

决策理论与方法
国家自然科学基金资助研究项目

Order

不确定格序决策方法

| BUQUEDING GEXU JUECE FANGFA |

郭春香 郭耀煌 ● 著



西南交通大学出版社
[Http://press.swjtu.edu.cn](http://press.swjtu.edu.cn)

国家自然科学基金项目

Order

不确定格序决策方法

BUQUEDING GEXU JUECE FANGFA

郭春香 郭耀煌 著



西南交通大学出版社
· 成 都 ·

图书在版编目 (C I P) 数据

不确定格序决策方法 / 郭春香, 郭耀煌著. —成都:
西南交通大学出版社, 2013.6
(决策理论与方法)
ISBN 978-7-5643-2363-9

I. ①不… II. ①郭… ②郭… III. ①决策方法—研
究 IV. ①C934

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 119664 号

决策理论与方法
不确定格序决策方法
郭春香 郭耀煌 著

责任编辑	张宝华
封面设计	何东琳设计工作室
出版发行	西南交通大学出版社 (成都二环路北一段 111 号)
发行部电话	028-87600564 028-87600533
邮政编码	610031
网 址	http://press.swjtu.edu.cn
印 刷	成都蓉军广告印务有限责任公司
成品尺寸	170 mm × 230 mm
印 张	14.75
字 数	264 千字
版 次	2013 年 6 月第 1 版
印 次	2013 年 6 月第 1 次
书 号	ISBN 978-7-5643-2363-9
定 价	45.00 元

图书如有印装质量问题 本社负责退换
版权所有 盗版必究 举报电话: 028-87600562

前言

在市场竞争日益激烈的今天,个人、企业与国家常常会面对复杂的决策问题,此时,不仅需要快速做出决策,而且还要应对不确定决策环境.同时,不确定性与决策互为因果、如影随形.因此,如何才能做出科学合理的决策一直是决策者和决策科学界十分关心和孜孜探讨的一个重要课题.

决策分析始于 20 世纪 50 年代,60 年代开始逐步形成决策理论体系^[1-3].20 世纪 60 年代,Raiffa, Schlaifer 等人研究了如何利用新信息来改进决策,进而提出了贝叶斯统计决策理论和方法.1966 年,Howard 在第四届运筹学会议上正式提出了“决策分析”这一名词^[4,5].

我国最早的相关论文出现于 20 世纪 70 年代末,如 1977 年,魏权龄等人发表了《多目标规划的稳定性》和《多目标最优化有效解的性质及其标量化》;1980 年,顾基发和魏权龄发表了《多目标决策问题》,吴沧浦发表了《多指标动态规划》.姜青航撰写的《实用决策分析》(1985),陈珽先生撰写的《决策分析》(1987),宜家骥撰写的《多目标决策》(1989),马庆国撰写的《决策科学导引》(1989),胡疏达撰写的《实用多目标最优化》,徐玖平撰写的《多目标决策的理论与方法》(2005)与《群决策理论与方法及实现》(2009),攀治平撰写的《基于判断矩阵的决策理论与方法》(2008)等都为我国决策科学的发展奠定了坚实的基础^[6-8].

以往的文献表明,决策时往往有若干个决策方案可供参考,决策者通过比较选取自己认为最好的方案.建立在冯诺曼-摩根斯坦(John von Neumann-Oskar Morgenstern)决策行为公理体系之上的期望效用理论认为:(1)决策者以自己的偏好为依据,可对任何两个决策方案的优劣加以比较和判定(称完全性或连通性);(2)由决策者的偏好所决定的决策方案之间的优劣关系具有传递性^[9-10].基于上述两点,可将所有决策方案按优劣关系排成一个序列,这种全序关系为决策者进行方案抉择提供了依据和方便.然而,很多决策者的决策行为并非这么理想化,他们受事物本质属性表露程度和自身认知能力的限制,往往会表现出对不同方案难分伯仲和犹豫不决的矛盾心理.基于对人们实际决策行为和理论合理性的考虑,不少学者,如 Savage, Raiffa, Howard, Fishburn, 从不同角度出发,对冯诺曼-摩根斯坦的理性行

为公理和相应的决策理论进行了讨论,提出了修改、补充和改进^[1,4,9-16].到目前为止,这些研究主要集中在对冯诺曼-摩根斯坦的独立性公理和传递性公理的弱化,而对连通性公理的研究则很少.由于对方案排序未突破原来的序结构,因而很难得到根本性进展^[3].

