学第一 考第一 永远争第一

学考第1

教材同步点拨

·人教课标版·

数学

七年级（上）

主编／宫明义 蒋声华 于建春

东北师范大学出版社

学第一 考第一 永远争第一

学考第1

教材同步点拨

·人教课标版·

数学

七年级（上）

主编／宫明义 蒋声华 于建春

东北师范大学出版社·长春

□本册主编：宫明义　蒋声华　于建春
□编　　者：宫明义　蒋声华　于建春　郭　洁　刘翠霞　胡耀华　于军生
于秋生　于培冰　王　瑛　孙　杰　张　晔　吕宏业　孙永艳
董　宏　梁　勇　初晓明　柳国光　衣美青　任　喆

图书在版编目（CIP）数据

学考第一．教材同步点拨．七年级数学．上：人教课标版／宫明义，蒋声华，于建春主编．—长春：东北师范大学出版社，2005.4
ISBN　7－5602－4057－7

Ⅰ．学…　Ⅱ．①宫…②蒋…③于…　Ⅲ．数学课—初中—教学参考资料　Ⅳ．G634

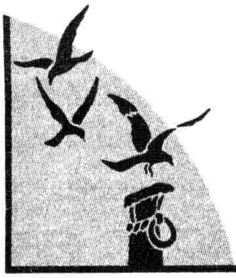
中国版本图书馆 CIP 数据核字（2005）第 019617 号

□总策划：第二编辑室
□责任编辑：马　男　□封面设计：魏国强
□责任校对：张　笑　□责任印制：张允豪

东北师范大学出版社出版发行
长春市人民大街 5268 号（130024）
电话：0431—5695744　5688470
传真：0431—5695734
网址：http：//www.nenup.com
电子函件：sdcbs@mail.jl.cn
广告许可证：吉工商广字 2200004001001 号
东北师范大学出版社激光照排中心制版
延边新华印刷有限公司印装
吉林省延吉市河南街 818 号（133001）
2005 年 6 月第 1 版　2005 年 6 月第 1 次印刷
幅面尺寸：185 mm×260 mm　印张：9　字数：260 千
印数：00 001—20 000 册

定价：10.80 元

如发现印装质量问题，影响阅读，可直接与承印厂联系调换



目 录

第一章 有理数 …… 1

第一节 正数和负数 …… 1

基础知识归纳 …… 1

重点知识讲解 …… 1

易混知识辨析 …… 1

典型例题 …… 2

教材例题习题的变形题 …… 2

综合应用题 …… 2

创新题 …… 3

与现实生活联系的应用题 …… 3

第一节同步测试 …… 3

第二节 有理数 …… 4

基础知识归纳 …… 4

重点知识讲解 …… 5

典型例题 …… 5

教材例题习题的变形题 …… 7

学科内综合题 …… 7

综合应用题 …… 8

创新题 …… 9

中考题 …… 9

第二节同步测试 …… 10

第三节 有理数的加减法 …… 12

基础知识归纳 …… 12

重点知识讲解 …… 12

典型例题 …… 12

教材例题习题的变形题 …… 14

学科内综合题 …… 14

综合应用题 …… 15

创新题 …… 17

中考题 …… 18

第三节同步测试 …… 19

第四节 有理数的乘除法 …… 20

基础知识归纳 …… 20

重点知识讲解 …… 20

典型例题 …… 20

教材例题习题的变形题 …… 22

学科内综合题 …… 22

综合应用题 …… 24

创新题 …… 25

中考题 …… 25

第四节同步测试 …… 26

第五节 有理数的乘方 …… 27

基础知识归纳 …… 27

重点知识讲解 …… 27

典型例题 …… 28

学科内综合题 …… 30

综合应用题 …… 31

创新题 …… 33

中考题 …… 34

第五节同步测试 …… 34

第一章 测试性自我考评 …… 35

教材基础知识针对性训练 …… 35

探究应用拓展性训练 …… 36

第二章 一元一次方程 …… 38

第一节 从算式到方程 …… 38

基础知识归纳 …… 38

重点知识讲解 …… 38

典型例题 …… 38
教材例题习题的变形题 …… 40
学科内综合题 …… 40
综合应用题 …… 41
创新题 …… 42
中考题 …… 42
第一节同步测试 …… 43
第二节 从古老的代数书说起
——一元一次方程的讨论(1) …… 44
基础知识归纳 …… 44
重点知识讲解 …… 44
典型例题 …… 45
教材例题习题的变形题 …… 45
学科内综合题 …… 46
综合应用题 …… 47
创新题 …… 48
中考题 …… 49
第二节同步测试 …… 50
第三节 从“买布问题”说起
——一元一次方程的讨论(2) …… 51
基础知识归纳 …… 51
重点知识讲解 …… 51
典型例题 …… 51
教材例题习题的变形题 …… 53
学科内综合题 …… 53
综合应用题 …… 55
创新题 …… 56
中考题 …… 57
第三节同步测试 …… 57
第四节 再探实际问题与一元一次方程 …… 58
基础知识归纳 …… 58
重点知识讲解 …… 58
典型例题 …… 59
教材例题习题的变形题 …… 60
学科内综合题 …… 61
综合应用题 …… 62
创新题 …… 63
中考题 …… 64
第四节同步测试 …… 64
第二章 测试性自我考评 …… 65
教材基础知识针对性训练 …… 65
探究应用拓展性训练 …… 66
第三章 图形认识初步 …… 67
第一节 多姿多彩的图形 …… 67
基础知识归纳 …… 67
重点知识讲解 …… 67
典型例题 …… 68
教材例题习题的变形题 …… 70
学科内综合题 …… 70
综合应用题 …… 71
中考题 …… 71
第一节同步测试 …… 71
第二节 直线、射线、线段 …… 75
基础知识归纳 …… 75
重点知识讲解 …… 75
典型例题 …… 75
教材例题习题的变形题 …… 77
学科内综合题 …… 77
综合应用题 …… 78
创新题 …… 79
中考题 …… 80
第二节同步测试 …… 81
第三节 角的度量 …… 84
基础知识归纳 …… 84
重点知识讲解 …… 85
典型例题 …… 85
教材例题习题的变形题 …… 86
学科内综合题 …… 87
综合应用题 …… 87
创新题 …… 87
中考题 …… 88
第三节同步测试 …… 89
第四节 角的比较与运算 …… 90
基础知识归纳 …… 90
重点知识讲解 …… 91
典型例题 …… 91
教材例题习题的变形题 …… 92
学科内综合题 …… 93
综合应用题 …… 94
创新题 …… 94
中考题 …… 95

