

結構靜力學講義

(上 冊)

北京鋼鐵學院

力學教研組

1963. 6

目 錄

緒論	1
第一章 基本概念	4
§1. 结构的計算簡圖與分類	4
§2. 平面结构的支座	6
§3. 平面结构的幾何穩定性	8
§4. 结构的荷載	14
第二章 靜定结构在靜止荷載作用下的內力分析	15
§1. 靜定结构的一般概念	15
§2. 桁架的組成及其應用	18
§3. 平面桁架內力分析的數解法	21
§4. 平面桁架內力分析的圖解法	27
§5. 靜定剛架內力計算	29
第三章 靜定结构在移動荷載作用下的內力分析	36
§1. 影響線的概念	36
§2. 單跨靜定梁影響線的靜力作法	37
§3. 間接荷載作用下的影響線	43
§4. 靜定平面桁架的影響線	45
§5. 荷載系統的最不利位置	51
§6. 簡支梁的最大彎矩圖及最大剪力圖	55
第四章 靜定结构變位的計算	59
§1. 關於結構變位的概念	59
§2. 彈性體系上外力的虛功	60
§3. 彈性體系內力的虛功	61
§4. 彈性體系的實功與位能	64
§5. 內功與外功的關係	65
§6. 功的互等定理	66
§7. 變位互等定理	66
§8. 靜定结构由荷載所引起的變位計算	68
§9. 用圖形相乘法計算梁與剛架的變位	72
§10. 靜定结构由於溫度變化所產生的變位	78
§11. 靜定结构由於支座移動所產生的變位	81
第五章 超靜定结构的內力分析	82
§1. 超靜定結構的概念	82
§2. 超靜定次數的確定	84
§3. 力法的基本原理及計算步驟	86
§4. 超靜定剛架的計算	91
§5. 力法計算的簡化	102
§6. 超靜定桁架的計算	109
§7. 超靜定混合結構的計算	112

緒 論

本课程的任务与目的。

“结构静力学”与钢结构是冶金机械专业的基础技术课程。本课程包括结构静力学和钢结构两部分。结构静力学，主要是研究各种结构的强度，刚度和稳定的计算方法，以及其合理组成形式的一般原理，所以又称为结构理论，而钢结构则是研究由钢材组成结构物的构造与计算方面的基本理论。学习这门课程，是为了培养学生了解冶金机械设备结构的合理组成方法。对结构工作性能的分析能力，以便掌握设备结构的设计与运算技能。所以它是为学习专业知识和掌握新的科学技术成就打好理论基础的主要课程之一。

现代的冶金工厂是一个由很多复杂的机械设备装备起来的整体，从原料场地到冶炼成品出厂的全套设备中，几乎全部都是由钢材制成的结构物。这些结构物的组成形式，承载能力等问题，必须满足适用、经济、坚固、耐久等各方面的要求。研究结构力学的目的，是为了分析结构的内力分布情况，变形大小和结构适宜的组成形状。因此它不仅是为设计新结构时提供理论数据，也为适应提高冶炼能力，改造加强和校核原有设备结构不可缺少的手段。而研究钢结构则是为了根据结构理论算得的结果，确定结构构件的合理组成，断面尺寸，连接方法，型式和构造等问题，以便在设计工作中，能使所设计的结构经济合理，在生产管理中，能掌握结构的工作情况，进一步改造和加强其承载能力，以适应提高生产力的要求。因之“结构力学和钢结构”是冶金机械工程师所必备的理论知识。

因此冶金机械工作者，必须熟练地掌握结构力学与钢结构的理论知识，把它运用到设计，制造和维修中去，以便不断的改进设备结构和创造出新的重量轻效能高的冶金设备，以适应冶金工业生产技术不断发展的要求，提高冶炼能力和节约钢材，这就是学习本课程的中心目的。

结构静力学与钢结构的发展简史。

科学的发生与发展都是随着社会生产力的发展而发展起来的。正如恩格斯说“科学的发生和发展从开始起便是由生产所决定的”^①结构力学与钢结构的发展亦依赖于社会生产力的发展和材料生产技术的发展而产生和发展的。

在远古时代，自然界赋予人们只有石头与木材，因之当时所造成的结构物基本上符合这些材料的特性，如石拱与木架结构。早在公元1400年以前，我们的祖先就创造出木材架成的结构体系，公元前400年左右，春秋战国时期，我国已经制造了车、船、桔槔、辘轳、秤、抛石机等结构，如“墨经”所记载的有“力、槓杆平衡、二力平衡、绳索平衡和运动等的定义”，标志着我国力学的诞生，较古希腊的亚里斯多德和阿基米德还早一二百年。

金属材料的应用，我国也是世界上最早的国家。早在公元前1700年的殷商时代，我们祖先已经掌握了冶炼铜，铁的技术，用以制造各种器具和兵器，在秦汉时期（公元前200年前后），就已经用铁建造了桥墩和桥樑（铁链吊桥）。于唐宋时期（公元694年～1061年）亦广泛用铁铸成许多塔形结构。这都表现了我们古代建造和冶金技术上高度的水平。

欧洲的其他国家在十七世纪以后才开始用铁来作承重结构，较早的俄国1626～1696年，

註 1：恩格斯，自然辩证法第149页人民出版社1955。

才第一个开始用铁建造僧院食堂的屋盖，英国1776~1779年才用生铁建成了第一座跨度为30米的铁梁桥。

古代的文化由于长期受着奴隶社会和封建社会的落后生产关系的影响，使科学技术没有得到应有的发展，直到十五世纪几乎完全停滞不前。因此，当时的匠师们主要是根据前辈的经验和自己的直感估计来建造结构，不免要使用多余的材料来保证结构物的强度，不得不以耗费材料来补偿知识的不足。十七世纪十八世纪期间由伽利略、虎克等各国的科学家提出了一系列关于材料受力后应力与变形关系的假说，才成为建立工程力学的基础。由于生产发展的需要，到十八世纪中期才促进了简单结构（基本单件的直梁与直杆）计算理论的发展。而金属结构仍然停留在生铁结构的范畴。

十八世纪中期，工业革命之后，生产力的迅速发展，促进了新建筑材料的产生才推动了科学与技术的进一步发展，当时人们始能炼出熟铁（普特烈法），随之有熟铁和熟铁——生铁混合铰（铰）接结构问题，用以建造屋架与桥梁，十九世纪初期，由于铆钉连接的发明，继之熟铁结构迈进了铆接时期，并应用它建造跨度较大的承重结构，如多腹杆桁架桥及屋顶桁架。十九世纪中期，随着工业生产的进一步发展，需要各种各样较大的工程结构：工业厂房和铁路桥梁等，这就迫切需要提出完整的结构计算理论，同时，钢材的生产，对结构理论的发展也给予强大的推动作用。因而这就促进了复杂结构计算理论的发展，在这一时间，特别是俄国工程师茹拉夫斯基的研究工作，奠定了“桁架计算理论”的基础，而熟铁组合结构逐步被多腹杆的钢桁架所代替，并发展成更为简单合理的近代桁架结构。

