高校经典教材同步辅导丛书

配套人大版·赵树嫄主编

九章丛书

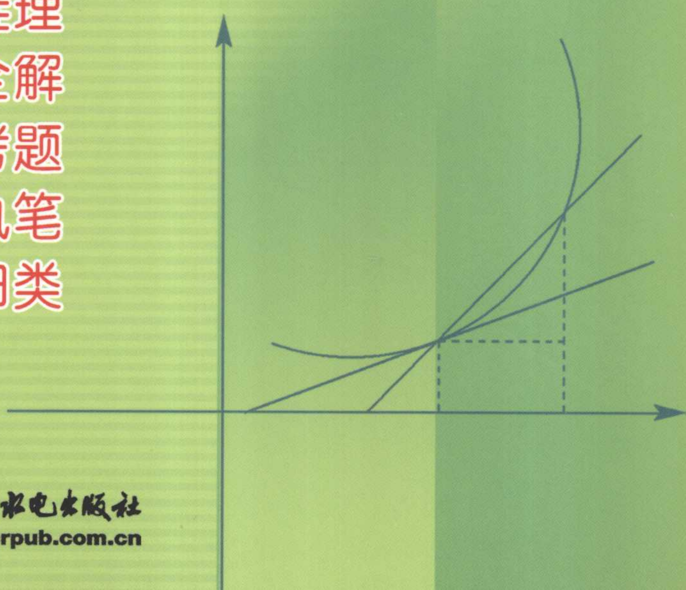
微积分

（第三版）

同步辅导及习题全解

主　编　黄淑森　焦艳芳

- 知识点窍
- 逻辑推理
- 习题全解
- 全真考题
- 名师执笔
- 题型归类



新版

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

高校经典教材同步辅导丛书

微积分（第三版）
同步辅导及习题全解

主 编 黄淑森 焦艳芳

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内容提要

本书是人大版经济类《微积分》教材的一本配套学习辅导与习题解答教材。编写的重点在于原教材全部习题的精解详答，并在给出解答过程的同时，逐步阐述了解题的脉络与依据，逻辑严谨，深入浅出，叙述详尽易懂，希望读者从本书中得到的不仅是题目的答案，更重要的是求解的过程和方法以及思考问题的方式。

本书可作为文科各专业本、专科学生以及自考生《微积分》课程教学辅导材料和复习参考书及文科考研强化复习的指导书，也可作为教师的“微积分”课程的教学参考书。

图书在版编目（CIP）数据

微积分（第三版）同步辅导及习题全解 / 黄淑森，焦艳芳主编. -- 北京 : 中国水利水电出版社，2013.1
（高校经典教材同步辅导丛书）
ISBN 978-7-5170-0593-3

Ⅰ. ①微… Ⅱ. ①黄… ②焦… Ⅲ. ①微积分－高等学校－教学参考资料 Ⅳ. ①O172

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第011977号

策划编辑：杨庆川　责任编辑：陈洁　封面设计：李佳

书　名	高校经典教材同步辅导丛书 **微积分（第三版）同步辅导及习题全解**
作　者	主编　黄淑森　焦艳芳
出版发行	中国水利水电出版社（北京市海淀区玉渊潭南路1号D座　100038） 网址：www.waterpub.com.cn E-mail：mchannel@263.net（万水） sales@waterpub.com.cn 电话：（010）68367658（发行部）、82562819（万水）
经　售	北京科水图书销售中心（零售） 电话：（010）88383994、63202643、68545874 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排　版	北京万水电子信息有限公司
印　刷	北京市梦宇印务有限公司
规　格	170 mm×227mm　16开本　16印张　363千字
版　次	2013年1月第1版　2013年1月第1次印刷
印　数	0001—5000册
定　价	19.80元

编 委 会

（排名不分先后）

前言

《微积分》是经济数学中一门很重要的基础课，也是经济类各专业研究生入学考试必考的内容。为了帮助广大学生扎实地掌握《微积分》的精髓和解题技巧，提高解答各种题型的能力，我们根据赵树嫄编写的经济应用数学基础(一)——《微积分》(第三版)编写了这本辅导教材。

本书采用目前最为独特新颖的体例设计和版式设计，并吸收了"以题型为纲"的编写思想，归纳了这门课程中几乎所有题型，精心选编和分析了大量的经典例题，并独立设计了许多新颖例题。