第四节同步测试 …………………………… 96
第三章　测试性自我考评 ………………………… 99
教材基础知识针对性训练 ……………………… 99
探究应用拓展性训练 ………………………… 101

第四章　数据的收集与整理 ……………………… 102
第一节　喜爱哪种动物的同学最多
——全面调查举例 ………………………… 102
第二节　调查中小学生视力情况
——抽样调查举例 ………………………… 102
基础知识归纳 ………………………………… 102
重点知识讲解 ……………………… 102

典型例题 ………………………………… 102
教材例题习题的变形题 ………… 105
学科内综合题 ………………………… 105

综合应用题 ………………………… 107
中考题 ………………………………… 108
针对性训练 …………………………………… 109

期中测试 ………………………………………… 110
教材基础知识针对性训练 …………………… 110
探究应用拓展性训练 ………………………… 111

期末测试 ………………………………………… 112
教材基础知识针对性训练 …………………… 112
探究应用拓展性训练 ………………………… 114

参考答案 ………………………………………… 116

第一章 有理数

第一节 正数和负数

基础知识归纳

1. 正数和负数的概念

大于零的数为正数,在正数前面填上"一"号的数叫负数,如-3,-2,-0.5等.

2. 数0既不是正数也不是负数

3. 用正数和负数表示具有相反意义的量

重点知识讲解

1. 负数的意义

像-5,$-\frac{2}{7}$,-9.56,$-\pi$等在正数前面加上"一"号的数叫负数.负数是由实际需要和数学本身发展的需要而引入的.例如:某地白天的气温最高时为10℃,夜晚下降了11℃,这时气温$(10-11)$℃,这在以前是不能计算的,却是客观存在的,于是引入了一个新的数——负数.

2. 用正数和负数表示相反意义的量

正数是比零大的数,负数是比零小的数,这里的大小具有相反的意义,因此我们用正、负数表示具有相反意义的量.

例如:零上5℃与零下10℃.

一般情况下,正负规定如下:

符号	具有相反意义的量						
+	收入	盈余	上升	零上	东	增加	……
−	支出	亏损	下降	零下	西	减少	……

易混知识辨析

1. "正"和"整"的区别

正是相对于负而言的,整数是相对于分数而言的.

2. 零是整数,它既不是正数,也不是负数

3. 任意有限小数和无限循环小数都是分数

4. 非负整数包括正整数和零,不宜理解为不是负整数

典型例题

例 1 下列各数哪些是正数？哪些是负数？

$5.8.6, -6, -3.7, +1009, -1.7, +\frac{8}{5}, 0.26, -\frac{5}{3}, 0.$

解析 正数：$5.8.6, +1009, +\frac{8}{5}, 0.26$

负数：$-6, -3.7, -1.7, -\frac{5}{3}$

评注 判断一个数是正数还是负数，要依据正数和负数的意义：大于 0 的数为正数，小于 0 的数为负数．应注意：①零既不是正数也不是负数；②带正号的数是正数，带负号的数是负数的认识是错误的．

例 2 下列语句中正确语句的个数有(　　)．

①小学学过的数都是正数

②负数就是前面带有负号的数

③自然数一定是正数

A. 0 个　　B. 1 个　　C. 2 个　　D. 3 个

解析 A

评注 此题的关键是掌握正数、负数的概念，题目的特点是阅读量大，表述模棱两可，必须对概念中的特殊元素 0 进行仔细的斟酌．

例 3 用正负数表示：盈利 6000 元可记作________元，亏损 500 元可记作________元．

解析 $+6000, -500$

评注 盈利与亏损是两个具有相反意义的量，可用正数和负数表示．一般情况下，盈利为正，亏损为负，故盈利 6000 元可记作 $+6000$ 元，亏损 500 元可记作 -500 元．

教材例题习题的变形题

例(7 页) 某地一天中午 12 时的气温是 7℃，过 5 h 气温下降了 4℃，又过 7 h 气温又下降了 4℃，第二天 0 时的气温是多少？

解析 第二天 0 时的气温是 -1℃．

评注 相反意义的量应包含两个因素：①它们的意义相反；②都是数量，而且这些数量的单位是统一的．

综合应用题

例 1 若向东走 2 m 记作 $+2$ m，向西走 3 m 记作 -3 m，则一个人从 A 地先走 12 m，再走 -15 m，又走 $+18$ m，最后走 -20 m，你能判断此人在何处吗？

解析 此人在 A 地西 5 m 处．

评注 向东走 2 m 记 $+2$ m，说明向东为正，则向西为负．走了 12 m，$+18$ m，则向东共走了 30 m；走 -20 m，-15 m，则向西共走了 35 m，所以最后向西走了 5 m．

例 2 不用符号说明下面每句话的实际意义．

①温度上升 -5℃　②向东走 -30 m

③收入 -80 元　④成本降低 -10%

解析 ①温度下降 5℃　②向西走 30 m　③支出 80 元　④成本增加 10%．

评注 “前进”、“上升”、“增加”等规定为正，则把它的相反意义规定为负．符号具有运算符号和性质符号的两重性．

例 3 在中国地形图上，珠穆朗玛峰和吐鲁番盆地处都标有表明它们高度的数(单位：m)，如图所示．这个数通常称为海拔高度，它是相对于海平面来说的．请说出图中所示的数 8 848 和 -155 表示的实际意义．海平面的高度用什么数表示？