这样，结构力学才从力学中分化出来发展成为一门独立的科学。十九世纪末期，结构理论不断的发展，继之提出了计算桁架的数解法（1863年李特纳），图解法（1864年马克斯威尔）以及空间桁架的计算方法等。十九世纪末，铆接的广泛使用，相应的改变了构件连接节点的构造情况，使节点具有很大的刚度，特别是钢筋混凝土这一新建筑材料的应用，出现了大量的刚接框架，这就迫使人们在计算理论上必须考虑结构刚性节点的实际作用，因而促进了超静定刚架（框架）计算理论的发展。

二十世纪初期，工业的大力发展、特别是机器的广泛使用，使作用在结构上的振动荷载，已不能再按静力荷载的方法去进行计算，否则将不符合结构的实际工作情况，因此，这才开始结构动力学的研究。同时材料物理机械指标的提髙和结构物尺寸的增大，因之就必须伴随着研究结构或构件的稳定性，以求所建造的结构既坚固而又能保持原来形状的要求。

晚期，冶金和航运工业的发展，引起了板结构与特殊类型结构的应用。这样就激发了其相应的计算理论——弹性理论与塑性理论的研究与发展。

这一时期结构动力学，结构稳定理论以及弹性与塑性理论的研究，标志着结构理论发展的新阶段，同时在结构的计算方法方面，二十世纪三十年代以后，又有许多重要的发展。例如按极限状态计算结构，改进了按许可应力计算中所引用的笼统安全系数，又如按临界荷载计算结构，使结构工作的安全程度有比较明确的概念。

在钢结构设计方面，苏联首先创立了“金属消耗最少，结构制造最省工和建造时间最短”的钢结构设计学派。并推行了结构定型化，构件标准化与统一模数制，开辟了结构工业化的新时期，特别是焊接结构的广泛采用进一步提高了钢结构的质量。（促使钢结构得到了巨大的发展，使苏联在世界上已遥遥领先，这充分表明了社会主义制度的优越性）。

在远古时代，我国劳动人民，在金属结构和力学方面虽有卓越的成就，但由于封建社会的长期束缚，特别是近百余年来，帝国主义的侵略，军阀混战和国民党的反动统治，严重地

阻碍了社会进步和生产发展，影响了我国科学技术的发展，使之大大的落后于其他国家。解放前，我国几乎没有自己的较大型的设计单位和钢结构制造工厂，一些较大型的结构工程和机械设备几乎全由外商承揽设计和靠国外进口。

中华人民共和国成立以来，全国人民在中国共产党的正确领导下和以苏联为首的各社会主义国家的援助下，正在进行着规模巨大，速度惊人的社会主义建设。在党和毛泽东同志提出的科学技术发展的正确方针指导下，我国国民经济建设事业获得了蓬勃的发展。不仅超额完成了发展国民经济的第一个五年计划，并且提前三年完成了第二个五年计划的主要指标，迈着豪迈的步伐前进着。

十年来，我国已经培养出大批的技术干部，并先后设立了国家的各种工业与民用设计院和科学研究机构，并建造了各种重大工程和重型与冶金机械制造工厂等现代化工业，根本上改变了旧中国时期工业和科学落后的面貌，特别是1958年以后，连续三年的大跃进，在工业方面建立了相当大的现代化的工业基础，使基本工业的生产设备能力有了成倍的增长。仅在钢的产量上，其增长速度较旧中国时期（1949年）增长了七十五倍，由世界第二十六位上升到第六位，它是资本主义国家梦想不到的惊人速度，就是在绝对数量方面，我国十年来钢的增长量相当于老牌资本主义国家的美国需要二十九年，而英国需要六十七年时间所增长的数量，在现代大型冶金设备方面，不但均能自行设计，并已能自行制造，1958年建成的1513立方米全焊高炉及1960年建成的500吨大型平炉充分的证明了我国技术发展的情况。

从上所述，我们可以清楚地看到科学技术的发展总是与生产发展密切相联系着的。生产实践是科学技术发展基础，它不断地向科学提出新的要求和需要解决的问题，成为科学发展的推动力，同时，科学技术的发展也有力的推动生产的发展。社会主义制度的优越性，提供了社会生产力蓬勃发展的巨大可能，使社会生产力得到了空前未有的巨大发展。十年来祖国的工业发展和建设成就充分的证实了社会主义制度的优越性。

今后，我国全体劳动人民将在党的总路线、大跃进、人民公社的光辉照耀下，使结构力学与钢结构的理论获得更大和更迅速的发展。信心百倍的在最短的期间内赶上世界先进水平，把我国建成一个具有高度发展的现代工业，现代农业和现代科学文化水平的伟大的社会主义国家。

第一章 基本概念

§ 1. 结构的计算简图与分类

在结构计算中，用来代替实际结构的简化图形称作结构的计算简图。从目前的科学水平来看，在结构计算中，要作到精确並严格地考虑结构所有各部份实际的相互作用，来计算稍微复杂的结构，几乎是不可能的，即使在原则上是可能的，但因实际计算过于复杂，也将失去其实际价值，因此在结构的计算中，不得不放弃实际结构中的某些次要因素，而用结构的计算简图来代替实际结构进行计算。

选定结构计算简图是结构计算中一个十分重要的和必要首先解决的问题，在选取时应遵循下面两项原则：

- 1) 计算简图应尽可能正确的反映结构各种工作情况，使计算的结果能够可靠与精确。
- 2) 简图的选取应忽略结构实际工作中的次要因素，使计算工作得到最大程度的简化。

正确的选定结构计算简图，並不是很容易的事，这需要对结构计算有较多的经验和善于在各种复杂因素的相互作用中找出主要因素及次要因素。

以图1—1, a 所示的平炉炉底大梁为例，是一两端悬出的实腹钢板梁，支承于高出地的两个基础上，作用在炉底钢板上的荷载通过横向型钢次梁传递于前后平行排列的数个大梁上，为了便于计算出大梁的内力，可采取几个假定：

1) 假定炉底钢板简支于次梁上，而次梁及简支于大梁上（当计算炉底钢板和次梁内力时，则须考虑本身的连续性）。这样就很容易求出炉底荷载作用在次梁上的压力和进一步求出荷载通过次梁作用在主梁上的压力。