郭耀煌等(2001)注意到以往研究工作的局限性,特别是考虑到决策者理性的非完全性,故运用格论这一数学工具,将对方案排序的全序刻画拓展为格序刻画,创建了格序决策的理论框架,提出了一种新的决策理论和方法,为决策科学开辟了一个新的研究方向和领域.

在格序决策前期研究成果的基础上,考虑格序决策的实际应用问题和随机不确定性的影响,研究团队于2006和2010年完成了国家自然科学基金资助项目“格序决策理论研究”(批准号79870034)和“格序决策的实用化研究”(批准号70371026).他们主要运用格论、概率论、统计学、模糊数学等工具,研究了随机格序决策的决策机理,构建了融合格序决策与传统随机决策在内的统一的随机格序决策理论与方法体系.

本书即在上述研究成果的基础上撰写的,其中,第1章、第8章的第2节由郭耀煌老师编写,其余的由郭春香老师编写.作者衷心感谢国家自然科学基金委员会对本书及其相关研究工作的支持.

由于作者水平有限,书中疏漏之处在所难免,敬请读者和专家批评指正.

作 者

2012年12月

目 录

第 1 章 决策理论的研究现状	1
1.1 研究背景	1
1.2 研究的意义	2
1.3 决策理论的发展	3
第 2 章 序关系与格	8
2.1 二元关系	8
2.2 序关系	9
2.3 偏好及其格序特征	11
2.4 Hasse 图	13
2.5 格及其代数性质	15
第 3 章 格上决策的运算研究	20
3.1 偏序集的序数和与直积	20
3.2 σ -格代数的格测度 ^[79,90,91]	22
3.3 格的度量空间	26
3.4 具有区间数的多属性格序决策方法研究	28
3.5 展望空间上的一种格序决策方法	33
第 4 章 格上缺失元素的补充策略研究	39
4.1 问题的提出	39
4.2 带有个人偏好的格序化	41
4.3 不带个人偏好的格上缺失元素补充策略研究	45
4.4 不完整格的最小完备化研究	50
4.5 不完整格进行格序化的意义	58
第 5 章 最小决定集与格序群决策的不可能性定理	59
5.1 问题的提出	59
5.2 Arrow 不可能性定理	60
5.3 基于配对市场的选择函数及其偏好结构研究	63

5.4 最小决定集与 Arrow 不可能性定理	72
5.5 非二元性社会选择环境	75
5.6 非二元性选择函数的最小决定集与不可能性定理	80
5.7 独立决定条件 IIA (S_2) 下的最小决定集及其唯一存在性	86
第 6 章 决策者的偏好描述和明晰化研究	93
6.1 基于不确定偏好关系 $\{>, <, \sim, \underset{\wedge}{\parallel}, \underset{\wedge}{\parallel}, \underset{\wedge}{\parallel}\}$ 的明晰化方法	93
6.2 不确定偏好关系 $\{>, <, \sim, \underset{\wedge}{\parallel}, \underset{\wedge}{\parallel}, \underset{\wedge}{\parallel}\}$ 之间的距离	94
6.3 群体不确定性偏好关系 $\{>, <, \sim, \underset{\wedge}{\parallel}, \underset{\wedge}{\parallel}, \underset{\wedge}{\parallel}\}$ 的确定机理	99
6.4 算 例	101
6.5 专家权重系数不确定的情况	103
第 7 章 决策方案后果区间估计方法	106
7.1 区间估计及二元关系剔除方法	106
7.2 算 例	110
第 8 章 基于区间概率偏好的随机格序群决策方法	112
8.1 问题描述	114
8.2 区间概率	114
8.3 基于不确定偏好关系 $\{>, \underset{\wedge}{\parallel}, \underset{\wedge}{\parallel}, \underset{\wedge}{\parallel}, \underset{\wedge}{\parallel}, \sim, <\}$ 的格序决策方法	118
8.4 算 例	120
8.5 专家权重系数不确定的情况	126
第 9 章 区间信度环境下基于偏好熵的随机格序群决策方法	128
9.1 证据推理方法框架	128
9.2 区间数证据理论	129
9.3 区间值分布偏好向量的性质	131
9.4 基于偏好熵的 ER 非线性优化模型	134
9.5 算 例	137
第 10 章 基于模糊概率的序数不确定决策方法	142
10.1 基于第一类模糊概率的序数不确定群决策方法	142