本书包括函数、极限与连续、导数与微分、中值定理、导数的应用、不定积分、定积分、无穷级数、多元函数、微分方程与差分方程。

本书由以下几个部分组成：

1. **学习指南**：结合每年考研大纲的要求，分别对各章知识点做了简练的概括，使读者在各章的学习过程中目标明确，有的放矢。

2. **课后习题全解**：把课后习题的知识要点及解题过程做了详尽分析，使读者能在解题思路和解题技巧上进行精练分析和引导，巩固所学知识达到举一反三的效果。

本书在编写过程中，参考了高等教育出版社出版的《微积分学习辅导与解题方法》，世界图书出版公司的《微积分解题思路和方法》、《高等数学辅导》，机械工业出版社出版的《微积分》(经济数学基础教材辅导)，中国人民大学出版社出版的《微积分学习与解题指导》、《微积分学习与考试指导》，西北工业大学出版社出版的《高等数学常见题型解析及模拟题》等书，在此深表感谢！

由于编者水平有限及编写时间仓促，不妥之处在所难免，希望广大读者不吝批评指正。

编者

2012年12月

目录

contents

目录
contents

第一章

函　数

学习指南

1. 理解实数绝对值的概念,掌握解简单绝对值的方法.

2. 理解函数的定义,会求函数的定义域与值域.

3. 掌握函数的单调性、奇偶性、周期性、有界性等性质.

4. 深刻理解复合函数的概念,知道构成复合函数的条件,熟练掌握将复合函数分解成较简单函数的基本方法.

5. 掌握基本初等函数的定义、定义域、基本性质和图像特征.

6. 理解初等函数的概念,会判别非初等函数.

7. 会建立应用问题的函数关系式,掌握经济学中常用的成本函数、收益函数、利润函数等.

课后习题全解

(A)

1.1 按下列要求举例:

(1)一个有限集合

(2)一个无限集合

(3)一个空集

(4)一个集合是另一个集合的子集

解题过程 (1)$A=\{x|x^2-6x+9=0\}$

(2)$B=\{x|x=2007n,n$ 为整数$\}$

(3)$C=\{x|x^2+2=0, x$ 为实数$\}$

(4)$D_1=\{1,2,3,4\}, D_2=\{1,3\}, D_2\subset D_1$.

1.2 用集合的描述法表示下列集合：

(1)大于 5 的所有实数集合

(2)方程 $x^2-7x+12=0$ 的根的集合

(3)圆 $x^2+y^2=25$ 内部(不包括圆周)一切点的集合

(4)抛物线 $y=x^2$ 与直线 $x-y=0$ 交点的集合

解题过程 (1)$A=\{x|x>5, x\in\mathbf{R}\}$.

(2)$\{x|x^2-7x+12=0\}$.

(3)$B=\{(x,y)|x^2+y^2<25, x\in\mathbf{R}, y\in\mathbf{R}\}$.

(4)$C=\{(x,y)|y=x^2$ 且 $x-y=0, x,y\in\mathbf{R}\}$.

1.3 用列举法表示下列集合：

(1)方程 $x^2-7x+12=0$ 的根的集合

(2)抛物线 $y=x^2$ 与直线 $x-y=0$ 交点的集合

(3)集合$\{x||x-1|\leqslant 5, x$ 为整数$\}$

解题过程 (1)$A=\{3,4\}$

(2)$B=\{(0,0),(1,1)\}$

(3)$C=\{-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5,6\}$.

小　结 用列举法表示集合，必须不重不漏地列出集合中的所有元素.

1.4 写出 $A=\{0,1,2\}$的一切子集.

解题过程 $\{0\},\{0,1\},\{0,2\},\{1,2\},\{1\},\{2\},\{0,1,2\},\varnothing$ 为$\{0,1,2\}$的子集.

①空集是任何集合的子集；

②集合本身也是子集.

