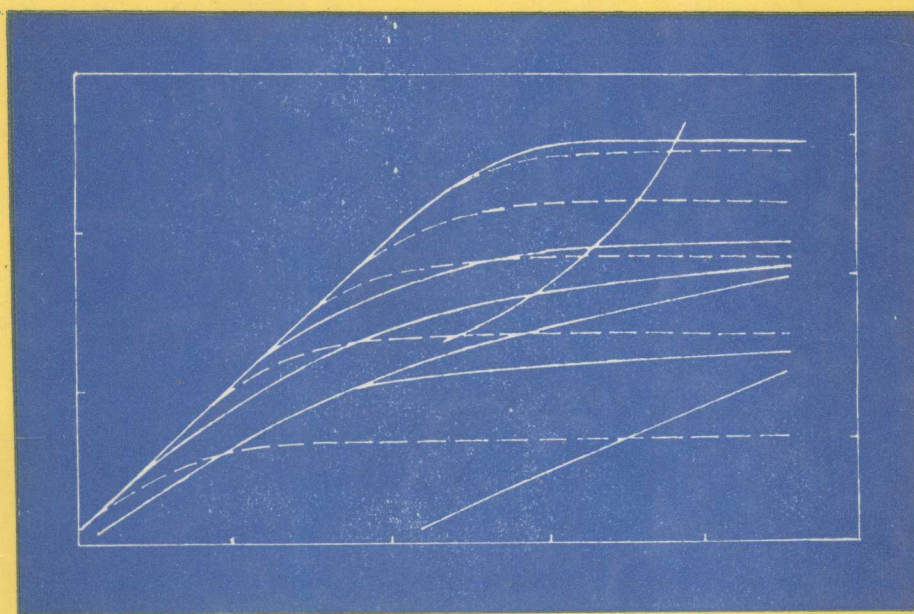


[加] J.F. 斯坦尼斯拉维 著
[美] C.S. 卡比尔

压力不稳定试井分析



北京)

石油工业出版社

登录号	147201
分类号	TE353
种次号	021

压力不稳定试井分析

[加] J.F. 斯坦尼斯拉维

[美] C.S. 卡比尔 著

谢兴礼 陈钦雷 译



石油大学 0149785

石油工业出版社

内 容 提 要

本书介绍了一些最新的试井解释方法,把最近几年提出的许多概念详细地介绍给读者。其中,非均质系统、水力压裂井的试井、天然裂缝油藏以及抽油机井的试井等内容,对我国各油气田试井工作的理论和实践有着重要的指导作用,也是对现有的试井理论的一个有力补充。本书可作为石油工程方面的学生的教材,也可作为现场油藏工程师们的理论指导书。

图书在版编目 (CIP) 数据

压力不稳定试井分析/[加]斯坦尼斯拉维 (Stanislav, J. F.),
[美]卡比尔 (Kabir, C. S.) 著;谢兴礼等译.

北京:石油工业出版社,1995.10

书名原文:Pressure Transient Analysis

ISBN 7-5021-1519-6

I. 压…

II. ①斯…②卡…③谢…

III. 不稳定试井-压力-分析

IV. TE·353

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (95) 第 13361 号

石油工业出版社出版

(100011 北京安定门外安华里 2 区 1 号楼)

石油工业出版社印刷厂排版印刷

新华书店北京发行所发行

*

787×1092 毫米 16 开 12¹/₂ 印张 301 千字 印 1-1000

1996 年 10 月北京第 1 版 1996 年 10 月北京第 1 次印刷

ISBN 7-5021-1519-6/TE·1307

定价: 18.00 元

序 言

近二十年来压力不稳定分析理论获得了惊人的发展。每年所发表的许多论文证明了该学科对石油工业的重要性正在与日俱增。

过去,在试井分析科目方面虽然出版了一些优秀的课本,但它们没有包括近几年发表的重要文献。

本书只试图对某些新近的解释方法以及熟知专题中的最新材料进行总结,而不想涉及试井的全部内容。我们选择参考文献不带任何倾向或者偏爱哪个作者和哪派观点,而只是反映我们目前对每个专题的认识。为了把最近几年提出的许多概念能够给读者进行详细的介绍,本书简要地涉及了一些试井的基本原理。许多试井课题及其不断扩展的领域使任何写作努力成为十分需要的工作。这样,本书应视为现存课本和大概在不久的将来到达市场的其他课本的补充。

本书供学生和石油工业工作的工程师之用。它按时间顺序来组织材料。为了能提供一个完备的课本起见,书中包括了压力不稳定分析理论的基本关系式和业已出版的分析方法。给出这种一般的框架,其原因是作者们很想确保读者明了试井方法学的重要特点,亦即,在井—油藏系统识别之后将只估计参数。例如,压力和压力导数典型曲线被用来识别给定系统的特征,由此认为模型(均质、复合、裂缝等等)严格逼近给定的系统。接着,该系统的参数由特定流动方式的适当分析模型确定。