10.2 基于第二类模糊概率的序数不确定决策方法	154
第 11 章 应用研究	163
11.1 具有混合型偏好信息的供应链伙伴选择	163
11.2 社区干部选拔与分派	178
结 论	198
参考文献	202

第1章 决策理论的研究现状

1.1 研究背景

决策是人类的一项基本活动,是人们行动的先导.它是指为达到某种目的或目标而在众多的可行方案中进行选择的过程^[1~5,11].著名管理学家、诺贝尔经济奖获得者西蒙认为:决策贯穿管理的全过程,管理就是决策.西蒙在决策理论中的重要贡献,就是对决策程序进行了开创性研究.他把企业经济管理活动区分为程序化决策和非程序化决策,以满意的准则代替最优化准则.在现实生活中,个人、企业和国家都离不开决策,一个国家会涉及怎样合理地分配有限社会资源的决策问题;一个企业会涉及如何安排生产,才能节省人力、物力、财力而获得较高经济效益的决策问题;个人则涉及选择什么样的职业,才能更好地发挥自己才能的问题.可以说,决策存在于我们生活的方方面面.决策追求一次成功率,机不可失、时不再来.一项关键决策的失误不仅会造成财富的浪费,有时还会阻碍社会健康、协调地发展.由于决策面对的是未来可能发生的事件,环境复杂多变、信息不充分、时间紧迫、决策者主观因素等都直接影响决策的正确性,因此以提高决策的有效性和合理性为目的的决策理论和决策技术的研究就变得非常重要^[6~11].

决策科学(决策学)是随着近代工业、科学、社会的发展而出现的一门综合性学科.人们的决策活动古已有之,如田忌与齐王赛马的故事,就是对策(博弈)问题;16~17世纪法国宫廷设有赌博顾问,这些顾问就是研究概率理论、对策理论的先驱,是决策理论的先导.20世纪30年代以后,决策理论从对策理论中分离出来,对策理论研究人与人之间的对抗,而决策理论则研究人与非智能对手——自然界之间的关系^[2~9].

尽管人类的决策活动有着悠久的历史,但把决策作为一个专门领域来研究只是近一两个世纪的事情,而真正使其独立成为在学术界得到普遍认同的领域要归功于20世纪50年代蓬勃发展的统计决策理论,即以Savage, Raiffa, Howard, Fishburn为代表的科学家在统计决策理论的基础上建立了具有严格哲学基础和公理框架的决策理论体系^[1,4,9~16].20世纪60年代, Raiffa, Schiaifer等人研究了如何利用新信息来改进决策,进而提出了贝叶斯统计决策理论和方法^[17,20~24].与此同时,以Raiffa为代表的哈佛大学研究人员将该

理论运用于商业问题,形成了应用统计决策理论.在统计决策理论发展的同时,决策概念在其他研究领域(如多目标决策)也得到了很大的发展,1966年,Howard在第四届运筹学会议上正式提出了“决策分析”这一名词^[19].此后,决策分析的研究范围日益扩大,例如从单准则问题扩展到多准则问题,从单个决策人扩展到由多个决策人组成的领导集体,从一次制定决策扩展到多次连续制定决策,从一般决策发展到模糊决策.如此,形成了一个十分活跃、生气勃勃的研究领域^[21-36].特别是进入20世纪80年代以来,随着计算机技术的发展,产生了决策支持系统这一新的研究方向,许多大型的决策优化问题在计算机的帮助下也得到了解决,复杂的群决策问题通过计算机和通信技术的辅助,在应用方面也取得了很大的进展^[32-45].