1.5 设 $A=\{1,2,3\}, B=\{1,3,5\}, C=\{2,4,6\}$，求：

(1)$A\cup B$　　(2)$A\cap B$　　(3)$A\cup B\cup C$

(4)$A\cap B\cap C$　　(5)$A-B$

解题过程 (1)$A\cup B=\{1,2,3,5\}$

(2)$A\cap B=\{1,3\}$

(3)$A\cup B\cup C=\{1,2,3,4,5,6\}$

(4)$A\cap B\cap C=\{1,3\}\cap\{2,4,6\}=\varnothing$

(5)$A-B=\{1,2,3\}-\{1,3,5\}=\{2\}$

1.6 如果 $A=\{x|3<x<5\}, B=\{x|x>4\}$，求：

(1)$A\cup B$　　(2)$A\cap B$　　(3)$A-B$

解题过程 采用实数的区间法表示：$A=(3,5)$，$B=(4,+\infty)$，利用数轴表示法(如图 1-1 所示)，则

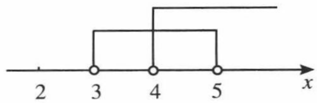


图 1-1

(1)$A\cup B=(3,+\infty)=\{x|>3\}$

(2)$A\cap B=(4,5)=\{x|4<x<5\}$

(3)$A-B=(3,4]=\{x|3<x\leqslant 4\}$

1.7 设集合 $A=\{(x,y)|x+y-1=0\}$，集合 $B=\{(x,y)|x-y+1=0\}$，求 $A\cap B$.

解题过程 $A\cap B=\{(x,y)|x+y-1=0$ 且 $x-y+1=0\}$

解方程组 $\begin{cases}x+y-1=0\\x-y+1=0\end{cases}$，得 $\begin{cases}x=0\\y=1\end{cases}$

于是有 $A\cap B=\{(x,y)|x+y-1=0$ 且 $x-y+1=0\}=\{(0,1)\}$.

1.8 如果 $A=\{(x,y)|x-y+2\geqslant 0\}$

$B=\{(x,y)|2x+3y-6\geqslant 0\}$

$C=\{(x,y)|x-4\leqslant 0\}$

在坐标平面上标出集合 $A\cap B\cap C$ 的区域.

分　　析 弄清集合 A、B 和 C 各表示的几何含义. 集合 A 表示直线 $x-y+2=0$ 的上半部分区域，集合 B 表示直线 $2x+3y-6=0$ 的上半部分区域，集合 C 表示直线 $x=4$ 的左半部分区域.

解题过程 如图 1-2 阴影所示部分.

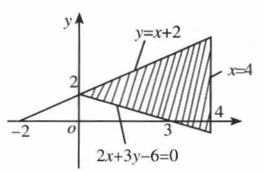


图 1-2

1.9 设全集 $U=\{1,2,3,4,5,6\}$，$A=\{1,2,3\}$，$B=\{2,4,6\}$，求：

(1)$\overline{A}$　(2)$\overline{B}$　(3)$\overline{A}\cup\overline{B}$　(4)$\overline{A}\cap\overline{B}$

解题过程 (1)$\overline{A}=\{4,5,6\}$　(2)$\overline{B}=\{1,3,5\}$　(3)$\overline{A}\cup\overline{B}=\{1,3,4,5,6\}$　(4)$\overline{A}\cap\overline{B}=\{5\}$

1.10 已知 $A=\{a,2,3,4\}$，$B=\{1,3,5,b\}$，若 $A\cap B=\{1,2,3\}$，求 a 和 b.

解题过程 $A\cap B=\{a,3,b\}=\{1,2,3\}$，说明 A 和 B 中必包括 1,2,3 三个元素.

故 $a=1$，$b=2$.

小　　结　利用集合中元素的互异性解题.

1.11　用集合的运算律证明：$X\cup(\overline{X\cap Y})\cup Y=U$.

解题过程　$X\cup(\overline{X\cap Y})\cup Y=X\cup(\overline{X}\cup\overline{Y})\cup Y$

$=[(X\cup\overline{X})\cup\overline{Y}]\cup Y=[U\cup\overline{Y}]\cup Y$

$=U\cup Y=U$

1.12　如果 $A=\{a,b,c,d\}$，$B=\{a,b,c\}$，求 $A\times B$.

解题过程　$A\times B=\{(a,a),(b,a),(c,a),(d,a),(a,b),(b,b),(c,b),(d,b),(a,c),(b,c),(c,c),(d,c)\}$

1.13　如果 $X=Y=\{3,0,2\}$，求 $X\times Y$.

解题过程　$X\times Y=\{(3,3),(0,3),(2,3),(3,0),(0,0),(2,0),(3,2),(0,2),(2,2)\}$

1.14　设集合 $A=\{$北京，上海$\}$，$B=\{$南京，广州，深圳$\}$，求 $A\times B$ 与 $B\times A$.

