 ✧

- 由結果再推回問題給出的條件，可助學生將問題原原本本地展示出來。

例七 如果明天的後一天的後一天是星期五的前一天的前一天，問今天是星期幾？**相關題** → 練習0 #7

解： 由星期五倒數。

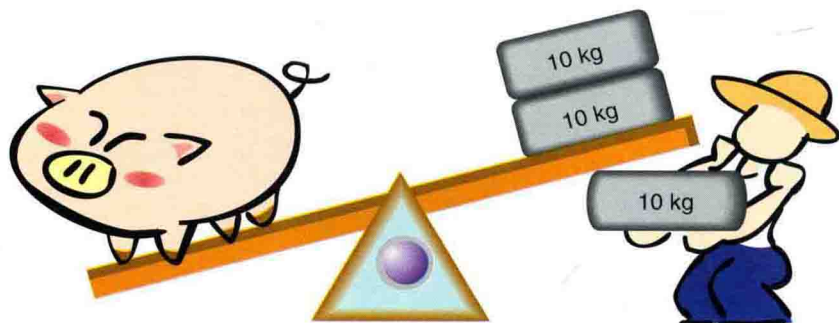
今天 → 明天 → 日 → 日 ← 日 ← (五)

(日) (一) (二) (三) (四)

∴ 今天是星期日。

備註： 在尋找問題的答案時，有時由問題的最後部分出發向前推論是較易得到答案的。

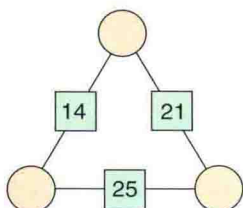
H 運用方程



✧ 教學要點 ✧

- 重點是引入未知數後以方程解決問題。

例八 下圖正方形內的數目是兩邊圓形內數目的和，試找出每個圓形內欠缺的數目。**相關題** → 練習0 #8



解： 設 a 、 b 和 c 分別為三個圓形內的數目。運用方程，我們可得：

$$a + b = 14 \dots\dots\dots(1)$$

$$b + c = 25 \dots\dots\dots(2)$$

$$a + c = 21 \dots\dots\dots(3)$$

$$(1) + (2), \quad a + 2b + c = 14 + 25$$

$$(a + c) + 2b = 39$$

$$\text{根據 (3),} \quad 21 + 2b = 39$$

$$2b = 39 - 21$$

$$= 18$$

$$b = 9$$

$$\therefore a = 14 - 9 = 5$$

$$c = 25 - 9 = 16$$

驗算：

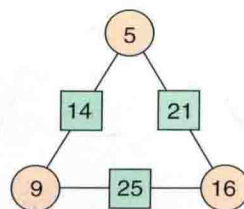
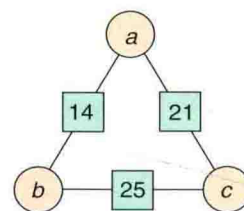
$$5 + 9 = 14$$

$$9 + 16 = 25$$

$$5 + 16 = 21$$

答案正確。

$\therefore$ 各數分別為 5、9 和 16。



備註： 運用方程即是將問題中的未知數以符號代替，以便化簡。



課堂討論：學習表達和交換意見

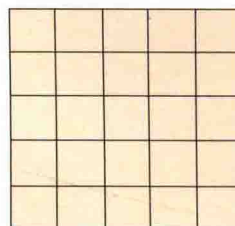
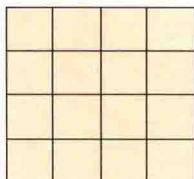
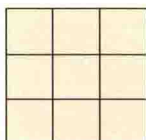
以小組形式討論以下問題。

(a) 下列圖形中共有多少個正方形（包括不同大小的正方形）？

(i) 「 3×3 」格

(ii) 「 4×4 」格

(iii) 「 5×5 」格



大小不同的正方形數量

	1×1	2×2	3×3	4×4	5×5	總數
3×3	9	4	1	0	0	14
4×4	16	9	4	1	0	30
5×5	25	16	9	4	1	55

✧ 教學要點 ✧

- 建議運用表列法處理不同大小的正方形數量，並運用找尋模式的方法解決問題。

(b) 用 (a) 小題的模式求「 10×10 」格的圖形共有多少個正方形？

✧ 教學技巧 ✧

- 逐步引導學生解題，使他們知道自己運用的思考方法，並學習如何去闡述自己的答案。

由上觀之，「 10×10 」格的圖形共有正方形：

$$1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + 49 + 64 + 81 + 100 = \underline{385} \text{ 個} \quad (\text{課堂討論結束})$$



