

小学数学问答

7

4

÷

+

5

—

x

吉林人民出版社

8

>

小学数学问答

吉林省教育学院编

吉林人民出版社

说 明

根据《全日制十年制学校小学数学教学大纲》的精神，为帮助小学数学教师钻研和掌握小学数学教材，提高教学质量，我们编写了这本《小学数学问答》。

本书共搜集136个问题，按照整数、小数、分数(百分数)、比例、几何初步知识、正负数、集合、函数的顺序，进行了简要说明或解释，供小学数学教师和中等师范学校学生以及小学数学爱好者参考。

参加本书编写的有：长春师范学院(筹备处)数学系张玉田，吉林省教育学院于学礼、马向东、彭景廉、张凤才。封面设计：刘笑。本书在编写过程中，承蒙有关同志审阅和提出宝贵意见，在此表示衷心感谢！

对本书中的缺点和错误，诚恳希望读者批评指正。

编者

1980年1月5日

目 录

1. 什么叫自然数和自然数列?	1
2. 怎样理解“大于”、“小于”、“等于”的概念?	3
3. 什么是数和数字?	4
4. 数位和位数有何区别?	4
5. 计数和记数有何区别?	5
6. 什么叫做基数和序数?	6
7. 怎样读整数和写整数?	6
8. 零是偶数吗?	7
9. 在除法里零为什么不能做除数?	8
10. “0”的意义和作用是什么?	8
11. 最小的一位数是什么数?	10
12. 怎样理解倍数的含义?	10
13. 质数, 质因数和互质数 有什么区别?	12
14. 为什么一个数分别能被两个互质的数整除, 那 么这个数也能被这两个互质数的积整除?	13
15. 约数、公约数、最大公约数有何区别?	14
16. 约数与因数有何不同?	15
17. 奇数、偶数与质数、合数之间的区别 和联系是什么?	16

18. 怎样利用分解质因数求最小公倍数?	16
19. 奇偶数经过四则运算, 奇偶性有什么变化?	18
20. 加法有哪些运算定律?	19
21. 加减法的运算性质是什么?	20
22. 已知数的变化引起和与差的变化规律有哪些?	22
23. 乘法有哪些运算定律?	25
24. 乘除法有哪些运算性质?	28
25. 已知数的变化引起积与商变化的规律有哪些?	30
26. 整除和除尽有何区别?	33
27. 在有余数的整数除法中, 余数必小于除数, 不 完全商与余数都是唯一的, 为什么?	33
28. 能够被2、5整除的数的特征是什么?	35
29. 能够被3、9整除的数的特征是什么?	36
30. 能够被4和25整除的数的特征是什么?	37
31. 能够被8和125整除的数的特征是什么?	38
32. “增加了”和“增加到”应该怎样理解?	39
33. “扩大”、“扩大了”、“扩大到”应该怎样理解?	40
34. 常用的速算方法有哪些?	41
35. 引进小数的概念主要有几种方法?	45
36. 小数有几种分类法?	47
37. 小数有几种读法?	48
38. 小数与分数都可以互化吗?	49
39. 化循环小数为分数, 为什么用9、99、999……或 9后面续0作分母呢?	51
40. 小数加减法的法则与整数加减法的法 则根本不同吗?	52
41. 如何理解小数乘法的意义?	53

42. 小数除法的意义是什么?	54
43. 小数乘法里, 积的小数位数为什么等于被乘 数与乘数小数位数的和?	55
44. 怎样说明乘数是纯小数的乘法, 积比被乘数 小的道理?	57
45. 除数是小数的除法, 为什么要把除数变成整 数再除?	58
46. 怎样说明除数是纯小数的除法, 商比 被除数大的道理?	58
47. 什么叫准确数? 什么叫近似数? 近似 数是怎么产生的?	60
48. 近似数的截取方法有几种?	61
49. 什么叫名数的化法与聚法? 怎样化聚?	62
50. 怎样理解分数的意义?	63
51. 分数线都有什么含义?	63
52. 分数如何分类?	64
53. 分数的分子、分母发生变化时, 分数 值有什么变化?	64
54. 比较分数大小的条件是什么?	65
55. 在通分中怎样根据不同情况求最小公倍数?	65
56. 约分有几种方法?	66
57. 异分母分数加减法为什么要先通分?	67
58. 如何理解分数乘法的意义? 为什么“求一个数 的几分之几是多少”容易误认是除法?	68
59. 为什么“一个数除以分数, 等于这个数乘以 原分数的倒数”?	69
60. 分数除以整数, 为什么一般不用整数除被除	