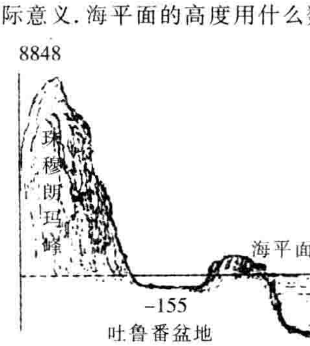


图 1 - 1

解析 8848 m 表示高出海平面 8848 m，-155 m表示低于海平面 155 m，海平面的高度用 0 表示．

评注 ①相反意义的量的大小可用正数、0、负数表示，表示相反意义的量是正、负数最直接的应用．

②0 是正、负数的界限，是一个实际存在的数量．

创新题

例 1 (**探究题**)观察下面一列数,探求其规律:

$-1,\frac{1}{2},-\frac{1}{3},\frac{1}{4},-\frac{1}{5},\frac{1}{6},\cdots$

(1)填写出第 7,8,9 三个数;

(2)第 2003 个数是什么?如果按其规律无限排列下去,与哪个数越来越接近?

解析 (1)第 7 个数为$-\frac{1}{7}$,第 8 个数为$\frac{1}{8}$,第 9 个数为$-\frac{1}{9}$.

(2)第 2003 个数为$-\frac{1}{2003}$.如果这一列数无限排列下去与 0 越来越接近.

评注 其规律为:①正、负数相间,奇数为负,偶数为正;②分数的分子都为 1,分母为自然数 1,2,3,…,且与数的序号相一致.

例 2 海边的一段堤岸高出海平面 12 m,附近的一建筑物高出海平面 50 m,海里的一潜水艇在海平面下 30 m 处.现在以海边堤岸高度为基准,将其记为 0 m,那么附近建筑物及潜水艇的高度各应如何表示?

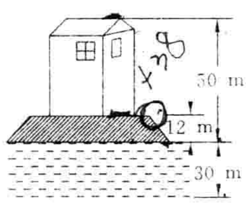


图 1 - 2

-42

解析 以堤岸高度为基准,即堤岸的高度为 0 m,则附近建筑物的高度为 +38 m,潜水艇的高度为 −42 m.

评注 基准的选法不同,表示的结果也不同,若以海平面为基准,则建筑物的高度为 +50 m,潜水艇的高度为 −30 m.

与现实生活联系的应用题

例 1 小芳在超市买了一袋洗衣粉,发现包装袋上有这样一段字样:“净重:800±5 g”请说明这段文字的含义.

在一次检测中,检查员从一箱洗衣粉中任取 5 袋,记录如下:

袋 号	1	2	3	4	5
净重(g)	803	798	800	794	805

根据上面的数据,解释这 5 袋洗衣粉的净重是否合格.

解析 每袋洗衣粉的净重介于 795 和 805 g 之间为合格.

这 5 袋洗衣粉 1,2,3,5 合格,4 不合格.

评注 ±5 g 实质上是有相反意义的量,即 +5 g 表示比 800 g 多 5 g,−5 g 表示比 800 g 少 5 g.

例 2 长沙市某天上午 10 点气温 15℃,晚上 10 点气温比上午 10 点气温低 5℃,凌晨 2 点气温又比晚上 10 点低 3℃,那么凌晨 2 点气温为多少度?比上午 10 点低几度?

解析 凌晨 2 点气温是 7℃,比上午 10 点低 8℃.

评注 规定:上午 10 点气温 15℃ 为标准温度,则低于 15℃ 为负,高于 15℃ 为正.

例 3 某老师把一小组五名同学的成绩简记为 +10,−5,0,+8,−3.又知道记为 0 的实际成绩表示 90 分,正数表示超过 90 分,则这五名同学的平均成绩为多少分?

解析 这五位同学的成绩分别为 100,85,90,98,87,所以平均成绩为

$\frac{1}{5}(100+85+90+98+87)=92$ 分.

第一节同步测试

教材基础知识针对性训练

一、选择题.

1. 下列说法正确的是( ).
   A. 带正号的数是正数 B. 带负号的数是负数
   C. 负数一定带有负号 D. 正数一定带有正号
2. 下列说法中正确的是( ).
   A. π 一定是正数
   B. $-a$ 一定是负数
   C. $-a$ 一定是正数
   D. $3+a$ 一定是正数
3. 下列说法中正确的是( ).
   A. 上升与下降是具有相反意义的量
   B. 前进 20 m 是具有相反意义的量
   C. 向南走 50 m 与向北走 30 m 是具有相反意义的量
   D. 收入 50 元与后退 3 m 是具有相反意义的量

4. 下列说法正确的是(D).

A. 零表示什么也没有

B. 小学学过的数都是正数

C. 小学学过的数前面加负号都是负数

D. $+5$ 和 5 意义相同

二、填空题.

1. 下列各数 $-2, 0, -\frac{1}{2}, -10, 3.5$ 中,正数有________.

2. 某地人口负增长率为 0.2%,实际表示________.

3. 一个数既不是正数也不是负数,则这个数是 0 .

4. 如果中午后 5 h 记作 -5 h,那么中午前 3.6 h 记作________,-4 h 表示________.

5. 某仓库第一天运进 $+50$ 箱水果,第二天运进 -34 箱水果,第三天运进 40 箱,第四天运进 -27 箱,那么这四天共运进________箱水果.

三、解答题.

1. 把下列各数填在相应的大括号中.

$\frac{16}{7}, 45, -6\frac{2}{3}, 3.1415, -10, 0.73, -\frac{22}{7}, 18, 0, -2.3, 7\frac{2}{3}$

正数集合{ }

负数集合{ }

整数集合{ }

分数集合{ }

2. 潜水艇上浮为正,下沉为负,若潜水艇在距水面 80 m 深处两次移动如下:-10 m,$+20$ m,则潜水艇在距水面多少米的深处?

探究应用拓展性训练●●●

一、学科内综合题.