2) 假定底板与梁和梁与基础之间的压力是沿接触面均匀分佈的，因此即可明确支承应力的合力作用线是通过相应接触面的中心。

3) 大梁用轴线代替；

4) 各基础用铰支座代替；

通过上述假定，我们可得到大梁计算简图如图1—1. b 所示。它保证了计算工作较顺利的进行，同时也基本反映了大梁的实际工作情况。

又以1—2所示架橋式旋转起重机为例，起重机臂架是由许多型钢杆件在节点钢板处用焊条縫连在一起的。进行结构内力计算时，如果忽略节点处各杆不能相互转动的刚性，而假定节点为理想的铰接，再把各杆件用轴线代替，则可得到如图1—2, b 的计算简图，依据如此简图就可使计算得到很大程度的简化，它反映了各杆件主要受轴向力的特点。还表示了豎向主轴兼受弯矩作用的性能，因为在结构力学中我们所分析的仅是结构的计算简图。所以，在以后我们就称结构计算简图为结构。

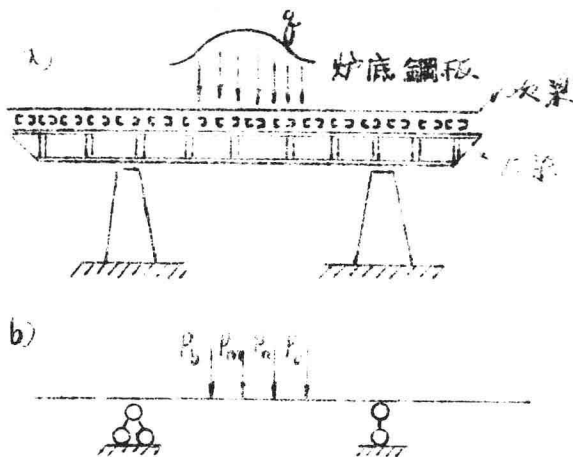


图1—1

为便于对结构的研究：可根据结构的不同性质和特点来进行分类。如按几何特征可分为三种类型：

1) 实体结构，这种结构长、宽、高三方向尺寸都很大，如挡土牆（图1—3）及基础等结构。

2) 薄壁结构，是长宽二方向尺寸远大于厚度方向尺寸的结构，如高炉及加热炉炉壳（图1—4）各种管道、料仓、钢水桶（图1—5）及铁水缸等均属此类结构：

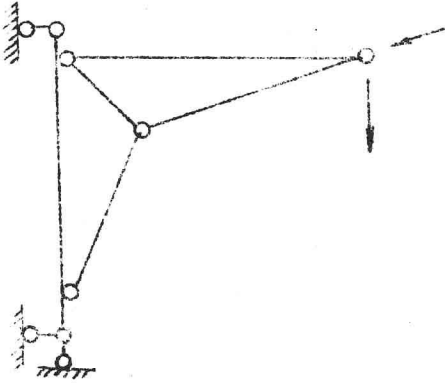


图1—2 6)

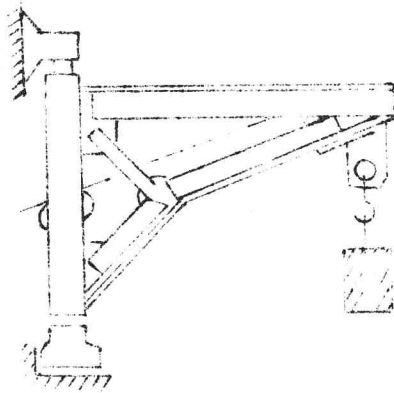


图1—2 a)



图1—3

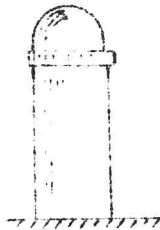


图1—4

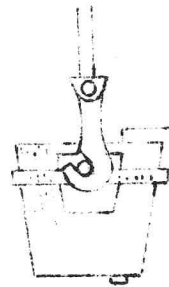


图1—5

3) 杆系结构，此种结构由许多杆件组成，杆件的特点是其长度远大于截面的两个尺度，梁是杆件系统中最简单的结构，其次还有桁架（图1—6），刚架（图1—7）拱（图1—2）混合结构（图1—9）等。

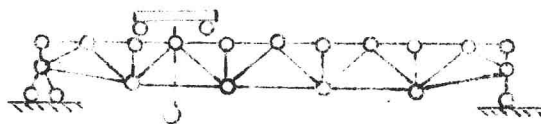


图1—6

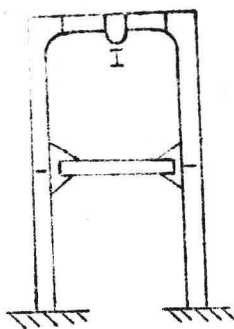


图1—7



图1—8

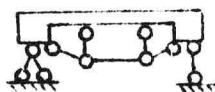


图1—9

杆系结构又可分为空间结构和平面结构，如所有杆件及全部外荷载均在一个平面内时，则称为平面结构。如所有杆件及全部外荷载不在同一平面内，则称为空间结构（图1—10）。

按照各杆件相互连接的特征，结构又可分为三种类型：

1) 铰接结构，是由许多杆件用理想的铰连接在一定的结构，如各种起重机臂架，高炉斜桥及装料桥架（图2—11）四架式起重机大梁（图1—6）等桁架结构，就在于此种类型。

2) 刚接结构，是由许多杆件在汇交点处刚性结合在一起的体系，在刚性结合点处各杆不能发生相对的转动，属于这类的结构有：高炉炉顶刚架（图1—7）平炉炉体刚架（图5—2e）及推焦机刚架（图1—11）。

3) 混合结构，这种结构的各杆件在节点处，有的是用铰结合的，有的是用刚性结点结合在一起的。如桁构梁（图1—9）及架檣式起重机臂架（图1—2）等结构。

按计算方法结构分为二种类型：

- 1) 静定结构，只用静力平衡方程就可求出全部反力和内力的结构。
- 2) 超静定结构，除用静力平衡方程式外，还需借助变形条件才能解出全部反力和内力的结构。

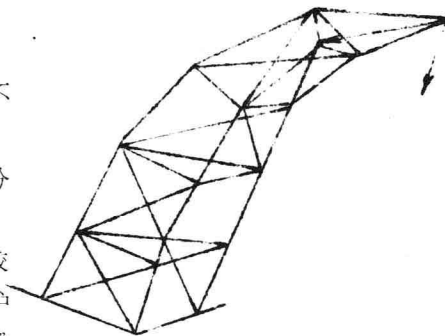


图1—10

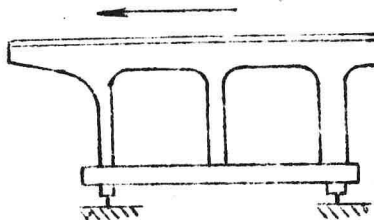


图1—11

§ 2. 平面结构的支座

任何工程结构都必须和基础或其他承重结构连接，才能够承受荷载作用，将结构和基础或其他结构连接的装置称为支座，它一方面是阻止结构的自由运动，以保持其确定的位置。另一方面又起着将结构上的荷载运送到基础上去的作用。