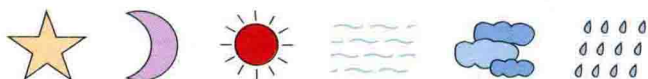


練習 0

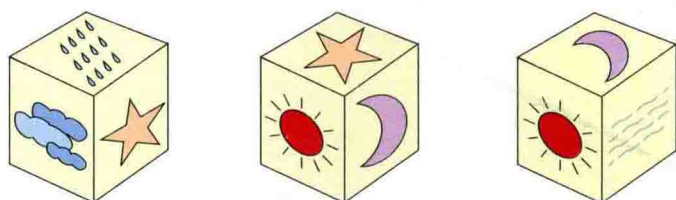
分組討論以下問題。(1-8)

程度一

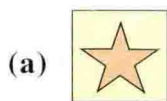
1. 一正方體的六面分別印有以下圖案：



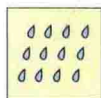
由三個不同角度看此正方體的圖像如下：



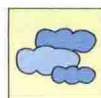
以下圖案的背面是甚麼圖案？



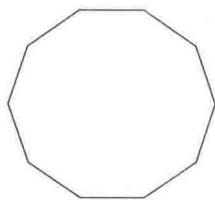
(b)



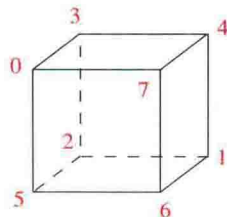
(c)



2. 在十邊形內可以畫出多少條對角綫？



3. 試將數字 0 至 7 放在一正方體的 8 個頂點上，而每條邊上的 2 個數字之和必須為質數。



4. 右圖是一個由四層波子砌成的三角錐體的俯瞰圖，第一層有 1 粒波子，第二層有 3 粒波子，如此類推。若以同一方法砌一六層高的三角錐體，

(a) 第六層有多少粒波子？

(b) 該三角錐體共有多少粒波子？



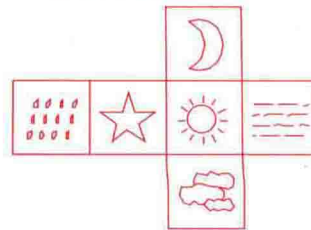
#5【建議運用找尋模式】

$$\begin{aligned}
 &1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 99 \\
 &+ 99 + 97 + 95 + 93 + \dots + 1 \\
 &\hline
 &100 + 100 + 100 + 100 + \dots + 100 \quad (\text{共有 50 個 } 100) \\
 &\therefore 1 + 3 + 5 + \dots + 99 = \frac{100 \times 50}{2} = 2500
 \end{aligned}$$

教學要點

- 解問題的思考方法是因人而異的，有時只需一種方法便可找到答案，有時會同時運用數種方法才能得到答案。解答問題時，可要求學生說明自己所運用的思考方法。

#1【建議運用實行或繪畫圖像解決問題】



#2【建議運用簡化問題和找尋規律】

n 邊多邊形	所有頂點聯綫的數目	對角綫的數目
3	$1+2$	$1+2-3$
4	$1+2+3$	$1+2+3-4$
5	$1+2+3+4$	$1+2+3+4-5$
6	$1+2+3+4+5$	$1+2+3+4+5-6$

由上觀之，十邊形共有對角綫

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9-10 = 35$$

#3【建議運用反覆試驗法及以下準則】

因為每條綫上的 2 個數字之和必為質數，故應避免下列情形：

0-4, 0-6, 2-4, 2-6, 2-7, 3-5, 3-6, 3-7, 4-5, 4-6, 5-7 等。

#4【建議運用實行和找尋模式】

層數	該層波子數目
1	$1 = 1$
2	$1+2 = 3$
3	$1+2+3 = 6$
4	$1+2+3+4 = 10$

(a) 由上觀之，第六層共有波子

$$1+2+3+4+5+6 = 21$$

(b) 該三角錐體共有波子

$$\begin{aligned}
 &1 + (1+2) + (1+2+3) + (1+2+3+4) \\
 &+ (1+2+3+4+5) + (1+2+3+4+5+6) \\
 &= 1 + 3 + 6 + 10 + 15 + 21 = 56
 \end{aligned}$$

5. 求 $1+3+5+7+\dots+99$ 的和。