数的分子?	69
61. 怎样理解“一个数比另一个数多(少) 几分之几”的问题?	70
62. 繁分数有几种形式? 怎样化简繁分数?	71
63. 怎样读写繁分数?	73
64. 把带分数化成假分数,为什么“用原来的分母 做分母,用分母和整数的乘积加上原来的分 子做分子”?	74
65. 如何解答分数乘除法应用题?	74
66. 怎样给百分数定义?	75
67. 怎样在较复杂的分数应用题教学中发展学生 的逻辑思维能力?	75
68. 如何理解“甲数的 $\frac{1}{2}$ 是乙数的 $\frac{1}{3}$, 甲数是乙 数的几分之几”的问题?	77
69. 怎样计算发芽率?	77
70. 比值为什么不写名数?	78
71. 在比和比例教学中,怎样区别一些容 易混淆的概念?	78
72. 除法、分数和比有何联系和区别?	79
73. 求比的未知项与解比例有什么不同?	79
74. 为什么“比例的两个外项的积等于两 个内项的积”?	80
75. 怎样判断正、反比例关系?	80
76. 为什么比例的等号两边可以是两种不同的量?	81
77. 在物体高度与影长成正比例的应用题中,“时 间”是“一定”的量吗?	81
78. 圆的面积和它的半径成正比例吗?	82

79. 直线、射线和线段之间有什么联系与区别?	83
80. π 的值是怎么来的呢?	84
81. 在使用量角器时, 怎样防止发生错误?	86
82. 怎样画角的和、差、倍?	87
83. 怎样画五角星?	89
84. 如何讲解三角形内角和等于 180° 的问题?	90
85. 怎样画垂线、平行线?	91
86. 怎样利用直角三角形、等腰三角形的特性画 它们的图形?	95
87. 三角形的三条高一定在图形内吗?	97
88. 怎样使学生区别周长和面积?	98
89. 怎样讲解株、行距问题?	100
90. 怎样讲解圆环形的面积?	101
91. 怎样求一些简单的曲边图形的面积?	103
92. 怎样求不规则图形的面积?	106
93. 怎样使学生认识长方体的特征?	107
94. 如何画长方体和正方体的直观图?	109
95. 怎样使学生区别容积和体积?	112
96. 拟柱体的体积计算方法是怎样得来的?	113
97. 怎样引进负数?	114
98. 什么叫数轴?	116
99. 什么叫互为相反数?	117
100. 什么是有理数的绝对值?	119
101. 什么叫有理数?	121
102. 怎样比较有理数的大小?	121
103. 怎样讲有理数的加法?	122
104. 怎样讲有理数的减法?	125

105. 有理数的加减法能统一成加法吗?	127
106. 什么叫代数式?	127
107. 什么叫代数式的值?	128
108. 怎样讲有理数乘法法则?	128
109. 算术里学过的乘法运算律对有理数适用吗?	130
110. 什么叫乘方?	131
111. 怎样讲有理数除法法则?	133
112. 什么叫倒数?	135
113. 有理数除法有哪些运算性质?	136
114. 有理数的运算应按怎样顺序进行?	137
115. 应该怎样解释 $0 - (-3) = 3$? $-a$ 是不 是 -1 一定小于 a ?	137
116. 在小学数学里, 渗透集合思想有什么意义?	138
117. 什么是集合?	142
118. 集合与元素有什么关系?	144
119. 怎样表示集合?	145
120. 什么叫空集?	148
121. 集合之间有什么关系?	149
122. 集合的包含关系, 有什么基本性质?	151
123. 什么叫集合的并(或并集)?	152
124. 什么叫集合的差集?	153
125. 什么叫集合的补集?	154
126. 什么叫集合的交集?	155
127. 集合的运算满足什么规律?	157
128. 什么叫函数?	160
129. 小学数学为什么要渗透函数思想?	161
130. 函数有哪些表示方法?	162

131. 在小学数学中接触了哪些函数?	163
132. 什么叫一次函数?	164
133. 小学数学教材中是怎样渗透函数思想的?	164
134. 为什么说正比例是函数?	166
135. 在小学数学教材中, 为什么有很多箭头图?	167
136. 在小学数学教材中, 为什么编选了些 填写运算符号的问题?	168
附录	170

1. 什么叫自然数和自然数列？

回答什么是自然数这个问题，需要从集合说起。

人类在生产实践中，把客观存在许多物体集合的元素对应起来加以比较时，可以得到许多元素成一一对应的等价集合。若集合A与集合B等价，集合B与集合C等价，那么集合A也与集合C等价。

如果根据这个性质，对集合进行分类，凡等价集合都归于同一类，那么就会得到许多不同的等价集合类。而同一类的等价集合，都有着一个共同的特征，那就是它们有同样多的元素。因此，把同一类等价集合的这个共同特征，就叫做这类集合的基数。对于有限集合来说，基数所反映的，实际就是我们通常所说的元素的个数。这样，有一个等价集合的类，就有一个基数与之对应；反之，有一个确定的基数，就有一个等价集合的类与之对应。