1. A 点的海拔高度为 50 m,B 点的海拔高度为 30 m,C 点的海拔高度为 -20 m,试指出:

(1) 哪个点最高?哪个点最低?

(2) 最高点比最低点高多少?

2. 某厂闸钟出厂规定,一昼夜误差不超过 ± 15 s,这是什么意思?

二、信息题.

某校对初中男生进行了引体向上的测试,以能做 7 个为标准,超过的次数用正数表示,不足的次数用负数表示,其中 8 名男生的成绩如下表:

2	-1	0	3	-2	-3	1	0

(1) 这 8 名男生有百分之几达到标准?

(2) 他们共做了多少个引体向上?

三、与现实生活联系的问题.

张大妈在超市买了一袋洗衣粉,发现包装上标有这样一段文字:"净重:800 ± 5 g."张大妈怎么也看不明白是什么意思,你能给她解释清楚吗?

第二节 有 理 数

基础知识归纳

1. 有理数的定义

整数和分数统称有理数,用两种方法即"整分性"和"正负性"对有理数进行分类.

2. 数轴的三要素

原点、正方向和单位长度.任何一个有理数都可用数轴上的点表示.

3. 互为相反数的数

在数轴上确定的点在原点两旁,且这两点到原点的长度相等.求一个数的相反数,只要在一个数的前面添上"-"号,就成为原数的相反数.

4. 绝对值的意义

$$一般地, |a| = \begin{cases} a & (a>0), \\ 0 & (a=0), \\ -a & (a<0). \end{cases}$$

5. 有理数大小的比较

(1)正数大于0,也大于一切负数

(2)0大于一切负数

(3)两个正数,绝对值大的正数大

(4)两个负数,绝对值大的反而小

重点知识讲解

1. 有理数和数轴上的点的对应关系

有理数分为正数、0和负数.表示正数的点在原点的右边,表示0的点与原点重合,表示负数的点在原点的左边.因此,一切有理数都可以用数轴上的点表示,但在数轴上的点并不全都是有理数.

2. 化简数的符号时,掌握符号化简规律

一个数前面的"+"号,都可以省去不写,一个数前面的"−"号每次只能省去偶数个,如 $+[+(-3)]=-3$,$-[-(-3)]=-3$.

3. "$-a$"的含义

"$-a$"表示 a 的相反数,它不一定是负数,即带有"−"号的数不一定是负数.

(1)$a>0$ 时,$-a$ 表示正数 a 的相反数,所以 $-a$ 应是一个负数.

(2)$a<0$ 时,$-a$ 表示一个负数的相反数,所以 $-a$ 应是一个正数.

(3)$a=0$ 时,$-a$ 表示0的相反数,所以 $-a$ 等于0.

综上所述:$-a$ 既可表示正数,也可表示负数和0.

4. 突出分类意识,熟练求一个数的绝对值

会求一个有理数的绝对值,是本节的重点内容.绝对值的应用要注意绝对值概念中的分类方法、分类标准,强化分类意识,从而熟练准确地求一个数的绝对值.

$$|a|=\begin{cases} a & (a>0), \\ 0 & (a=0), \\ -a & (a<0). \end{cases}$$

5. 绝对值的非负性

从绝对值的几何意义可知:一个数的绝对值是指表示该数的点与原点的距离,因为距离总是正数和0,所以有理数的绝对值不可能是负数,即任何一个数的绝对值都是非负数,用符号表示为 $|a|\geqslant 0$.

6. 利用绝对值比较两个负数的大小

利用结论"两个负数,绝对值大的反而小"来比较两个负数的大小.其步骤:(1)求两个负数的绝对值;(2)比较这两个绝对值的大小;(3)写出正确的判断结果.

典型例题

例1 将下列各数按要求分别填入相应的集合中:

$-100,-2\frac{1}{2},-3.54,0,+2\frac{1}{4},-0.75,$ $0.01,+23,-25\%,-\frac{2}{9},\frac{5}{112},1000,-28.$

正整数集合{　　　　}

负整数集合{　　　　}

正分数集合{　　　　}

负分数集合{　　　　}

整数集合{　　　　}

分数集合{　　　　}

正数集合{　　　　}

负数集合{　　　　}

非负整数集合{　　　　}

解析 正整数集合$\{+23,1000\}$

负整数集合$\{-100,-28\}$

正分数集合$\left\{+2\frac{1}{4},0.01,\frac{5}{112}\right\}$

负分数集合

$\left\{-2\frac{1}{2},-3.54,-0.75,-25\%,-\frac{2}{9}\right\}$

整数集合$\{-100,0,+23,1000,-28\}$

分数集合$\left\{-2\frac{1}{2},-3.54,+2\frac{1}{4},-0.75,\right.$ $\left.0.01,-25\%,-\frac{2}{9},\frac{5}{112}\right\}$

正数集合$\left\{+2\frac{1}{4},0.01,+23,\frac{25}{112},1000\right\}$

负数集合$\left\{-100,-2\frac{1}{2},-3.54,,-0.75,\right.$ $\left.-25\%,-\frac{2}{9},-28\right\}$

非负整数集合$\{0,+23,1000\}$

评注 把有理数按要求进行分类要注意:(1)正和整的区别.正数和负数,整数和分数是相对的.(2)小数应看成分数.(3)填写在集合的大

括号里面的各个数要用逗号隔开.

例 2　画一条数轴,并在数轴上表示下列各数的点:

$2,-3,-2.5,1\frac{1}{2},0$

解析

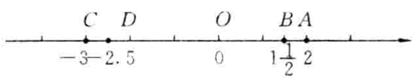


图 1 - 3

答案　A,2;B,$1\frac{1}{2}$;C,-3;D.,-2.5.

评注　(1)在数轴上画出各数表示的点是由数到形的过程,首先要画出数轴,再找准位置,并用圆点标出,再在数轴上方写出该数.

(2)可以看出,任何一个有理数都可用数轴上的点来表示.