解题过程　$A\times B=\{$(北京，南京)，(北京，广州)，(北京，深圳)，(上海，南京)，(上海，广州)，(上海，深圳)$\}$

$B\times A=\{$(南京，北京)，(南京，上海)，(广州，北京)，(广州，上海)，(深圳，北京)，(深圳，上海)$\}$.

1.15　设集合 $X=\{x_1,x_2,x_3\}$，$Y=\{y_1,y_2\}$，$Z=\{z_1,z_2\}$，求 $X\times Y\times Z$.

解题过程　$X\times Y\times Z=\{(x_1,y_1,z_1),(x_2,y_1,z_1),(x_3,y_1,z_1),(x_1,y_2,z_1),(x_2,y_2,z_1),(x_3,y_2,z_1),(x_1,y_2,z_2),(x_2,y_2,z_2),(x_3,y_2,z_2),(x_1,y_1,z_2),(x_2,y_1,z_2),(x_3,y_1,z_2)\}$

小　　结　习题 1.12—1.15 均只需利用集合的笛卡尔乘积的定义解题即可.

1.16　解下列不等式：

(1)$x^2<9$　　(2)$|x-4|<7$　　(3)$0<(x-2)^2<4$

(4)$|ax-x_0|<\delta(a>0,\delta>0,x_0$ 为常数)

解题过程　(1)$X^2<9$，即 $|x|<3$，$-3<x<3$.

(2)$|x-4|<7$，即 $-7<x-4<7$，$-3<x<11$.

(3)$0<(x-2)^2<4$，即 $x\neq2$ 且 $-2<x-2<2$，$0<x<4$ 且 $x\neq2$.

(4)$|ax-x_0|<\delta$，即 $-\delta<ax-x_0<\delta$，$-\delta+x_0<ax_0<x_0+\delta$，

故　$\dfrac{x_0-\delta}{a}<x<\dfrac{x_0+\delta}{a}$.

1.17　用区间表示满足下列不等式的所有 x 的集合：

(1)$|x|\leqslant3$　　(2)$|x-2|\leqslant1$　　(3)$|x-a|<\varepsilon(a$ 为常数，$\varepsilon>0)$

(4)$|x|\geqslant5$　　(5)$|x+1|>2$

解题过程　(1)$[-3,3]$.

(2)$-1\leqslant x-2\leqslant1$，即 $1\leqslant x\leqslant3$，亦即$[1,3]$.

(3)$-\varepsilon<x-a<\varepsilon$,即 $a-\varepsilon<x<a+\varepsilon$,亦即$(a-\varepsilon,a+\varepsilon)$.

(4)$x\leqslant-5$ 或 $x\geqslant5$,即$(-\infty,-5)\cup[5,+\infty)$.

(5)$x+1<-2$ 或 $x+1>2$,即$(-\infty,-3)\cup(1,+\infty)$.

1.18 用区间表示下列实数集合:

(1)$I_1=\{x\mid |x+3|<2\}$

(2)$I_2=\{x\mid 1<|x-2|<3\}$

(3)$I_3=\{x\mid |x-2|<|x+3|\}$

解题过程 (1)$|x+3|<2$,即$-2<x+3<2$,得$-5<x<-1$,即 $I_1=(-5,-1)$.

数轴表示如图 1-3 所示:

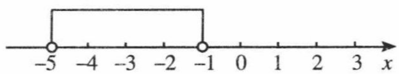


图 1-3

(2)$\begin{cases}1<|x-2|\\3>|x-2|\end{cases}$,即$\begin{cases}x<1\text{ 或 }x>3\\-1<x<5\end{cases}$ 亦即$\begin{cases}x<1\\-1<x<5\end{cases}$或$\begin{cases}x>3\\-1<x<5\end{cases}$

故$-1<x<1$ 或 $3<x<5$,即 $I_2=(-1,1)\cup(3,5)$.

数轴表示如图 1-4 所示:

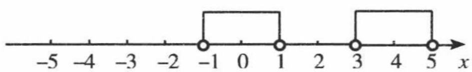


图 1-4

(3)由$|x-2|<|x+3|$可得成$\begin{cases}x+3>|x-2| & ①\\x+3<-|x-2| & ②\end{cases}$

由①有$\begin{cases}x-2<x+3\\x-2>-x-3\end{cases}$,可得 $x>-\dfrac{1}{2}$;

由②有$|x-2|<-x-3$,即$\begin{cases}x-2<-3-x\\x-2>x+3\end{cases}$无解.