决策科学也是管理科学的重要组成部分,而且随着管理科学的发展而发展.20世纪40年代以来,特别是第二次世界大战以后,运筹学的产生为决策科学打下了坚实的基础,曾出现了以西蒙为首的决策理论学派,它吸收了行为科学、系统论、运筹学和计算程序等学科内容.当前,随着技术科学与管理科学的迅速发展,决策科学的理论与方法、决策结构也得到进一步发展与深化.

决策理论的大部分内容与规范性决策理论有关.首先,由于经济学家、数学家以及系统科学家的努力,决策分析日益广泛地应用于商业、经济、实用统计、法律、医学、政治等各方面,近年来,决策分析已经成工业、商业、政府部门制定决策所使用的一种重要方法.其次,第二次世界大战开始后发展起来的运筹学在决策理论概念、方案优化、统计决策理论、决策方法中有了坚实的基础,使决策理论成为运筹学中的一支.一些规范性的决策方法,如成本效益分析、资源分配、计划评审技术、关键路径法等应用越来越广泛.多属性问题的研究逐步深入,方法层出不穷.

现在,随着计算机的飞速发展与普及,信息处理、数据存储与检索手段等技术在日新月异.统计数据、研究资料的迅速更新,决策模型的日益完善,以及人工智能的发展与知识库的形成,均使根据新信息对策略进行及时修正成为可能,并导致自动决策以及决策支持系统的产生.近年来,不确定性决策和群决策与合作对策成为研究的热点.

总之,人们对如何才能做出科学合理的决策进行了坚持不懈的探索,并取得了丰硕的研究成果.

1.2 研究的意义

虽然组织问题和战略问题都是管理的重要方面,但无论是组织的设计还是组织的战略选择,都回避不了决策的问题.因此,决策学派认为决策是管

理的核心不能不说是有一定道理的。在市场竞争异常激烈的今天,无论企业或个人都经常会面临复杂的决策问题,不仅需要快速做出决策,而且需要分析与解决决策问题中多种不确定性所带来的困难。好的决策可以使企业或个人的发展获得巨大成功,坏的决策一定会使企业或个人招致失败。

国外十分重视决策分析理论与方法的研究,不仅许多专业性学会经常组织开展决策分析领域的学术交流活动(如IDS, ISMCDM, INFORMS, IFORS, IFAC, IFIP, ISCR, ISMP等),而且也出版了数十种专业期刊,尤其是最近10年来出现了不少这一领域的新刊物。一些著名的研究中心一直把决策分析作为主要研究方向给予重点支持,如国际应用系统分析研究所(IIASA)从成立以来就把决策分析作为该所的主要方向加以发展,在现有的7个研究计划中只有“决策分析与决策支持”是一个长期研究计划。美国科学基金会的社会、行为与经济科学学部专门设立了决策、风险与管理研究计划,这是该学部设立的少有的长期研究计划之一。德国研究理事会每年资助决策分析方面的研究经费约占它资助工商、经济、管理领域总经费的四分之一。

我国在决策分析研究领域也取得了可喜的进展,某些方向的研究成果处于国际先进水平。尽管总体水平与国际先进水平相比仍有很大差距,但我国已经有了一支具备相当实力的研究队伍,有十余人担任本领域国际重要期刊编委,这相对于管理科学的其他研究领域来讲有一定的发展优势。只要我们能有效地组织研究力量,选择好合适的主攻方向,中国就一定可以在较短的时间内在决策分析领域取得重要的研究进展,并可望形成以中国人为主的一些学派。