例 3　化简下列各数的符号:

(1)$-(+2.8)$

(2)$-\left(-3\frac{1}{2}\right)$

(3)$-\{+[-(-2)]\}$

(4)$-\{-[-(+3.14)]\}$

解析　(1)$-(+2.8)=-2.8$

(2)$-\left(-3\frac{1}{2}\right)=3\frac{1}{2}$

(3)$-\{+[(-(-2)]\}=-2$

(4)$-\{-[-(+3.14)]\}=-3.14$

评注　化简各数的符号实质就是减少符号个数,化简时不考虑符号顺序,只按照:①一个数前面的"+"号可以全部省去;②一个数前面的"-"号必须同时省去偶数个.

例 4　填空题:

(1)$-\frac{1}{3}$的相反数________,3 与____互为相反数;

(2)$-a$ 的相反数________,a 的相反数________;

(3)$x+y$ 的相反数________,$x-y$ 的相反数________.

解析　(1)$\frac{1}{3}$,-3;(2)a,$-a$;(3)$-(x+y)$,$y-x$.

评注　(1)求一个数的相反数,只须在前面添加一个"-"号;

(2)代数式如 $x-y$ 的值也是数,应先添加括号,再添加"-"号.

例 5　计算:

(1)$|-16|+|-24|+|30|$

(2)$|-0.8|\times\left|-\frac{3}{16}\right|\div\left|-\frac{1}{20}\right|$

(3)$|-(-2)|+(-|2|)$

解析　(1)　$|-16|+|-24|+|30|$

$=16+24+30=70$

(2)　$|-0.8|\times\left|-\frac{3}{16}\right|\div\left|-\frac{1}{20}\right|$

$=0.8\times\frac{3}{16}\div\frac{1}{20}=\frac{4}{5}\times\frac{3}{16}\times20=3$

(3)$|-(-2)|+(-|2|)=2-2=0$

评注　(1)与绝对值有关的计算,应先根据绝对值的意义去掉绝对值,然后按照法则计算.

(2)要去一个数的绝对值符号,必须先判断该数的符号,例如$|-3|$:

$\because -3<0,\therefore|-3|=-(-3)=3.$

例 6　填空:

(1)若$|x|=x$,则 x ____________.

(2)若$|x|=2$,则 $x=$____________.

(3)若$|x-1|=2$,则 $x=$____________.

解析　(1)$\because x\geqslant0$ 时,$|x|=x$,

$\therefore$当$|x|=x$ 时,$x\geqslant0$.

(2)$x=\pm2$.

(3)$x-1=2$ 或 $x-1=-2$,即 $x=3$ 或 -1.

评注　已知一个数的绝对值,求这个数的值或范围时,应进行讨论.

例 7　比较下列各组数的大小.

(1)$-\frac{20}{21}$和$-\frac{19}{20}$

(2)0.333 和$\frac{1}{3}$

(3)$-\left(-3\frac{2}{3}\right)$和$-\left|+9\frac{1}{3}\right|$

解析　(1)$\left|-\frac{20}{21}\right|=\frac{20}{21}$,$\left|-\frac{19}{20}\right|=\frac{19}{20}$.

$\because\frac{20}{21}>\frac{19}{20},\therefore-\frac{20}{21}<-\frac{19}{20}$.

(2)$\frac{1}{3}=0.33\dot{3}$,

$\because0.333<0.33\dot{3},\therefore0.333<\frac{1}{3}$.

(3)$-\left(-3\frac{2}{3}\right)=3\frac{2}{3}$,

$-\left|+9\frac{1}{3}\right|=-9\frac{1}{3}$,

$\because3\frac{2}{3}>-9\frac{1}{3}$,

$\therefore -\left(-3\dfrac{2}{3}\right)>-\left|+9\dfrac{1}{3}\right|$.

评注 比较两个负数的大小，是通过比较它们的绝对值的大小来进行的. 把两个负数大小的比较，转化为两个正数大小的比较.

教材例题习题的变形题

例 1 (10 页)如图，大圆覆盖的区域表示有理数的范围，中圆覆盖的区域表示整数的范围，小圆覆盖的区域表示正整数的范围，把下列各数填入它所属于的集合的圆内.

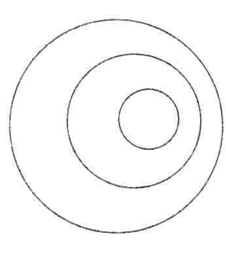


图 1 - 4

$15,-\dfrac{1}{9},-5,\dfrac{2}{15},-\dfrac{3}{18},0.1,-5.32,-80,123,2.333$.

解析

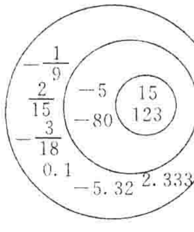


图 1 - 5

评注 (1)本题仍是对有理数进行分类，关键要弄清有理数的有关概念.

(2)中圆以外大圆以内应是分数，同样中圆以内小圆以外应是负整数和 0，不要重复.

例 2 (19 页)将下列各数按从小到大的顺序排列，并用"<"连接.

$-0.25,+2.3,-0.15,0,-\dfrac{2}{3},-\dfrac{3}{2},-\dfrac{1}{2},0.05$.

解析 $|-0.25|=0.25,|-0.15|=0.15,\left|-\dfrac{2}{3}\right|=\dfrac{2}{3},\left|-\dfrac{3}{2}\right|=\dfrac{3}{2},\left|-\dfrac{1}{2}\right|=\dfrac{1}{2}$.

$\because \dfrac{3}{2}>\dfrac{2}{3}>\dfrac{1}{2}>0.25>0.15$,

$\therefore -\dfrac{3}{2}<-\dfrac{2}{3}<-\dfrac{1}{2}<-0.25<-0.15$.

又 $0<0.05<2.3$,

$\therefore -\dfrac{3}{2}<-\dfrac{2}{3}<-\dfrac{1}{2}<-0.25<-0.15<0<0.05<2.3$.