故$|x-2|<|x+3|$的解集为 $x\in\left(-\dfrac{1}{2},+\infty\right)$,于是可得 $I_3=\left(-\dfrac{1}{2},+\infty\right)$.

1.19 下列给出的关系是不是函数关系?

(1)$y-\sqrt{-x}$ (2)$y=\lg(-x^2)$ (3)$y=\sqrt{-x^2-1}$

(4)$y=\sqrt{-x^2+1}$ (5)$y=\arcsin(x^2+2)$ (6)$y^2=x+1$

解题过程 (1)$y-\sqrt{-x}$

$-x\geqslant0$,即 $x\leqslant0$,所以 $y=\sqrt{-x}$是定义域为$(-\infty,0)$上的函数关系.

(2)$y=\lg(-x^2)$

对数的真数要求大于零,但$-x^2\leqslant0$,所以 $y=\lg(-x^2)$不是函数的关系.

(3) $y=\sqrt{-x^2-1}$

偶次根号下要求大于等于零，但 $-x^2-1=-(x^2+1)<0$，所以 $y=\sqrt{-x^2-1}$ 不是函数关系.

(4) $y=\sqrt{-x^2+1}$

$-x^2+1\geqslant 0, x^2\leqslant 1, |x|\leqslant 1, -1\leqslant x\leqslant 1$，所以 $y=\sqrt{-x^2+1}$ 是定义域为 $[-1,1]$ 上的函数关系.

(5) $y=\arcsin(x^2+2)$

反正弦函数要求 $|x^2+2|\leqslant 1$，但 $|x^2+2|>1$，所以 $y=\arcsin(x^2+2)$ 不是函数关系.

(6) $y^2=x+1$

$y=\pm\sqrt{x+1}, x+1\geqslant 0, x\geqslant -1$. 对于 $x\in[-1,+\infty]$ 中的每一个 x 值，变量 y 有两个值与之对应，所以 $y^2=x+1$ 不是(单值)函数关系.

1.20 下列给出的各对函数是不是相同的函数？

(1) $y=\dfrac{x^2-1}{x-1}$ 与 $y=x+1$

(2) $y=\lg x^2$ 与 $y=2\lg x$

(3) $y=\sqrt{x^2(1-x)}$ 与 $y=x\sqrt{1-x}$

(4) $y=\sqrt[3]{x^3(1-x)}$ 与 $y=x\sqrt[3]{1-x}$

(5) $y=\sqrt{x(x-1)}$ 与 $y=\sqrt{x}\sqrt{x-1}$

(6) $y=\sqrt{x(1-x)}$ 与 $y=\sqrt{x}\sqrt{1-x}$

解题过程 (1) $y=\dfrac{x^2-1}{x-1}$ 的定义域要求 $x\neq 1$，即定义域为 $(-\infty,1)\cup(1,+\infty)$，$y=x+1$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$，故二者不是相同的函数.

(2) $y=\lg x^2$ 的定义域为 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，$y=2\lg x$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，故二者不是相同的函数.

(3) $y=\sqrt{x^2(1-x)}$ 的定义域为 $(-\infty,1]$，$y=x\sqrt{1-x}$ 的定义域为 $(-\infty,1]$，$y=\sqrt{x^2(1-x)}$ 与 $y=x\sqrt{1-x}$ 的定义域虽然相同，但其对应规则不同，$y=\sqrt{x^2(1-x)}$ 的值域为 $[0,+\infty)$，而 $y=x\sqrt{1-x}$ 的值域为 $\left(-\infty,\dfrac{2\sqrt{3}}{9}\right)$，故二者不是相同的函数.

(4) $y=\sqrt[3]{x^3(1-x)}$ 与 $y=x\sqrt[3]{1-x}$ 的定义域皆为 $(-\infty,+\infty)$，且其对应规则也相同，故二者是相同的函数.