下面我们研究，平面结构支座的基本类型和它们的力学特征。

通常用的平面结构的支座有四种基本类型。

1) 滚动铰支座：为了使结构的某个支点能够自由沿一定方向移动并能转动，而采用滚动铰支座。该类支座的典型构造如图1—12a所示，它具有上下两个均衡托，中间有一个柱形铰下均衡托支在几个柱形辊轴上，这些辊轴可在垫板上滚动。滚动铰支座只能阻止交点沿垂直于垫板的方向移动，结构与上均衡托一起可以绕中间的柱形铰转动。同时又可同下均衡托一起沿垫板平面滑动。

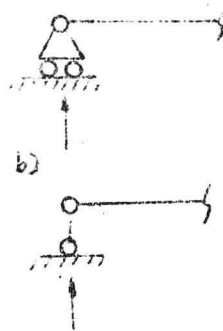
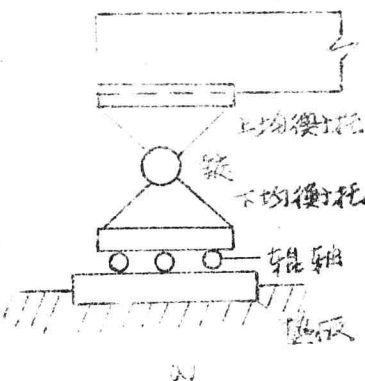


图1—12

由支座能约束运动的情况来看，滚动铰支座只有一个反力，其作用线通过柱形铰中心，与可滑动方向垂直，滚动铰支座的计算简图可用图1—12b或c表示。图1—12c是用支座连杆表示的方法。支座链杆的方向与支承面垂直，表示阻止支点沿支座链杆方向移动。同时，也表示了支座反力的方向。

图1—12a所示的滚动铰支座只在大跨度的结构中才采用而一般结构的滚动铰支座的构造要简单得多，如自由放置在牆或柱上的梁与屋架，仅在牆或柱顶放一块垫板能阻止支点沿豎向移动就行了，对这种支座，在计算时仍可采用图1—12b或c的支座计算简图。

2) 不动铰支座，该种支座与滚动铰支座的区别，仅是下均衡托与垫板间没有滚轴，而是固结在一起（图1—13a）。因此，不动铰支座可阻止支点在任任何方向的移动。但结构仍可绕铰转动。

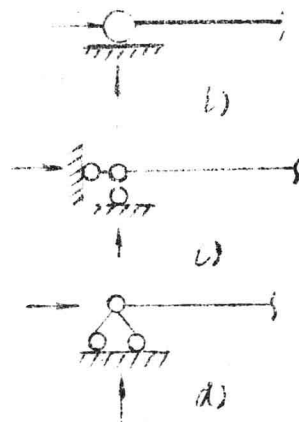
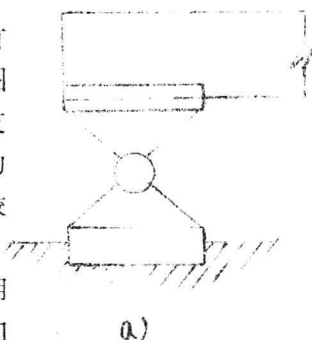


图1—13

不动铰支座的反力作用线通过柱形铰中心，但方向须用具体情况决定，一般情况，可用水平与铅直两个独立分反力表示不动铰支座的反力。

不动铰支座的计算简图可用图1—13b,c或d方法表示。图1—13c与d是用支座链杆表示的方式。

3) 定向支座：如图1—14a所示的支座，是将杆端夹于两排滚轴之间，杆端不能沿与支承面垂直的方向移动，也不能转动，仅可沿支承面方面滑动。

定向支座的反力有与支承面垂直的一个集中反力和一个力偶反力。

定向支座的计算简图如图 1—14b, c所示。1—14c 是用支座链杆表示的方式：两根支杆平行，可阻止杆端的转动和支承面垂直方向的移动。

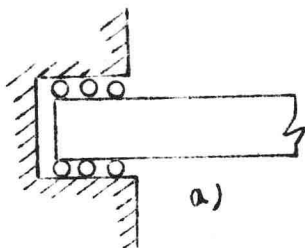


图 1—14

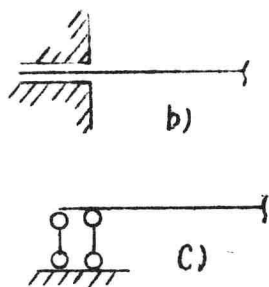


图 1—15

4) 固定支座：将结构杆件端部与基础连接成一个整体，图

1—15a。杆端不能作任何方向的移动，也不能转动，即为固定支座，如钢筋混凝土柱与柱脚浇灌成一个整体，钢结构的柱脚与基础连成坚固的整体时，就是固定支座的例子，图1—15a所示支座如杆件插入基础很深，连接很紧，也可看做是固定支座。

固定支座有二个独立未知反力。一般可用两个方向的集中反力和一个力偶反力表示。

固定支座的计算简图如图 1—15bc 所示，比较简单的是用图1—15b的表示法。

工程中除以上四种基本的支座类型以外，也会遇到弹性支座，例如楼板主梁对梁的支承；高炉斜桥中间支柱对斜桥的支承，由于主梁与支柱本身可以发生变形，相当一个弹性的支点（如图1—16）称，为弹性移动支座，当钢结构的柱脚与基础连接不十分牢固，柱下端可以发生某些转动时，也相当于一个弹性固定支座（图1—17）是介于固定支座与不动铰支座中间的一种类型。从这些个例子可以看出，上面指出的各类支座，是结构实际支座的抽象与简化，对某一个具体结构的支座究竟属于何种类型应根据具体结构情况适当选择。