评注 此类问题是有理数大小比较的综合，其步骤应根据定义进行分类，再分别比较两个负数的大小，正数的大小，然后用">"或"<"连接起来.

学科内综合题

例 1 已知 a,b 互为相反数，d 的相反数等于它本身，x 的绝对值等于 2. 求 $x^2+(a+b)x+d$ 的值.

解析 $\because |x|=2,\therefore x=\pm 2$.

$\because a,b$ 互为相反数，$\therefore a+b=0$.

d 的相反数是它本身，则 $d=0$.

$\therefore \quad x^2+(a+b)x+d$

$=(\pm 2)^2+0\times(\pm 2)+0=4$.

评注 准确理解，灵活运用相反数、绝对值的定义是解题的关键，其中 a,b 互为相反数，则 $a+b=0$，反之亦成立. 已知一个数的绝对值求这个数，答案有两个，它们是互为相反数.

例 2 已知有理数 a,b,c 在数轴上的位置如图所示，且 $|a|=|b|$.

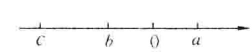


图 1 - 6

(1)求 $a+b$ 与 $\dfrac{a}{b}$ 的值；

(2)化简：$|a|+|a+b|-|c-a|+|ac|+|c-b|-|-b|$.

解析 由题意 $|a|=|b|$,

$\therefore a>0,b<0,a+b=0,c<b<0$.

(1)$a+b=0,\dfrac{a}{b}=-1$.

(2)$|a|+|a+b|-|c-a|+|ac|+|c-b|-|-b|$

$=a+0+c-a-ac-(c-b)+b$

$=2b-ac$.

评注 本题突出了数学中数形结合的重要思想，通过点在数轴上的位置，找出数的范围大小，从而化简绝对值. 本题中观察数轴可发现：$a>0,c<b<0$，从而确定了 a,b 的符号，化简时，准确判断绝对值号内的数的符号是关键.

例 3 数轴上和原点的距离小于 2 的整数点的个数为 x，不大于 2 的整数点的个数为 y，等于 2 的整数点的个数为 z. 求 $x+y+z$ 的值.

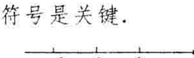


图 1 - 7

解析 数轴上和原点的距离小于 2 的整数有 0,±1,共有 3 个,所以 $x=3$.

不大于 2 的整数有 0,±1,±2,共有 5 个,所以 $y=5$.

等于 2 的整数为 ±2,∴$z=2$.

∴$x+y+z=3+5+2=10$.

评注 利用数轴定义直观地找到符合条件的数.

例 4 如图,在数轴上有三个点 A,B,C. 回答下列问题.

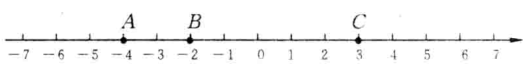


图 1 - 8

(1)将 A 点向右移动 4 个单位后,三个点所表示的数谁最小?是多少?

(2)将 C 点向左移动 6 个单位后,这时 B 点所表示的数比 C 点表示的数大多少?

(3)怎样移动 A,B,C 中的两个点,才能使三个点表示的数相同.

解析 (1)B 点所表示的数最小,是 -2.

(2)B 点所表示的数比 C 点表示的大 1.

(3)①A 点不动,B 点向左移动 2 个单位长度,C 点向左移动 7 个单位长度.

②B 点不动,A 点向右移动 2 个单位长度,C 点向左移动 5 个单位长度.

③C 点不动,A 点向右移动 7 个单位长度,B 点向右移动 5 个单位长度.

评注 (1)准确理解数轴的意义是解答本题的关键.

(2)(3)题中先定好"基准",即哪个点不动,哪两个点移动,然后进行分类讨论.

(3)解题时,一是要识别运动方向,二要把握运动距离,正确画图才有可能做正确.

例 5 (1)阅读下面材料:点 A,B 在数轴上分别表示实数 a,b,A 和 B 两点之间距离为 $|AB|$. A,B 两点中有一点在原点时,不妨设点 A 在原点时如图(1),$|AB|=|OB|=|b|=|a-b|$;当 A,B 两点都不在原点时,①如图(2),点 A,B 都在原点的右边,$|AB|=|OB|-|OA|=|b|-|a|=b-a=|a-b|$;

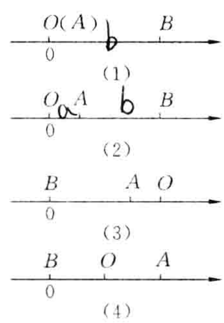


图 1 - 9

②如图(3),点 A,B 都在原点的左边,

$|AB|=|OB|-|OA|=|b|-|a|=-b-(-a)=|a-b|$;

③如图(4),点 A,B 在原点的两边,$|AB|=|OA|+|OB|=|a|+|b|=a+(-b)=|a-b|$.

综上所述,数轴上 A,B 两点之间的距离 $|AB|=|a-b|$.

(2)回答下列问题:

①数轴上表示 2 和 5 两点之间的距离是 __3__.

数轴上表示 -2 和 -5 的两点之间的距离是 __3__.

数轴上表示 1 和 -3 的两点之间的距离是 __4__.

②数轴上表示 x 和 -1 的两点之间的距离是 __|x+1|__.

如果 $|AB|=2$,则 x 为 __1或-3__.

(3)当代数式 $|x+1|+|x-2|$ 取最小值时,相应的 x 的取值范围是________.

解析 ①由上述规律:

图 1 - 10

$|2-5|=3$,

$|-2-(-5)|=3$,

$|1-(-3)|=4$.

②$|x-(-1)|=2$,即 $|x+1|=2$,

∴$x=1$ 或 -3.

③由图形可知,这样的点在 $C(-1)$,$D(2)$ 之间,到 C,D 的距离之和最小.

∴x 的范围是 $-1\leqslant x\leqslant 2$. 且最小距离为 3.

答案 ①3,3,4 ②1 或 -3 ③$-1\leqslant x\leqslant 2$.