所以,开展决策分析的理论与方法研究,不仅对中国管理科学的发展具有重大的理论意义,而且对解决许多复杂的实际决策问题也有特别重要的现实意义。

1.3 决策理论的发展

决策理论最初是在行政学和统计学的基础上发展起来的,主要研究包括决策机理、决策规则、决策模型以及决策方法等方面的内容。

自有人类社会以来,人们一直也没有离开过决策,而且一直都在探索怎样或者应该怎样做出科学决策的途径。决策理论的发展可以追溯到18世纪上半叶效用值概念的提出^[9,12-15]。Nicholas Bernoulli(1713)设计了著名的St. Petersburg悖论,生动地说明了以期望收益值作为决策准则与实际决策行为之间存在着矛盾,从而对风险报酬应根据其期望报酬评价(期望收益极大化原则)的传统观念提出了挑战^[1-9,46]。Daniel Bernoulli(1738)还进一步

论述了效用值的概念以及效用函数的可能形式^[1-9,46,47],提出了基于财富水平的风险展望应根据其期望主观值加以衡量的思想,并指出了财富的边际效用递减原理. 19 世纪下半叶,效用作为一个专用术语被人们广为接受,当时其主要含义专指 19 世纪新古典经济学中的商品效用. 经济学家们利用 Daniel Bernoulli 的边际效用递减原理研究了消费者需求理论,进一步发展了 19 世纪新古典学派的商品效用思想,逐渐形成了传统意义上的效用理论. 但是进入 20 世纪以后,效用理论发展缓慢,其主要原因之一就是传统的效用理论还不具有直观的数量意义,虽然有学者一直致力于研究基于偏好差的效用测量,但收效甚微^[1-3,47-52].

1944 年, Von Neumann 和 Oskar Morgenstern 研究了展望空间上决策行为的理性化问题,指出理性决策者的偏好关系通常会满足包括连通性、传递性、独立性、连续性等在内的一组行为公理,从而建立了 N-M 决策公理体系(也称理性行为公理体系),并证明了在该公理体系之下,展望空间上存在着正线性变换意义上唯一的(线性)效用函数^[1-9,10]. 他们的研究为规范型决策理论奠定了基础,并在管理、经济和工程技术中得到了广泛应用和纵深发展,成为理性决策的科学依据. 半个多世纪以来,决策理论得到了飞速发展,围绕着该公理体系——从公理体系本身的不断改善到其上的效用表示的研究与应用,在理论和实用上都取得了丰硕的研究成果,直到现在, Von Neumann-Morgenstern(线性)期望效用理论仍在现代决策理论中占有重要的地位^[1-2,10].

20 世纪 50 年代, Wald 和 Leonard J. Savage 在 Von Neumann-Morgenstern 决策理论的基础上,研究了统计决策问题,建立了相应的决策理论体系^[1-3,10,52]. 60 年代, R. A. Howard, H. Raiffa 以及 W. Edwards 进一步发展了统计决策理论,系统地研究了贝叶斯决策理论付诸实施的具体步骤,考虑了通过试验收集新的信息以改进决策分析方法的可能性^[16-19,22-24].

然而,自 20 世纪 50 年代开始,以 Allais, Edwards 为代表的一批学者从心理学的角度对实际决策行为进行了研究,他们通过实证考察发现这种理性决策模型和理论在应用中常表现出种种偏差,证明决策者的实际决策行为与 N-M 理性行为公理并不相符^[22-24,28-40]. 独立性公理受到的攻击最多,提出异议的学者包括 Allais(1953), Morrison(1967), MacCrimmon(1968), MacCrimmon-Larsson(1979), Hargen(1979), Kahneman-Tversky(1979), Tversky-Kahneman(1981)^[30,37-42]. Flood(1951—1952), May(1954), MacCrimmon-Larsson(1979)指出,在多属性情况下偏好循环(即克星循环)可能出现,对偏好的传递性提出了质疑^[39,54,55]; Fishburn(1988)甚至认为传递性公理不应再被看成是一个规范性原则^[9]; Georgescu-Roegen(1954),