(5) $y=\sqrt{x(x-1)}$ 的定义域要求满足 $\begin{cases}x\geqslant 0\\x-1\geqslant 0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x\leqslant 0\\x-1\leqslant 0\end{cases}$，即 $\begin{cases}x\geqslant 0\\x\geqslant 1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x\leqslant 0\\x\leqslant 1\end{cases}$，亦即 $x\geqslant 1$ 或 $x\leqslant 0$. 因此 $y=\sqrt{x(x-1)}$ 的定义域为 $(-\infty,0]\cup[1,+\infty)$；而 $y=\sqrt{x}\sqrt{x-1}$ 的

定义域要求满足$\begin{cases}x\geqslant 0\\x-1\geqslant 0\end{cases}$，即$x\geqslant 1$，因此，$y=\sqrt{x}\sqrt{x-1}$的定义域为$[1,+\infty)$，所以二者不是相同的函数.

(6)$y=\sqrt{x(1-x)}$的定义域要求满足$\begin{cases}x\geqslant 0\\1-x\geqslant 0\end{cases}$或$\begin{cases}x\leqslant 0,\\1-x\leqslant 0\end{cases}$，即$\begin{cases}x\geqslant 0\\x\leqslant 1\end{cases}$或$\begin{cases}x\leqslant 0\\x\geqslant 1\end{cases}$，亦即$0\leqslant x\leqslant 1$. 因此，$y=\sqrt{x(1-x)}$的定义域为$[0,1]$，$y=\sqrt{x}\sqrt{1-x}$的定义域为$[0,1]$，二者对应规则亦相同，故二者是相同的函数.

1.21 已知$f(x)=x^2-3x+2$，求：$f(0)$，$f(1)$，$f(2)$，$f(-x)$，$f\left(\frac{1}{x}\right)(x\neq 0)$，$f(x+1)$.

解题过程 $f(0)=2$，$f(1)=0$，$f(2)=0$，$f(-x)=x^2+3x+2$

$$f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{x^2}-\frac{3}{x}+2(x\neq 0)$$

$$f(x+1)=(x+1)^2-3(x+1)+2=x^2-x.$$

1.22 设$f(x)=\frac{x}{1-x}$，求$f[f(x)]$，$f\{f[f(x)]\}$.

分　　析 求复合函数的表达式有三种方法，此处用代入法即可.

解题过程 $$f[f(x)]=\frac{f(x)}{1-f(x)}=\frac{\frac{x}{1-x}}{1-\frac{x}{1-x}}=\frac{x}{1-2x}$$

$$f\{f[f(x)]\}=f\left(\frac{x}{1-2x}\right)=\frac{\frac{x}{1-2x}}{1-\frac{x}{1-2x}}=\frac{x}{1-3x}$$

1.23 如果$f(x)=\frac{e^{-x}-1}{e^{-x}+1}$，证明$f(-x)=-f(x)$，(e是一个常数，它是无理数，e≈2.71828.)

解题过程 $f(-x)=\frac{e^x-1}{e^x+1}=\frac{(e^x-1)e^{-x}}{(e^x+1)e^{-x}}=\frac{1-e^{-x}}{1+e^{-x}}=-f(x).$

1.24 如果$f(x)=\frac{1-x^2}{\cos x}$，证明$f(-x)=f(x)$.

解题过程 $f(-x)=\frac{1-(-x)^2}{\cos(-x)}=\frac{1-x^2}{\cos x}=f(x).$

小　　结 习题1.23和习题1.24只需直接运用函数的奇偶性定义，将$f(x)$的表达式代入验证即可.

1.25 如果$f(x)=a^x(a>0$且$a\neq 1)$，证明：

$$f(x)\cdot f(y)=f(x+y),\ \frac{f(x)}{f(y)}=f(x-y)$$

解题过程 $f(x)\cdot f(y)=f(x+y),\dfrac{f(x)}{f(y)}=f(x-y)$

$$f(x)\cdot f(y)=a^x\cdot a^y=a^{x+y}=f(x+y)$$

$$\frac{f(x)}{f(y)}=\frac{a^x}{a^y}=a^{x-y}=f(x-y).$$

1.26 如果 $f(x)=\log_a x(a>0$ 且 $a\neq1)$,证明:

$$f(x)+f(y)=f(xy),f(x)-f(y)=f\left(\frac{x}{y}\right)$$

解题过程 $f(x)+f(y)=f(xy),f(x)-f(y)=f\left(\dfrac{x}{y}\right)$

$$f(x)+f(y)=\log_a x+\log_a y=\log_a xy=f(xy)$$

$$f(x)-f(y)=\log_a x-\log_a y=\log_a \frac{x}{y}=f\left(\frac{x}{y}\right)$$

1.27 确定下列函数的定义域:

(1) $y=\sqrt{9-x^2}$　(2) $y=\dfrac{1}{1-x^2}+\sqrt{x+2}$　(3) $y=\dfrac{-5}{x^2+4}$

(4) $y=\arcsin\dfrac{x-1}{2}$　(5) $y=1-2^{1-x^2}$　(6) $y=\dfrac{\lg(3-x)}{\sqrt{|x|-1}}$

(7) $y=\sqrt{\lg\dfrac{5x-x^2}{4}}$　(8) $y=\dfrac{\arccos\dfrac{2x-1}{7}}{\sqrt{x^2-x-6}}$　(9) $y=\lg[\lg(\lg x)]$

解题过程 (1)因 $9-x^2\geqslant0$. 故 $-3\leqslant x\leqslant3$,从而函数定义域为 $[-3,3]$.

(2)因 $\begin{cases}1-x^2\neq0\\x+2\geqslant0\end{cases}$,故 $\begin{cases}x\neq\pm1\\x\geqslant-2\end{cases}$,从而函数定义域为 $[-2,-1)\cup(-1,1)\cup(1,+\infty)$.

(3)因 $x^2+4\neq0$,故 $x\in\mathbf{R}$,从而函数定义域为 $(-\infty,+\infty)$.

(4)因 $-1\leqslant\dfrac{x-1}{2}\leqslant1$,故 $-1\leqslant x\leqslant3$,从而函数定义域为 $[-1,3]$.

(5) $x\in\mathbf{R}$,从而函数定义域为 $(-\infty,+\infty)$.

(6)因 $\begin{cases}3-x>0\\|x|-1>0\end{cases}$,故 $\begin{cases}x<3\\|x|>1\end{cases}$,

所以 $1<x<3$ 或 $x<-1$,从而函数定义域为 $(-\infty,-1)\cup(1,3)$.

(7)因 $\begin{cases}\lg\dfrac{5x-x^2}{4}\geqslant0\\\dfrac{5x-x^2}{4}>0\end{cases}$,即 $\begin{cases}\dfrac{5x-x^2}{4}\geqslant1\\x(5-x)>0\end{cases}$,故 $\begin{cases}x^2-5x+4\leqslant0\\0<x<5\end{cases}$,得 $1\leqslant x\leqslant4$,

所以定义域为 $[1,4]$.

(8)因 $\begin{cases}-1\leqslant\dfrac{2x-1}{7}\leqslant1\\x^2-x-6>0\end{cases}$,即 $\begin{cases}-3\leqslant x\leqslant4\\x<-2\text{ 或 }x>3\end{cases}$,

得$-3\leqslant x<-2$或$3<x\leqslant 4$. 所以定义域为$[-3,-2]\cup(3,4]$.

(9)$\begin{cases}x>0\\ \lg x>0\\ \lg(\lg x)>0\end{cases}$,即$\begin{cases}x>0\\ x>1\\ \lg x>1\end{cases}$,亦即$\begin{cases}x>0\\ x>1\\ x>10\end{cases}$,所以函数定义域为$(10,+\infty)$.

1.28 如果函数$f(x)$的定义域为$(-1,0)$,求函数$f(x^2-1)$的定义域.

解题过程 因$f(x)$的定义域为$(-1,0)$,那么$f(x^2-1)$的定义域要求满足$-1<x^2-1<0$,即$0<x^2<1$,因此有$|x|<1$且$x\neq 0$,故$f(x^2-1)$的定义域为$(-1,0)\cup)(0,1)$.

1.29 确定下列函数的定义域,并作出函数图形.

(1)$f(x)=\begin{cases}1 & x>0\\ 0 & x=0\\ 1 & x<0\end{cases}$

(2)$f(x)=\begin{cases}\sqrt{1-x^2} & |x|\leqslant 1\\ x-1 & 1<|x|<2\end{cases}$

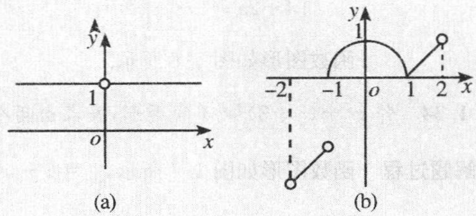


图 1-5

解题过程 (1)、(2)的函数图形分别如图 1-5(*a*)、(*b*)所示. 分段函数的定义域是各段定义域的并集. 因此(1)的定义域是$(-\infty,+\infty)$,(2)的定义域是$(-2,2)$.