同类集合的基数可以用一个符号把它表示出来。如，可以用符号“||”来表示“眼睛”一类集合的基数，用符号“||||”来表示“手指”一类集合的基数。也可以用特定的符号“2”与“5”来分别表示这两类集合的基数。数字符号实际上就是人类在世世代代的实践基础上创造出来的。这样，就得到自然数的定义：

有限集合的基数就叫做自然数。如，下列集合的基数就

分别是自然数一、二、三……，并用符号1、2、3、……表示。

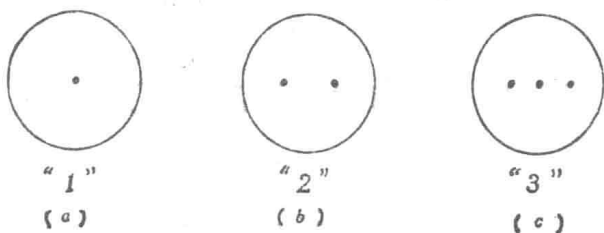


图 1

“1”是组成自然数的单位。如果取单独的一个元素组成一个集合，这个集合的基数就是单位“1”，如图1(a)。如果把这个集合再添入一个元素，那么这个集合的基数就是单位添上单位，就是自然数“2”如图1(b)。依此类推，任何一个自然数都可以看做是由若干个单位“1”组成的集合。

如果把自然数从单位1开始，由小到大依次排列起来，这样就得到一个按一定次序排列起来的一列数。由此得到自然数列定义：由依次排列着的自然数所组成的集合，叫做自然数列。即1, 2, 3, 4, ……

自然数列有下面的性质：

(1) 自然数列是有始的。单位“1”是自然数列中最小的一个数，也就是开始的一个数。在数列中凡是右面的数总比它左面的数大，反之，凡是左面的数总比右面的数小。例如

$$5 > 4, 5 > 2, \dots \text{等}$$

$$3 < 4, 3 < 8, \dots \text{等}$$

(2) 自然数列是无限的。自然数列只有头，从单位“1”开始，而没有尾。每一个自然数的后面都有一个自然数紧跟着它。所以，自然数是没有最大的，自然数列是一个无限

集合。设 N 是任意的自然数，则 $N+1>N$ 。

(3) 自然数列是有序的。自然数列里的自然数，都是严格地按照一定的顺序排列着的，后一个自然数都比它相邻的前一个自然数多“1”，所以，它们中间不会有相等的数，因而自然数列又是一个有序集合。

自然数列里两个自然数，大小的关系可以由它们在数列里所占的位置来决定。如果自然数 a 和 b ，在自然数列里占有同一个位置，那么就是 $a=b$ ；如果自然数 a 在自然数 b 的后面，那么就是 $a>b$ ；如果自然数 a 在自然数 b 的前面，就是 $a<b$ 。

在扩大自然数列里，只有零不是自然数，其它的数都是自然数。

扩大自然数列里的任何一个数都叫做整数。因此，任何一个自然数或零都是整数。

2. 怎样理解“大于”、“小于”、“等于”的概念？

在自然数列里，如果数出的数 a 在数 b 之后，那么，就说数 a 大于数 b ，写成 $a>b$ ，符号“ $>$ ”读作“大于”；如果数 b 在数 a 之后，那么，就说数 a 小于数 b ，写成 $a<b$ ，符号“ $<$ ”读作“小于”；如果数 a 与数 b 表示同样的数，就说它们是相等的数，写成 $a=b$ ，符号“ $=$ ”读作“等于”。

除了符号“ $>$ ”、“ $<$ ”、“ $=$ ”以外，还常采用联合符号“ $\geq$ ”、“ $\leq$ ”。如果 a 大于或等于 b ，写成 $a\geq b$ ，有时 a 小于或等于 b ，写成 $a\leq b$ 。对于 $a\geq b$ ，有时不说“ a 大于或等于 b ”，而说“ a 不小于 b ”；对于 $a\leq b$ ，有时不说“ a 小于或等于 b ”，而说“ a 不大于 b ”。

b ”。符号“ $\geq$ ”读作“大于或等于”，或读作“不小于”；符号“ $\leq$ ”读作“小于或等于”，或读作“不大于”。

a 不等于 b 可以写成 $a \neq b$ ，符号“ $\neq$ ”表示不相等，读作“不等于”。

因为在扩大大自然数列里，零是第一个数，而自然数都在零的后边。因此，把“大于”、“小于”、“等于”的概念扩充到扩大大自然数列里去。就是任何一个自然数 a 大于零，或零小于 a 。

3. 什么是数和数字？

我们平常所说的“数”，是数学中最基本的概念之一，它是用来表示量的。比如568(自然数)、 $\frac{7}{25}$ (分数)、90.27(小数)……这些都是数。