我们不能过分强调利用地质、地球物理和岩心资料,裸眼井和下套管井的测井曲线等辅助信息来帮助试井解释。通常求解反问题(模型识别)所得结果是不唯一的,这只能利用其他独立资料去解决。

本书所提供的方法建立在各种流动方程解析解的基础之上。对于利用数值模拟器作试井解释来说,便于应用的软件和高速计算机技术是很吸引人的。当计算机方法能够包含探测系统的较复杂特性时,人们常常产生一个解析方法是否重要的问题。作者们的看法是,解析方法的突出优点在于它们的简明性和正确识别给定系统主要物理特性的能力。即使数值模拟器的使用被证明是应该的,但解析方法也应被看作是初始的和必要的步骤,经由这一步骤,系统被识别并获得参数的首次估计。

J.F. 斯坦尼斯拉维

C.S. 卡比尔

目 录

第一章 常压缩系数的液体和气体的基本流动方程的推导	(1)
1.1 质量守恒	(1)
1.1.1 单相流	(1)
1.1.2 多相流	(1)
1.2 动量守恒	(1)
1.3 微可压缩流体	(2)
1.4 气体	(3)
1.5 流动方程的线性化	(3)
参考文献	(4)
第二章 流动方程关典型边界条件和理想系统的解	(6)
2.1 油藏流动的几何形态	(6)
2.1.1 径向系统	(6)
2.1.2 球形系统	(6)
2.1.3 线性系统	(6)
2.2 内边界条件	(6)
2.3 外边界条件	(7)
2.4 初始条件	(7)
2.5 无因次变量	(7)
2.6 流动方程的解析解	(9)
2.6.1 径向流、定产、无限大油藏	(10)
2.6.2 径向流、定产、定容油藏	(16)
2.6.3 径向流、定产、外边界定压	(19)
2.6.4 线性流、定产、无限大油藏	(19)
2.6.5 球形流、定产、无限大油藏	(20)
2.6.6 径向流、内边界定压、无限大油藏	(20)
2.6.7 径向流、内边界定压、定容油藏	(21)
附录	(22)
参考文献	(23)
第三章 非理想系统的解	(25)
3.1 表皮系数	(25)
3.2 井筒储存	(31)
3.3 变产量	(35)
3.4 不对称形态	(36)
3.5 惯性和湍流效应	(39)
3.6 多相流	(40)

3.6.1 压力方法	(40)
3.6.2 拟压力方法	(40)
3.6.3 压力平方方法	(41)
参考文献	(42)
第四章 均质系统	(44)
4.1 实用概念	(44)
4.1.1 探测半径和稳定时间	(44)
4.1.2 有效泄油半径	(46)
4.2 典型曲线分析	(48)
4.3 径向流	(51)
4.3.1 等产量测试	(51)
4.3.2 定压生产系统	(72)
4.4 球形流	(77)
4.4.1 典型曲线方法	(78)
4.4.2 常规方法	(80)
4.5 线性流	(85)
4.5.1 典型曲线方法	(86)
4.5.2 常规方法	(86)
参考文献	(89)
第五章 非均质系统	(92)
5.1 径向不连续性	(92)
5.1.1 水驱	(92)
5.1.2 热采过程	(94)
5.2 水力压裂	(105)
5.2.1 裂缝系统的压力动态	(105)
5.2.2 典型曲线分析	(106)
5.2.3 常规方法	(107)
5.3 线性不连续性	(120)
5.4 天然裂缝性油藏	(122)
5.4.1 压力动态	(122)
5.4.2 流动模型	(122)
5.4.3 典型曲线分析	(124)
5.4.4 常规方法	(125)
附录 A	(126)
附录 B	(128)
参考文献	(131)
第六章 井的生产能力和生产系统分析	(136)
6.1 理论	(136)
6.1.1 稳定流条件	(136)
6.1.2 不稳定流动	(141)

6.2 试井方法	(142)
6.3 生产系统分析	(144)
参考文献	(149)
第七章 抽油井试井	(151)
7.1 AWS 方法的原理	(151)
7.2 井底压力和井底流量计算	(152)
7.3 环空表面气体流速的确定	(153)
7.4 液柱中的气体空穴分数的预报	(155)
7.5 利用各种相关关系比较 BHP 和 BHF	(157)
附录	(160)
参考文献	(160)
第八章 现代试井解释方法	(162)
8.1 压力导数典型曲线	(162)
8.1.1 均质油藏	(162)
8.1.2 压裂井	(163)
8.1.3 压力恢复典型曲线	(163)
8.1.4 导数算法	(164)
8.2 褶积	(166)
8.2.1 数学模型	(166)
8.2.2 SFRC 与其他方法的比较	(168)
8.2.3 改进的 Horner 方法	(169)
8.3 反褶积	(170)
8.3.1 无约束反褶积	(171)
8.3.2 有约束反褶积	(174)
参考文献	(174)
第九章 试井解释的系统方法	(177)
9.1 解释方法学	(177)
9.1.1 井—油藏模型识别	(177)
9.1.2 模型参数的估计	(178)
9.1.3 解释模型的验证	(179)
9.2 计算机辅助分析	(182)
参考文献	(183)
附录	(186)
术语表	(187)
单位换算表	(190)