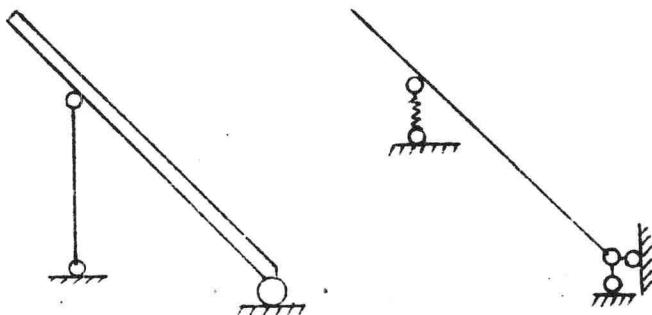


图 1—16

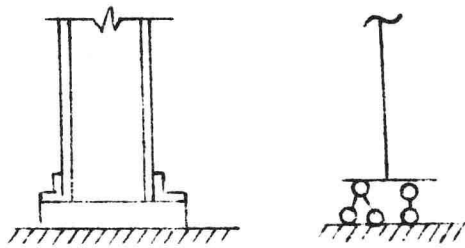


图 1—17

§ 3. 平面结构的几何稳定性

4. 几何稳定的结构和几何不稳定的结构。

一个工程结构的组成必须能保持其本身的几何形状和在空间的确定位置才能承担荷载，例如图1—18a所示的梁，因为中间有一个铰，则在任意微小的外力作用下就可能发生如图中点线所示的形状改变，显然它是不能承担荷载的；图1—19a所示的铰接四边形也是几何可变形的，几何可变形的体系都是缺少必要的约束，要使结构保持几何不变形，就必须具有足够的约束，例如图1—18a梁的铰取消，改成图1—18b的形式；及在图1—19a的四边形对角线上增加一个杆件，就可以保持体系本身的几何形状而成为稳定的结构，结构除了本身的几何形状必须具有不变形性之外，它也必须具有确定的空间；保持其不动性，以承受荷载。图1—19c的图形如果没有水平支杆，则在水平外力作用下结构位置将要移动，对于工程结构，这种情况也是不允许发生的。

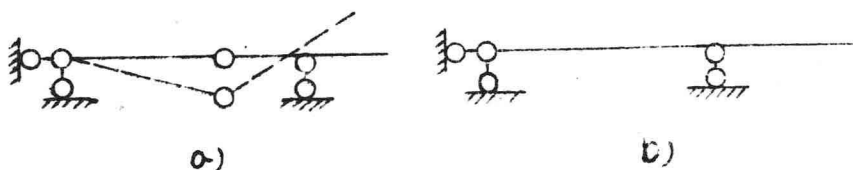


图1—18

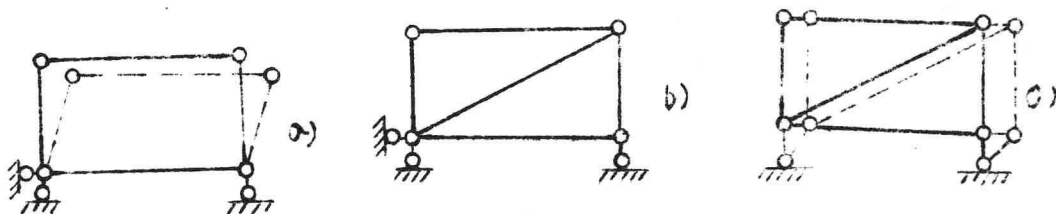


图1—19

因此几何不变性与位置的不动性（总和为结构的几何稳定性）是工程结构的必要条件之一。但是相反的，在机械上应用的一些体系，其必须是几何可变形的，才能达到所要求的运动，这种体系则为机械。

上面所分析的结构稳定性是结构的几何形状和位置的稳定问题，并未考虑杆件本身的变形。因为杆件的变形是很微小的。可以认为它不影响结构几何形状的改变。因此，研究结构的几何稳定性时，可以把结构的各构件当作刚体。而从刚体的运动情况分析结构的几何稳定性。

2. 平面体系的自由度。

平面杆件系统结构的组成，可以看作是由若干个在平面中可以独立自由运动的元件，用各种机构约束把它们连接在一起，再用支座链杆把某些元件和基础联结而成的体系。当一个体系的几何形状或位置是处于可变动的情形时，则其全体或部分必有某种运动的自由，当体系运动时，确定其位置的独立，几何参变量的数目称为该体系的自由度，一个几何稳定的体系，其任何部分都应当没有运动的自由，那体系的自由度等于零。因此，判别结构几何稳定性的必要条件之一是探知其自由度的数目。

我们首先研究自由运动的元件的运动情况，再考虑由于机械约束对某运动的限制，从而推断结构的自由度。

一个自由的刚体——结构的元件，如图1—20，因为它可用单个独立变化的几何参数（如 x , y , φ ）确定其在平面中的位置，故在平面中有三个自由度。

在结构元件上或几个元件之间加有连系而限制其自由运动时，则将减少自由度的数目。即能阻止一方向运动的。减少一个自由度的装置叫做一个约束。在平面结构中遇到的约束有下列几种：

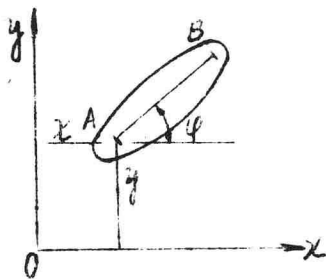


图1—20

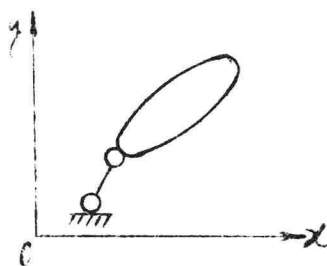


图1—21

1) 支座链杆 (图1—21)：杆件的一端与刚体用铰链接，另一端以铰固结在基础上。使刚体沿链杆方向不能运动，减少刚体的一个自由度，即为一个约束。

2) 单铰节点 (图1—22)：两个刚体无有约束时其自由度等于 6，当在二刚体之间用一个柱形铰链连接，如其中一个刚体可自由运动 (有三个自由度时，则另一个刚体只能独立的绕铰转动只有一个自由度) 总自由度等于 4，因此一个单铰节点减少体系的两个自由度，相当于两个约束。

体系的两个自由度，相当于两个约束。

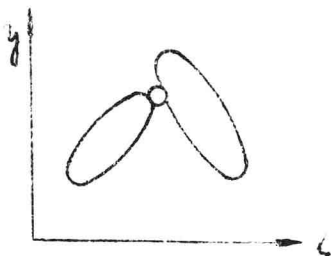


图1—22

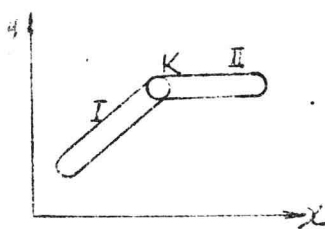


图1—23

3) 单刚节点 (图1—23)：两个刚体 I，II，不受约束时计有 6 个自由度，当在其间用一个刚节点 K 固结在一起，相当将两个刚体组成一个几何不变的正体，因此，总共只有三个自由度，即一个单刚节点减少体系的三个自由度，相当三个约束。要注意的是，这种约束将两个刚体联接成一个几何不变形的正体后，也可将这种体系看做是一个刚体。