用来记数的符号叫数字，常见的数字有：

中国小写数字：〇、一、二、三、四、五、六、七、八、九、十等。

中国大写数字：零、壹、贰、叁、肆、伍、陆、柒、捌、玖、拾等。

阿拉伯数字：0、1、2、3、4、5、6、7、8、9等。

除这些常用的数字外，还有罗马数字，现在已不常用。

4. 数位与位数有何区别？

在0、1、2、3……9等十个数字中取出几个从左至右排列起来，用它来表示一个数时，一个数字占有一个位置，这些位置都叫做数位。在记出的一列数字里，从右到左，第一

个数位是个位，第二个数位是十位，第三个数位是百位，第四个数位是千位，第五个数位是万位等等。同一个数字由于它所在的数位不同，所表示的数值也不同。例如“3”，如果记在个位上，就表示三个一；如果记在十位上，就表示三个十；如果记在百位上，就表示三个百等等。

位数是指一个自然数含有数位的个数，用一个非零数字所表示的数叫做一位数；用两个数字，其中左边的数字（即十位数字）不是零，所表示的数叫做二位数。类似的，可以叫多位数，如三位数，四位数等等。如，1、3、5叫做一位数；23、47叫做两位数；321、274叫做三位数，如此等等。

认清数位，熟记数位顺序表很重要，它是读数和写数的依据。小学生在认识数位时，常出现错误，如把十五写成“105”等等，所以要重视数位教学。要抓住“满十进一”这个关键，通过教具演示，使学生由具体到抽象地认识新数和理解相邻两个数位之间的十进关系。

5. 计数和记数有何区别？

我们说的计数，就是计算物体的个数，也就是数数。数数的方法很多，一个一个地数，一对一对地数、一五一五地数、一十一十地数……在数的时候可以根据实际情况，看怎样方便，怎样数得快就应怎样数，但最基本的方法还是一个一个地数。

记数就是把数出来的数，用符号写出来。世界各国通用的记数法是用十个阿拉伯数字，根据位值原则（数位与数值相结合的原则），采取“满十进一”的方法把数表示出来。这种方法叫做“十进位”记数法。

6. 什么叫做基数和序数?

就自然数本身的意义来说, 每一个自然数做为一类等价集合的标记, 它所表示的就是这类集合的基数, 即表示这类集合所含元素的个数。另一方面, 由于自然数列是一个有序集合, 有时由于需要, 又用自然数列里的数来表示事物的顺序。也就是给事物编号。这正像我们用甲、乙、丙, ……来编排事物的次序一样。

由此可知, 自然数列里的自然数, 可以做为一类集合的基数, 以表示事物的多少; 又可以用来编号, 以表示事物的排列次序。如, “5”既可以表示5件事物, 又可以表示排在第5号的事物。因此, 自然数有双重意义: 用来表示数量多少时, 叫做基数; 用来表示排列次序时, 叫做序数。

7. 怎样读整数和写整数?

(1) 整数的读法:

① 四位以内的数, 可以顺着位次, 从高位读起。例如: 8905, 读做八千九百零五。

② 四位以上的数, 先从右向左四位分级, 然后顺次读出各级里的数和它的级名。例如: $\frac{124}{\text{万级}} \frac{6231}{\text{个级}}$, 读做: 一百二十四万六千二百三十一。

如果一个数的中间或末尾有“0”时, 读法如下:

1) 每级末尾的“0”都不读。

例如, $\frac{130}{\text{亿级}} \frac{6700}{\text{万级}} \frac{2000}{\text{个级}}$ 读做: 一百三十亿六千七百万二千。

2) 其它数位上, 不论连续有几个“0”, 只读一个“零”。

例如, 23008, 读做: 二万三千零八。

(2) 整数的写法:

从高位起, 顺次写出各级各位上的数字, 哪个数位上一个单位也没有, 就用“0”表示。

例如: 九百六十万五千零五

写做: $\frac{960}{\text{万级}} \frac{5005}{\text{个级}}$

又如: 八百零一亿零二十万零七

写作: $\frac{801}{\text{亿级}} \frac{0020}{\text{万级}} \frac{0007}{\text{个级}}$

为了使学能正确地迅速地进行读、写大数, 除经常进行读、写训练外, 还可编成顺口溜便于学生掌握:

读数要从高位起, 哪位是几就读几;

中间连续几个零, 只读一个就可以;

每级末尾有零时, 一律不读要牢记。

写数要从高位起, 哪位是几就写几;

每个空位要补零, 跨级空位要注意。

8. 零是偶数吗?

凡是能被2整除的数, 叫做偶数。每个偶数 t 都可以表示成 $t=2m$ 的形式(其中 m 可为一切整数)。例如: $6=2 \times 3$ (其