评注 此类问题属于阅读理解,解题前一定要耐心细致地阅读,从材料中找到解决问题的方法,更主要的是理解绝对值的几何意义并用以解决问题.

综合应用题

例 1 正式比赛对篮球的重量有严格的规定,已知两个篮球,超过规定的重量记为正数,不足规定的重量记为负数. 为选一个篮球用于比赛,裁判对两个篮球进行了称量,记录如下:甲篮球 +10 g,乙篮球 −20 g,你认为应选哪一个篮球用

于这次比赛呢？为什么？

解析 绝对值较小的篮球接近标准.

又∵$|+10|=10$，$|-20|=20$，$10<20$.

∴应选甲篮球用于比赛.

评注 实际应用要根据实际情况确定标准，从而转化为数学问题加以解决.本题选篮球的标准：篮球的重量越接近规定的重量越好，故应选用绝对值较小的一个.

创新题

例 1 比较有理数$-\frac{2000}{2001}$与$-\frac{2001}{2002}$的大小.

解析 你能比较$\frac{a}{b}$与$\frac{a+1}{b+1}$的大小吗？(a，b是正整数，且$a<b$)

∴$\frac{a}{b}<\frac{a+1}{b+1}$.

$\left|-\frac{2000}{2001}\right|=\frac{2000}{2001}$，$\left|-\frac{2001}{2002}\right|=\frac{2001}{2002}$，

∵$\frac{2000}{2001}<\frac{2000+1}{2001+1}$，即$\frac{2000}{2001}<\frac{2001}{2002}$，

∴$-\frac{2000}{2001}>-\frac{2001}{2002}$.

评注 本题是比较两个分数的大小，我们往往采用“统一分子法”，然后比较分母，但此题分子、分母比较大，且都相差1，必有：若$a>0$，$b>0$，$a<b$，则$\frac{a}{b}<\frac{a+1}{b+1}$.

例 2 猜数游戏.

有一种“猜成语”的电视游戏，其规则是：参加游戏的每两个人一组，主持人出示写有成语的一块牌子给两人中的一个人(甲)看，另一个人(乙)看不到牌子上的成语语句.现在请甲用一句话(这句话中不能出现成语中含有的字)或动作告诉乙牌子上的成语，要求乙根据甲告知的话或动作猜出这个成语.现在我们把这个游戏中的成语改成两个整数.要求甲用一句话或者一个式子、一个图形告诉乙这两个数，同样不允许出现牌子上的数.如果你是甲，对于以下各组数，你将如何告诉乙？

(1)-1和1

(2)1和2

(3)0和2

解析 (1)①绝对值最小的非零整数；

②绝对值相等的两数之商.

(2)①小于3的正整数；②绝对值小于3的正整数.

(3)①最小的两个非负偶数；②一个数表示没有，另一个是最小的正偶数.

评注 数学语言是丰富多彩的，对于给出的两个数，我们可以用文字语言、代数表达式、图像语言等不同的方式进行表达.

例 3 (**探究题**)如果a，b，c为不等于0的有理数，试求$\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{c}{|c|}$的结果.

解析 ∵a，b，c为不等于0的有理数.

∴应分以下八种情况进行讨论.

(1)当$a>0$，$b>0$，$c>0$时，

原式$=1+1+1=3$；

(2)当$a>0$，$b>0$，$c<0$时，

原式$=1+1-1=1$；

(3)当$a>0$，$b<0$，$c>0$时，

原式$=1-1+1=1$；

(4)当$a>0$，$b<0$，$c<0$时，

原式$=1-1-1=-1$；

(5)当$a<0$，$b>0$，$c>0$时，

原式$=-1+1+1=1$；

(6)当$a<0$，$b>0$，$c<0$时，

原式$=-1+1-1=-1$；

(7)当$a<0$，$b<0$，$c>0$时，

原式$=-1-1+1=-1$；

(8)当$a<0$，$b<0$，$c<0$时，

原式$=-1-1-1=-3$.

故$\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{c}{|c|}$的结果可能等于3，1，$-1$，$-3$.

评注 a，b，c为不等于0的有理数，a，b，c可能是正数或负数，应进行分类讨论.

中考题

例 1 填空题：

(1)(**2002年南昌**)若m，n互为相反数，则$|m-1+n|=$________.

(2)(**2002年山西省**)$|-2|$的相反数是________.

(3)下表是我国四个城市某年1月份的平均

气温,把它们从高到低排列____________.

北京	长沙	哈尔滨	南京
-4.6℃	3.8℃	-19.4℃	2.4℃

解析 (1)$\because m,n$互为相反数,$\therefore m+n=0$,

$\therefore |m-1+n|=|-1|=1$.

(2)$|-2|$的相反数是-2.

(3)$\because |-19.4|>|-4.6|$,

$\therefore$从高到低排列是

$3.8℃>2.4℃>-4.6℃>-19.4℃$.

即长沙、南京、北京、哈尔滨.

评注 相反数、绝对值、数轴及有理数大小比较是各地历年中考命题的重点内容,从纯概念的考查转变概念产生的背景及实际应用的考查,从考查记忆知识点转变为运用知识解决问题.

例 2(2003 年无锡)检查 5 个篮球的质量,把超过标准质量的克数记为正数,不足标准质量的克数记为负数,检查的结果如下表:

篮球的编号	1	2	3	4	5
与标准质量的差(g)	$+4$	$+7$	-3	-8	$+9$

(1)最接近标准质量的是____号篮球;

(2)质量最大的篮球比质量最小的篮球重________g.

解析 (1)$\because |-3|<|+4|<|+7|<|-8|<|+9|$,

$\therefore$3 号篮球的质量最接近标准质量.

(2)质量最大的篮球是 5 号,超重 9 g,质量最小的篮球是 4 号,低于标准质量 8 g.

$\because +9-(-8)=9+8=17$(g),

$\therefore$质量最大的篮球比质量最小的重 17 g.