设一个体系有 n 个元件， C_0 个支座杆， M 个单铰节点， K 个单刚节点，则体系的总自由度数 W 等于：

$$W = 3n - 3K - 2M - C_0$$

1) C_0 是支座链杆数。必须是结构与基础相连接的链杆才可作为支座链杆计算。固定支座相当三个链杆。

2) M 是单铰数目。只连接两个元件的铰才是单铰，如果一个铰连接 n ($3 \leq n$) 个元件，则称为复铰，一个复铰相当 $n-1$ 个单铰。因为 n 个元件互不联系时，计有 $3n$ 个自由度，当用一个铰将 n 个元件联接在一起时，将减少 $2(n-1)$ 自由度，即相当于 $(n-1)$ 个单铰作用，如图1—24，a, b, c 各相当于 1 个、3 个和 2 个单铰。

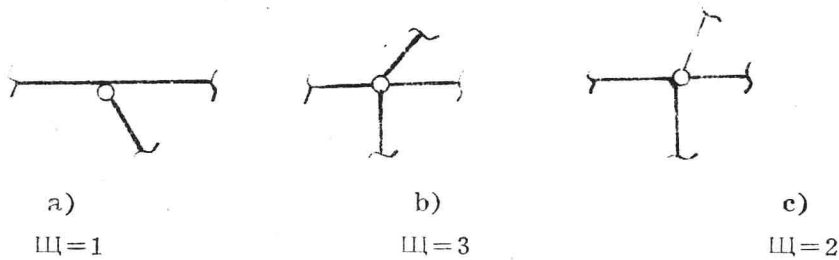


图1—24

3) K 是单刚节点数目，连接 n 个元件的刚节点相当 $(n-1)$ 单刚节点。

4) 计算自由度时，可把结构的任何部分作为刚体，但是其本身应当是几何不变形，而且没有多余约束的 (不成封闭环的)。

公式 (1—1) 的计算结果，可以说明以下几种情况：

- 1) $W > 0$ 时, 结构缺少必要的约束, 是几何可变形的, 是不稳定的结构;
 - 2) $W = 0$ 时, 结构具有保持其本身几何形状所必须的最少的约束数目。
 - 3) $W < 0$ 时, 结构具有多余的约束, 如去掉 W 个约束结构仍然是几何不变形的。
- 因此, $W < 0$ 是结构几何不变形性的必要条件,

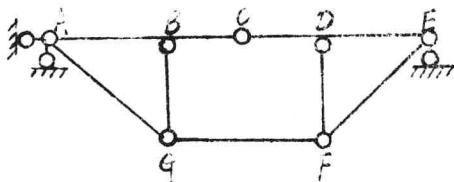


图1—25

例1—1, 计算图1—25所示结构的自由度。

解: 计算自由度的步骤是首先确定刚体——元件的数目; 其次数清约束数目; 最后代入自由度计算公式 (1—1) 计算。

对图示结构, 以每一正体杆件为一刚体, 则 $\Pi = 7$ 。

A、B、C、D、E 各是一个单铰 (注意 A、E 两节点的铰是与支座杆共用), F 和 G 各为两个单铰, 则 $\Pi = 9$, 支座链杆 $C_0 = 3$, 单刚结点 $\mathcal{K} = 0$ 。

将各值代入公式 (1—1) 得:

$$W = 3 \times 7 - 3 \times 0 - 2 \times 9 - 3 = 0$$

即此结构没有多余的约束。

例1—2, 计算图1—26所示结构的自由度。

解: 将曲杆 AB 和直杆 AC、CB、AD、CE、BF、DE 和 EF 作为刚体, 则 $\Pi = 8$; D 和 F 为一个单刚节点, C 与 E 各为两个单刚节点, 即 $\mathcal{K} = 6$; A 与 B 各系两个单铰, DG、FG 和 FH 作为支座杆, $C_0 = 3$, 则:

$$W = 3 \times 8 - 3 \times 6 - 2 \times 4 - 3 = -5$$

此结构有 5 个多余约束。

注意, 按 Π 的意义, 凡是本身几何不变形且没有多余约束的部分皆可作为一个刚体, 则此题又可把 ABCE 部分和 ABFEFBFB 部分各作为一个刚体。连同曲杆 AB, 则 $\Pi = 3$; 而 $\mathcal{K} = 1$; $\Pi = 4$; $C_0 = 3$ 。代入自由度公式, 得:

$$W = 3 \times 3 - 3 \times 1 - 2 \times 4 - 3 = -5$$

计算结果与上相同。

例1—3, 计算围式刚架的自由度。

解: 此结构 ABCD 部分全系刚性结合成的闭合部分对此情形由于闭合部分本身有多余约束 (例如将其中任何处切断而仍能保持几何不变形), 故不能将此部分当作一个刚体。

如把每直杆作为一个刚体, 则 $\Pi = 6$; 而 $\mathcal{K} = 6$, $\Pi = 0$, $C_0 = 6$, 代入公式 (1—1) 得:

$$W = 3 \times 6 - 3 \times 6 - 0 - 6 = -6$$

即此刚架有 6 个多余约束。

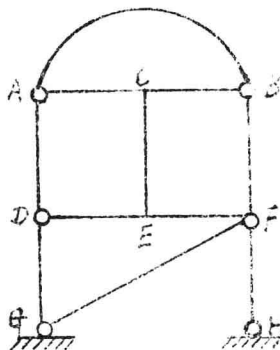


图1—26

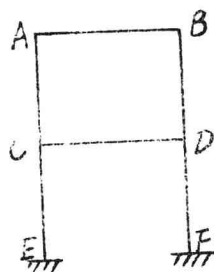


图1—27

公式(1—1)是平面杆件体系自由度的一般公式,但对于桁架结构(如图1—28)由于单铰节点和杆件数目很多,应用公式(1—1)计算自由度不甚方便,对于这类所谓铰接体系,我们可以采用另外形式的公式计算自由度。