Thrall (1954), Chipman (1960) 等提出了违背连续性公理的实例^[20,56,57]。

实际决策行为与 N-M 行为公理体系的背离诱导人们去研究公理的弱化, 寻求某种意义上的等价公理体系或创立新的公理体系, 以使决策理论能更好地反映和指导决策者的理性决策行为。Herstein-Milnor (1953), Jenson (1967), Fishburn (1982) 在该方面做出了出色的贡献, 分别提出了各自的等价公理体系^[48, 58-59], 其中 Fishburn 的公理体系最具特色, 已成为许多非线性效用理论研究的基石^[9, 48-51]。但是, 上述研究均基于以下两点基本假定: (1) 决策者对所有决策方案均可通过两两比较而确定其优劣, 即满足连通性公理; (2) 决策者对不同的决策方案的偏好具有传递性 (Fishburn 的公理体系表面上未提及, 但事实上隐含了传递性)。基于这两个假设, 决策者可按其偏好将所有决策方案排列成一个全序序列, 由此即可在决策方案的全序排列下很方便地进行方案选优决策。

长期以来, 管理学家和经济学家都认为理性决策者的偏好关系应该满足连通性公理, 即要求决策者能够确定备选方案集合中每对元素的优劣次序, 这似乎是理所当然的, 因为“有比较才有鉴别”。所以, 在以往关于 N-M 理性行为公理的讨论中, 唯独对连通性公理责难最少。然而, 由于决策环境的复杂性以及决策者理性的有限性, 很多决策问题, 尤其是非结构化多属性重大决策问题, 决策者不一定总能 (或难以) 分辨出每对被选方案的优劣, 而往往会表现出“不知所措”、“犹豫不决”的心态, 而使决策偏好的连通性难以得到保证, 因而研究不满足连通性公理的决策行为就显得特别重要。R.J.Aumann (1962) 曾放弃连通性公理研究了部分序展望空间上的效用表示理论, 证明了基于独立性公理和弱化连续性公理的 (线性) 效用函数存在性定理^[35-37,60]。但是, 由于部分序展望空间的概念过于宽松, Aumann 给出的条件不能保证效用函数的相对唯一性, 从而使这种由于过“强”而实际中常难满足的“全序”刻画走向另一极端的“无序”刻画, 这种过分的放松无法为决策提供合理的边界和分析依据, 因而对科学化决策的意义甚微。

实际生活中的决策过程往往不是单个决策者的行为, 而是有多人组成的群体共同参与决策的群体行为。每一项决策都应该尽量满足这个群体中的每一个成员的意愿和要求, 因此如何集中群体中的各个成员的意见以形成整个群体的意见就显得十分重要。群决策和社会选择理论是决策理论的重要内容之一, K. J. Arrow 为此做出了非常突出的贡献, 他的不可能性定理指出: 在符合一组“理性”原则的条件之下, 不存在能集结群体中 (社会中) 所有成员的偏好而形成该群体的 (社会的) 一个统一偏好的社会福利函数^[61-69]。该定理对群决策理论和社会选择理论的贡献犹如能量守恒定理对物理学的贡献一样重大。

历史上包括 Von Neumann, Morgenstern 以及 Allais 在内的许多管理学家都曾力求建立一个既能满足描述的精确性, 又能满足规范的合理性要求的决策理论, 然而 A. Tversky 和 D. Kahneman 的研究结果表明, 没有一种理论能同时满足这两方面的要求^[41, 42, 44]. 他们认为, 规范模型所需遵循的必要条件和充分条件, 从描述的观点来看往往是不真实的; 而以描述性研究为主要内容的描述型决策理论不仅是规范型决策理论的先行阶段, 而且是不可替代的、独立的研究领域. 规范型决策理论与描述型决策理论相辅相成, 彼此促进, 构成了现代决策理论研究的基本格局.

正是由于规范型决策理论(理性决策理论)与实际决策行为之间存在着诸多差异, 才促使规范型决策理论与描述型决策理论研究的继续深入发展, 并在短短几十年之间取得了丰硕的研究成果, 这包括 S. H. Chew 和 K. R. MacCrimmon (1979) 的权重效用值理论、M. J. Machina 的局部效用函数理论、J. L. Becker 和 R. K. Sarin 的事态体关联效用理论、P. C. Fishburn 的双线性(SSB)效用理论, 以及贾建民和 James S. Dyer 的风险价值理论等等^[9, 39, 42, 70-77]. 然而迄今为止, 对于许多有重大实际意义的决策问题, 仍然缺少非常有效的分析方法.