答案 (1)3 (2)17

评注 (1)在这 5 个篮球中,绝对值最小的是最接近标准质量的篮球.

例 3(2002 年济南)如图是一个正方体盒的展开图,若在其中的三个正方形 A,B,C 内分别填入适当的数,使它们折成正方体后相对的面上的两个数互为相反数,则填入正方形 A,B,C 内的三个数依次为( )

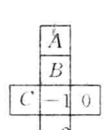


图 1 - 11

A. 1,2,0

B. 0,-2,1

C. -2,0,1

D. -2,1,0

解析 A

评注 正方体展开图中出现"$\boxed{A}\boxed{}\boxed{B}$"图,则两端 A,B 一定为相对的面.

例 4 (2002 年济南)如某数轴上的点 A 和点 B 分别代表-2,1,P 是到点 A 或者点 B 的距离为 3 的点,那么所有满足条件的点 P 到原点的距离之和为______.

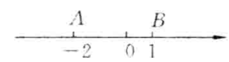


图 1 - 12

解析 把 A 向左移 3 个单位为-5,向右移 3 个单位为 1.同样,把 B 左、右移 3 个单位是 4,-2.

第二节同步测试

教材基础知识针对性训练●●●

一、选择题.

1. 下列说法中错误的是( ).

A. -8 是$-(-8)$的相反数

B. $+(-8)$与$-(+8)$互为相反数

C. $+(-8)$与$+(+8)$互为相反数

D. $+(-8)$与$-(-8)$互为相反数

2. 下列结论中成立的是( ).

A. $|m|=|n|$,则 $m=n$

B. 若 $a>b$,则 $|a|>|b|$

C. 若 $|x|>|y|$,则 $x>y$

D. 若 $m<n<0$,则 $|m|>|n|$

3. 下列说法中错误的个数是( ).

① 绝对值是它本身的数有两个,是 0 和 1

② 一个有理数的绝对值必为正数

③ 0.5 的相反数的绝对值是$\frac{1}{2}$

④ 任何有理数的绝对值都不是负数

A. 0 B. 1

C. 2 D. 3

4. 一辆汽车从甲站出发向东行驶 50 km,然后再向西行驶 20 km,此时汽车的位置是( ).

A. 甲站东边 70 km 处

B. 甲站西边 70 km 处

C. 甲站东边 30 km 处

D. 甲站西边 30 km 处

5. 若 $a=-\frac{5}{6}$，$b=-\frac{6}{7}$，$c=-\frac{17}{21}$，下列结论正确的是(　　).

A. $a<b<c$

B. $b<a<c$

C. $c<a<b$

D. $b<c<a$

二、填空题.

1. 写出符合下列条件的数：

(1)最小的正整数__________.

(2)最大的负整数__________.

(3)绝对值最小的数__________.

(4)大于 -3 而小于 2 的所有整数__________.

(5)绝对值大于 2 且小于 5 的所有负整数__________.

(6)在数轴上与表示 -1 的点距离为 2 的所有数__________.

2. 化简 $+\left[-\left(\frac{1}{2}\right)\right]=$______，$-(+5)=$______，$-0=$______.

3. A、B、C 在数轴上的位置如图，它们分别表示有理数，用“<”把 a、b、c、$-c$ 连接起来__________.

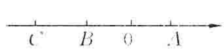


图 1－13

4. 已知 $|a-3|+|b+5|=0$，则 $a=$______，$b=$______.

5. 若 $a+b=0$ 且 $a>b$，则 $\frac{1}{a}$____$\frac{1}{b}$.(填“>”“<”)

三、解答题.

1. 把下列各数分别填入相应的大括号内：

0.5，-8，$-2\frac{1}{3}$，0，$|-85.3|$，$\frac{7}{25}$，-0.03，$-(-41)$.

正整数集合：{　　　　　　　　}

负分数集合：{　　　　　　　　}

非正整数集合：{　　　　　　　　}

2. 把下列各数在数轴上表示出来，并用“<”把它们从小到大排列起来.

$\frac{1}{2}$，$-|-2|$，0，-2 的相反数，绝对值为 3 的数.

3. 填写下表：

原有理数	原数的相反数	原数的绝对值
3		
-2.1		
	0	
	$-\frac{3}{4}$	
	$1\frac{1}{2}$	

探究应用拓展性训练●●●

一、学科内综合题.

1. 已知 $a=-(-12)$，$b=-(+7)$，$c=-(|-19|-|-8|)$，求 $a+|-c|+|b|$ 的值.

2. 已知 $|a|=2$，$|b|=3$，$|c|=5$，且有理数 a、b、c 在数轴上的位置如图，计算 $a+(-b)+c$ 的值.

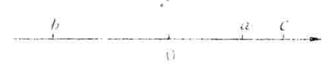


图 1－14

二、探究题.

1. $|5|$ 的几何意义是什么？$|a|$ 的几何意义是什么？$|a+1|$ 的几何意义是什么？

2. $|a+2|+|a-3|$ 的几何意义是什么？它的最小值是多少？

三、与现实生活联系的问题.

1. 小虫从某点 O 出发在一直线上来回爬行，假定向右爬行的路程记为正数，向左爬行的路程记为负数，爬过的各段路程依次记为(单位：cm)：$+5$，-3，$+10$，-8，-6，$+12$，-10.

(1)小虫离开出发点 O 最远是多少厘米？

(2)在爬行过程中，如果每爬行 1 cm 奖励一粒芝麻，则小虫一共得到多少粒芝麻？

2. 某企业生产瓶装食用调和油，根据质量要求，净含量(不含包装)可以有 0.002 L 误差. 现抽查 6 瓶食用调和油，超过规定净含量的升数记作正数，不足规定净含量的升数记作负数，检查结果如下表：

-0.0018	-0.0023	$+0.0025$	-0.0015	-0.0012	$+0.0010$	-0.0010

请用绝对值知识说明：

(1) 哪几瓶是合乎要求的(即在误差范围内的)？

(2) 哪一瓶净含量最接近规定的净含量？