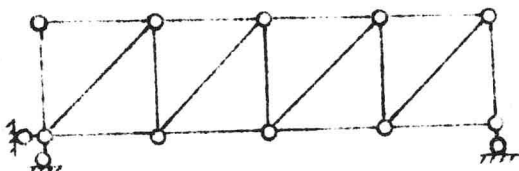


图1—28

取桁架的节点作为点元件,每一个点在平面中有两个自由度,桁架的每一杆,相当一个链杆,是一个约束,以 y 代表节点数; c 代表杆数,则总自由及公式为:

$$W = 2y - c - c_0 \quad (1-2)$$

例1—4 计算图1—28桁架的自由度。

解:因 $y=10$, $c=17$, $C_0=3$ 。

则: $W = 2 \times 10 - 17 - 3 = 0$

3. 结构几何组织的分析

$W \leq 0$ 仅是稳定结构的必要条件,虽然 $W \leq 0$,但当结构元件或约束布置不恰当时。也可成为几何不稳定的体系。

首先我们研究一下几何稳定结构的最基本组织。

1) 两根链杆可以固定一个点的位置。如图1—29a,用 I, II 两根杆件可以固定 A 点的

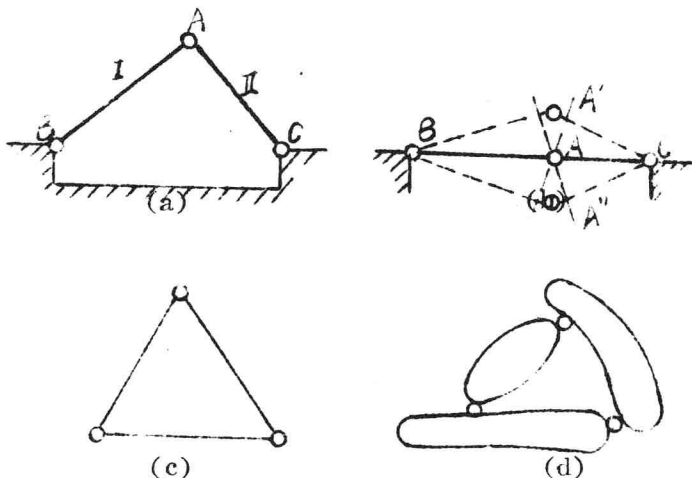


图1—29

位置。但此二链杆的三个铰不能共在一直线上,否则点A 将可沿与直线 AC 垂直的方向作瞬时运动(图1—29b)。如在图1—29a中把大地也视为一刚体或链杆则由此也可以推得:铰接三角形是一个基本的几何不变形组织(图1—29c): 以及三个刚体用三个铰连接时,三铰不共直线则是几何不变形的(图1—29a),由此可断定:在一个几何不变的体系上,增加二杆再用一个铰连接(称为二元体)(如图1—29a)体系仍是几何不变的。

2) 三根链杆可以固定一个刚体的位置(图1—30a)。但此三杆的延长线不能交于一点,否则刚体仍可绕此交点作瞬时运动(图1—30b): 三杆也不能平行,否则刚体将会沿与杆垂直的方向运动(图1—30c)。由此可推知:连接两个刚体的三根杆不平行,其延伸线也不交于一点则其是几何不变形的。

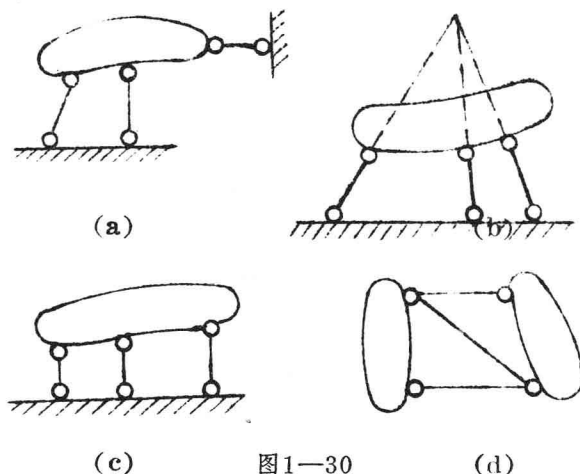


图1—30

以上二种组织中，图1—29b和图1—30b的情形称为瞬变体系。因体系发生一定几何变形之后就不能再继续变形。瞬变体系在工程结构中是不允许采用的。

因为瞬变体系，变形虽然有一定范围，但变形之大往往超过结构使用的许可值，另一方面，从静力观点来看，如要保持瞬变体系的平衡，只有当反力或内力是无限大时才有可能，这也是实际工程中不能满足要求的，如图1—31，计算反力 R_A 时，可对 o 点取距，得：

$$R_A = \frac{Pl}{r}$$

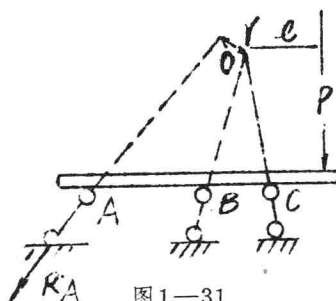


图1—31

如果 R_A 作用线（即支座链杆A）的方向通过 o 点，即 $r=0$ 则 $R_A = \infty$ 。

按结构的基本几何稳定组织来看，当结构有足够的约束数目时，还可能有两类不适的组织，一类情形是结构中某一部分缺少必要的约束，而另一部分中有多余约束，如图1—32所示桁架。其自由度为 $W=0$ 但其右面部分是一个铰接四边形，是几何可变形的，而左部分中有一个多余约束，这种情形，就结构正体而言仍是几何可变形的。另一类情形是结构各部分虽然有足够的约束，但体系可能是瞬变的。例如图1—33所示的体系，把杆件Ⅰ、Ⅱ和地面Ⅲ看作三个元件。(1.2)是连接元件Ⅰ与Ⅱ的铰(1.3)和(2.3)各相当于连接元件Ⅰ与Ⅲ和Ⅱ与Ⅲ的铰（称为虚铰）如果三个铰在一直线上，体系就是瞬变的。

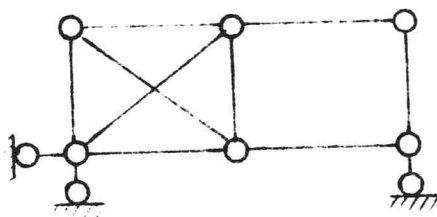


图1—32

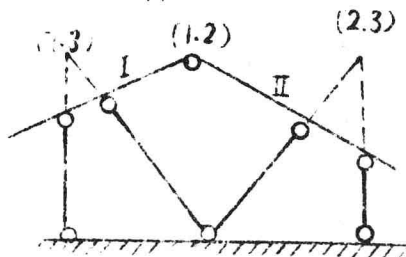


图1—33

进行结构几何稳定性分析的一般步骤是：首先计算体系的自由度。

如果 $W > 0$ 就可确定其是几何不稳定结构：如果 $W \leq 0$ ，说明结构可能是几何稳定的。

但尚须进一步分析其几何组织是否有不适当的情形，才能最终判断此结构是否几何稳定。

§ 4. 结构的荷载

作用在结构上的外力分为荷载和反力。结构自重和一切为满足使用要求而作用在结构上的外力称为荷载，而在荷载作用下的结构，还受到阻止结构移动并使其保持平衡的支座抵抗力，即所谓支承力的作用。结构上的荷载是多种多样的。可按不同特点分类：