由于序在决策方案选择中的极端重要性, 寻找一种既能反映决策者实际偏好, 不依赖于连通性, 又能满足某些理性公理的序结构显得十分重要. 20 世纪 30 年代, 人们开始研究一类较为普遍的序结构——格, 这种序结构并不要求偏序集中的每对元素都可以比较, 即不要求偏好关系满足连通性条件, 而只要求偏序集中的任意两个元素都存在“上确界”和“下确界”. 这样, 既因为格结构放弃了连通性公理而具有更为普遍的意义, 还因为它保证了任意两个元素(决策方案)之间的必要联系而避免了那种决策者毫无比较信息的“抛骰子”式无可奈何的决策手段, 因而是一类完美的序结构.

1996 年, 徐扬在他的博士学位论文《 I^* -模理论及格值对策理论的研究》中, 对格理论在对策论中的应用做出了有益的尝试, 给出了格值矩阵对策解的确定方法及其相关性质, 获得了重要的研究成果. 这说明格理论也可作为决策理论的研究提供一种崭新的数学工具^[78, 79].

1998 年郭耀煌教授首先提出了格序决策的概念, 完成了国家自然科学基金资助项目“格序决策理论”(1999.1 ~ 2001.12)的研究课题. 他在对上述问题进行认真研究分析的基础上, 指出格序是能满足上述要求的一种适宜偏序结构, 它不要求偏序集中的每对元素均可比, 即不要求满足连通性条件, 只要求偏序集中的任意两个元素都存在上确界和下确界. 格序是介于全序与部分序之间的序结构, 既能真实地反映出决策者的偏好, 又可满足传递性、独立性、弱连续性, 适应传统连通性缺失的情况. 该项成果研究了决策偏好结

构的格特性,分析了格序偏好结构的性质,将 N-M 公理体系中的全序刻画推广(弱化)为格序刻画,建立了格序决策行为公理体系,并构造了基于格序行为公理体系的效用函数,证明了其唯一存在性,并且将最小决定集的概念推广到非二元性选择环境,得到了相应的最小决定集唯一存在的充分条件.由于格序性条件比非二元性条件要强,所以对于具有格结构的群格序决策也有类似的不可能性定理.上述研究初步建立了格序决策理论^[3,67-69,80-89].

为了解决格序决策中的实际应用问题,作者与郭耀煌教授完成了国家自然科学基金项目“格序决策理论的实用化研究”和“随机格序决策理论研究”,设计了格上的适宜运算体系,提出了使决策偏好结构格序化和格结构完整化的策略,对群格序决策中的条件进行了弱化研究;在考虑随机不确定性影响的情况下,运用格论、概率论、统计学、模糊数学等工具,研究了随机格序决策的决策机理,构建了融合格序决策与传统随机决策在内的统一的随机格序决策理论与方法体系.

本书意在上述研究成果的基础上,撰写专著“格序决策理论与方法研究”.

第 2 章 序关系与格

客观世界以及研究客观世界的各种学科（包括社会科学、自然科学、工程技术）中都普遍蕴涵着序的特征——大与小、高与矮、多与少、新与旧、优与劣、好与恶等，这些都是序的表现形式，即便是貌似无序的混沌系统，实际上也蕴涵着许多有序的特征。决策科学更是以序关系为主线，通过研究和应用科学的决策方法，以实现从若干个备选方案中寻找最优方案或者满意方案的最终目标。格是序的一种完美体现，在实际决策过程中，决策者的决策行为只具有有限理性，而不是完全理性，对某些备选方案的偏好程度往往是模棱两可的，经常表现出偏好关系的格特征。格理论与决策科学的结合，既展示了格理论广阔的应用前景，也为决策科学提供了崭新的研究手段。