1.30 设$f(x)=\begin{cases}x+3 & x\geqslant 1\\ x^2-1 & x<1\end{cases}$,求:$f(0),f(2),f(x-1)$.

解题过程 $f(0)=-1,f(2)=5$

$$f(x-1)=\begin{cases}(x-1)+3, & x-1\geqslant 1\\ (x-1)^2-1, & x-1<1\end{cases}=\begin{cases}x+2, & x\geqslant 2\\ x^2-2x, & x<2\end{cases}$$

1.31 设$f(x)=\begin{cases}1 & x<0\\ 0 & x=0\\ 1 & x>0\end{cases}$,求:$f(x+1),f(x^2-1)$.

解题过程 $f(x+1)=\begin{cases}1, & x+1<0\\ 0, & x+1=0\\ 1, & x+1>0\end{cases}=\begin{cases}1, & x<-1\\ 0, & x=-1\\ 1, & x>-1\end{cases}$

$$f(x^2-1)=\begin{cases}1, & x^2-1<0\\ 0, & x^2-1=0\\ 1, & x^2-1>0\end{cases}=\begin{cases}1, & |x|<1\\ 0, & |x|=1\\ 1, & |x|>1\end{cases}$$

1.32 设$\varphi(x+1)=\begin{cases}x^2 & 1\leqslant x\leqslant 2\\ 2x & 1<x\leqslant 2\end{cases}$,求$\varphi(x)$.

解题过程 $\varphi(x+1)=\begin{cases}(x+1-1)^2, & 1\leqslant x+1\leqslant 2\\ 2(x+1-1), & 2<x+1\leqslant 3\end{cases}$

故 $\varphi(x)=\begin{cases}(x-1)^2, & 1\leqslant x\leqslant 2\\ 2(x-1), & 2<x\leqslant 3\end{cases}$

1.33 将函数 $y=5-|2x-1|$ 用分段形式表示，并作出函数图形.

解题过程 $y=\begin{cases}5-(2x-1), & 2x-1\geqslant 0\\ 5-(1-2x), & 2x-1<0\end{cases}$

$=\begin{cases}6-2x, & x\geqslant \dfrac{1}{2}\\ 4+2x, & x<\dfrac{1}{2}\end{cases}$

函数图形如图 1-6 所示.

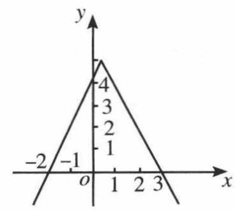


图 1-6

1.34 作 $x^2+(y-3)^2=1$ 的图形，并求出两个 y 是 x 的函数的单值支的显函数关系.

解题过程 函数图形如图 1-7 所示，$y_1=3+\sqrt{1-x^2}$ 及 $y_2=3-\sqrt{1-x^2}$ 为所求函数.

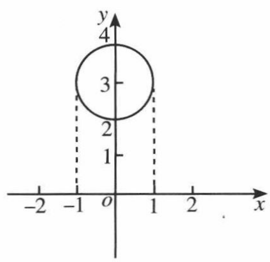


图 1-7

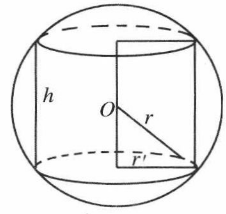


图 1-8

1.35 设一矩形面积为 A，试将其周长 S 表示为宽 x 的函数，并求其定义域.

解题过程 $S=2x+\dfrac{2A}{x}$，定义域为 $(0,+\infty)$.

1.36 在半径为 r 的球内嵌入一个圆柱，试将圆柱的体积表示为其高的函数，并确定此函数的定义域.

解题过程 如图 1-8 所示，设 V 为圆柱体积，h 为圆柱的高，r 为球半径，r' 为圆柱底面半径，则 $V=\pi(r')^2h=\pi h\left(r^2-\dfrac{h^2}{4}\right)$

$r^2-\dfrac{1}{4}h^2>0$，即 $0<h<2r$，V 的定义域为 $(0,2r)$.

1.37 用铁皮做一个容积为 V 的圆柱形罐头筒，试将它的全面积表示成底半径的函数，并确定此函数的定义域.

解题过程 设全面积为 S，底面半径为 r，高为 h，则