根据荷载作用的范围可分为：

- 1) 集中荷载；
- 2) 分佈荷载：又有均佈荷载与非均佈荷载两类；

依照荷载作用的时间长短可分为：

- 1) 恒载：是永久作用在结构上的荷载。如结构自重及固定在结构上的附属设备量；
- 2) 活载：指不经常作用在结构上的荷载。它又可分为位置固定的活载和位置移动的活载（又称为移动荷载），比如作用在结构上的风荷载，雪荷载及微尘积聚的荷载等就是固定活载。而在结构上移动的车辆，人群等就是移动荷载。

依照荷载对结构作用的性质分为：

- 1) 静力荷载：逐渐增加的荷载，对结构产生的冲击和振动作用很小，可略而不计，象所有恒载、雪、灰尘、人群等。
- 2) 动力荷载：荷载的量值或位置随时间而变化。并使结构产生加速度运动的荷载，如起重机在提升货物时，瞬时加于结构上的冲击荷载，及起重机制动时的惯性荷载。高炉中的崩料和煤气爆炸等冲击荷载。

结构除了承受上述荷载之外，还承受温度变化作用，支座沉陷或相对移动的影响。这些也都属于结构上的荷载。

在工程中进行结构设计或核算时，按荷载对结构作用的重要性，经常性，荷载又可分为：

1) 主要荷载：是在正常工作条件下结构所经常承受的荷载。如结构自重及附属设备的重量，起重机中的提升货物及用其荷载。起重机自动力及工作状态下的风荷载，在高炉中如衬砌的温度膨胀及煤气压力的作用，以及沉积在结构上的灰尘等荷载。

2) 附加荷载：是不经常作用在结构上的荷载，如起重机起重小车对缓冲器的冲击力，起动或制动作用力，惯性力（对重型工作制吊车则属于主要荷载），检修试验荷载；高炉中温度及气压高低的偏差，风荷载等。

3) 特殊荷载：因事故而产生的偶然荷载，如因事故使结构部分损坏或遭受温度升高的影响，又如当高炉料车卡住或拉断钢丝绳时的荷载，地震引起的惯性荷载等。

作用在结构上的荷载内力时，应按照各种荷载同时作用的可能性和工作特点，从全部荷载的可能组合中选出对结构各部分起最不利用的组合。

荷载组合通常采用如下三类组合：

- 1) 主要组合：该组合中包括各种主要荷载；
- 2) 附加组合：即为某些主要荷载和附加荷载的组合；
- 3) 特殊组合：特殊组合与某些主要荷载及附加荷载综合考虑，但不应同时考虑两种或两种以上的特殊荷载。

上述荷载组合，仅是概括的加以说明，今后对具有不同工作特点的各种结构荷载的具体组合，可参考有关规范及设计技术资料。

第二章 靜定結構在靜止荷載作用下的內力分析

§ 1. 靜定結構的一般概念

1. 靜定結構的定義和特征:

結構在任意荷載作用下，其全部反力及任何部分內力均可由該結構的正體及其個別部分（分離體）的靜力平衡條件求得，並其數值是確定而有限的，則此結構稱為靜定結構。由上述定義看來，靜定的意義，並不規定結構在給定荷載作用時，結構上的所有各量值，而僅限於其反力和內力是確定而為有限數值。因為靜定結構中的某些量值，如結構任何截面上個別點的應力和結構的變形，都是不能單純的由靜力平衡條件所確定，還必須附有若干其它條件和假設才能確定。所以靜定結構的靜定性也只有相對的意義。

雖然靜定結構中仍然具有許多，不能用靜力平衡條件確定的量值，但就分析結構的反力和內力來說，把所有結構分為靜定結構和超靜定結構还是很適當的，因為這兩種結構還各自有着重要的特性。

現在我們再分別討論靜定結構在幾何方面及靜力方面的基本特征。

2. 靜定結構的幾何構造特征:

靜定結構的幾何構造特征，在於它們是幾何不變且無多余約束的結構。

因為若結構是幾何可變的，即結構自由度大於零。則結構在任何荷載作用下都不能維持靜力平衡，而會發生運動，故得不到結構反力和內力的確定而有限的解答（靜定解答）所以靜定結構必須是幾何不變的結構。

若結構為幾何不變，但有多余約束時，即結構的自由度小於零，由自由度公式：

$$W = 3\Delta - 3K - 2M - C_0 < 0$$

得： $3\Delta < 3K + 2M + C$ 。

可看出結構中剛體的自由度數目少於其中約束的數目。從靜力平衡條件來看，每一剛體在平面一般力系作用下，可寫出三個靜力平衡方程式，如結構中有 Δ 個剛體則可寫出 3Δ 個靜力平衡方程式。而當結構自由度 $W < 0$ 時則為結構內部和外部的約束數目多余剛體的總自由度數目，有多余約束，這時依結構各剛體寫出的靜力平衡方程式數目總和小于約束未知力的數目，在這種條件下，不能得到約束未知力的確定解答。若想得到結構約束未知力的確定解答，還要借助与多余約束數目相同的變形方程式，但這種結構不是靜定結構，而為超靜定結構，如圖2—1所示結構，即為有兩個多余約束的幾何不變結構。如去掉兩個任意多余約束B和C鏈杆，代以相應的約束力 X_1 和 X_2 後，留下的三個約束仍然保持剛體的幾何不變性，又因依該剛體可寫出三個靜力平衡方程式，故若 X_1 和 X_2 為任何數值時，均可滿足平衡條件。而可求出相應的若干組解答來。因之它的約束力和內力，不能僅依靜力平衡方程式求得確定數值。所以也不是靜定結構。

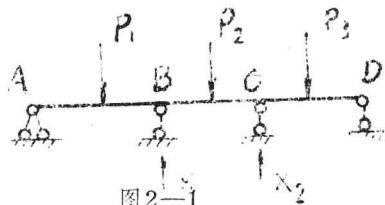


圖2—1

若結構為幾何不變且無多余約束時，其自由度等於零。於是依剛體而寫出的靜力平衡方程式的數目，與結構中剛體的約束未知力的數目相等。聯立方程就可求出約束未知力及結構