本章说明序关系和格的相关概念及其代数性质，以及偏序集的 Hasse 图表示，这些内容都是以后研究工作所必需的基础知识，有关的证明可以参考相关的代数学著作^[3,90-92]。

2.1 二元关系

序关系不是单个对象所具有的特征，它与两个对象的比较密不可分，例如张三比李四的年龄大，方案 1 比方案 2 优等。用数学的术语来描述，序关系首先是二元关系。所谓二元关系，是指两个元素之间存在的某种关系，这种关系可以是大小关系、从属关系，也可以是因果关系、位置关系等。下面说明二元关系的概念以及一些基本的二元关系。

给定集合 A ，若 $R \subseteq A \times A$ ，则称 R 为 A 上的一个二元关系。若 $(a, b) \in R$ ，则称 a, b 具有关系 R ，记为 aRb ；若 $(a, b) \notin R$ ，则称 a, b 不具有关系 R ，记为 $aR'b$ ，或者非 aRb 。

显然，如果 R 是 A 上的一个二元关系，并不要求 A 中的任意两个元素都具有关系 R ，而且一个集合上可能有多种二元关系。

例 1 设 $A = \mathbf{R}$ (实数集)，

$$R_1 = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbf{R}, b - a > 0\}, \quad R_2 = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbf{R}, a^2 + b^2 \leq 1\},$$

则 R_1 与 R_2 都是实数集 $\mathbf{R}$ 上的二元关系. 这是因为对任意 $a, b \in \mathbf{R}$, aR_1b 当且仅当 $a < b$; aR_2b 当且仅当平面上的点 (a, b) 位于单位圆内(包含边界).

对于集合 A 上的二元关系 R 可以定义以下的性质:

I 自反性: 如果对任意的 $a \in A$, aRa , 则称 R 是自反的.

II 非自反性: 如果对任意的 $a \in A$, 非 aRa , 则称 R 是非自反的.

III 对称性: 如果对任意的 $a, b \in A$, $aRb \Rightarrow bRa$, 则称 R 是对称的.

IV 龙点睛 非对称性: 如果存在 $a, b \in A$, aRb , 但是非 bRa , 则称 R 是非对称的 (asymmetric).

V 反对称性: 如果对任意的 $a, b \in A$, $aRb, bRa \Rightarrow a = b$, 则称 R 是反对称的 (anti-symmetric);

VI 传递性: 如果存在 $a, b, c \in A$, $aRb, bRc \Rightarrow aRc$, 则称 R 是传递的.

VII 逆传递性: 如果对任意的 $a, b, c \in A$, 非 aRb 以及非 $bRc \Rightarrow$ 非 aRc , 则称 R 是逆传递的.

VIII 连通性 (或完全性): 如果对任意的 $a, b \in A$, 要么 aRb , 要么 bRa , 二者必居其一, 则称 R 是连通的 (或完全的).

IX 弱连通性: 如果对任意的 $a, b \in A$, 由 $a \neq b \Rightarrow (aRb \text{ 或 } bRa)$, 则称 R 是弱连通的.

在这些性质之间, 存在一定的逻辑关系, 可以直接推出下面的结论:

定理 2.1^[3,91,93] 设 R 为集合 A 上的一个二元关系, 则

(1) IV 蕴涵 II;

(2) II 与 VI 蕴涵 IV;

(3) 一个二元关系 R 具有逆传递性的充分必要条件是: 对任意的 $p, q, r \in A$, 如果 pRr , 那么 pRq 或 qRr .

容易验证, 在例 1 中, R_1 是 $\mathbf{R}$ 上非自反、非对称、传递、连通、逆传递的二元关系; R_2 是 $\mathbf{R}$ 上非对称、传递、逆传递、连通的二元关系.

2.2 序关系

一般的序关系都要求其二元关系具有传递性, 这是序关系的本质特征. 传递性加上其他的条件就构成了各种不同性质的序关系, 下面定义几种常用的序关系:

有传递性的二元关系称为:

I 拟序 (或预序), 如果 R 还是自反的.