第一章 常压缩系数的液体和气体 的基本流动方程的推导

流体通过多孔介质的流动服从质量和动量守恒原理^①。这些基本原理应用于试井奠定了压力不稳定分析理论的基础。在本章中，我们将利用这些基本守恒原理以及流体动力学的特定关系式。

1.1 质量守恒

1.1.1 单相流

多孔介质中质量守恒的数学形式由连续性方程给出，连续性方程可用张量记号写出为：

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho\vec{v}) \quad (1-1)$$

1.1.2 多相流

油藏中存在三种性质不同的相：气、油和水。压力变化（假定为等温系统）在两个烃相（水和油多半是不互溶的）之间引起物质交换。油和气之间的物质传递用溶解气油比 R_s 描述， R_s 给出了气体在油中的溶解量是压力的函数。

此外，还用体积的显著变化来描述石油的生产特征。因此，由地层体积系数所表示的系统的压力—体积—温度（PVT）动态必须包括在一般的油藏描述之中。

每种油藏流体的连续性方程现在可写成下列形式^[1]：

$$\text{油} \quad \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{B_o} \phi S_o \right] + \nabla \cdot \left[\frac{1}{B_o} \vec{v}_o \right] + q_o = 0 \quad (1-2)$$

$$\text{水} \quad \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{B_w} \phi S_w \right] + \nabla \cdot \left[\frac{1}{B_w} \vec{v}_w \right] + q_w = 0 \quad (1-3)$$

$$\text{气} \quad \frac{\partial}{\partial t} \left[\phi \left(\frac{R_s}{B_o} S_o + \frac{1}{B_g} S_g \right) \right] + \nabla \cdot \left[\frac{R_s}{B_o} \vec{v}_o + \frac{1}{B_g} \vec{v}_g \right] + q_{fg} + R_s q_o = 0 \quad (1-4)$$

式中 q_i 和 S_i ——代表相产量和相饱和度（ $i=o, g, w$ ——译者）。

1.2 动量守恒

动量守恒原理是用运动方程描述的。这个基本关系式应用于某一给定的流体动力学问题，

① 除热采方案之外，烃类生产出现在等温条件占优势的情况；因而能量守恒原理不需考虑。

要求用适当结构的关系式来确定流体的流动动态。对于大多数烃类流体而言, 剪切应力—剪切速率动态可用牛顿摩擦定律描述, 牛顿摩擦定律与运动方程相结合产生众所周知的纳维—斯托克斯 (Navier—Stokes) 方程。纳维—斯托克斯方程对于适当边界条件的解, 得到给定问题的速度分布。

但是, 由于孔隙几何形态的复杂性, 使得通过多孔介质的流动, 其边界条件不可能用公式表示。这样, 必须采用不同的方法。达西^[2]发现了单相粘性流的速度向量与压力梯度之间的简单关系式:

$$\vec{v} = -\frac{K}{\mu}(\nabla p + \rho\vec{g}) \quad (1-5)$$

式中 $\vec{v}$ 定义为穿过单位截面积 (由固体和流体组成)、并在微小空间区域上取平均的体积流动速度。方程 (1-5) 得到一个速度向量, 它代替赖维尔—斯托克斯方程的解。

将方程 (1-1) 和 (1-5) 合并, 得到

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) = \nabla \cdot \left[\rho \frac{K}{\mu}(\nabla p + \rho\vec{g}) \right] \quad (1-6)$$

用 ρ_{sc} (标准条件或储罐条件下的密度) 除方程 (1-6) 的各项, 并利用地层体积系数的定义 $B = \rho_{sc}/\rho_{Rc}$, 可得该方程的等效形式为:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi}{B} \right) = \nabla \cdot \left[\frac{K}{\mu B}(\nabla p + \rho\vec{g}) \right] \quad (1-7)$$

式中 $K/\mu B$ = 入称流度——表示地层传导流体的能力。

考察方程 (1-6) 或 (1-7) 表明, 存在两个因变量 (未知): 流体密度和压力。而且只要满足牛顿摩擦定律, 方程 (1-6) 或 (1-7) 就适用于气或油。附加另一个描述流体热动力学特性的方程可以逼近该系统的数学描述。

1.3 微可压缩流体

流体压缩系数一般定义为:

$$C_f = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T \quad (1-8)$$

通常假定液体烃的压缩系数为常数, 那么, 积分方程 (1-8) 可得:

$$\rho = \rho^0 \exp[C_f(p - p^0)] \quad (1-9)$$

式中 ρ^0 ——参考压力 p^0 下的密度。

将方程 (1-9) 代入方程 (1-6) 便得到油的流动方程。

假定岩石性质 (K , ϕ) 和粘度 (μ) 为常数, 忽略重力影响和压力梯度的平方^①, 则得下述方程:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{K}{\phi \mu C_t} \nabla^2 p \quad (1-10)$$

方程 (1-10) 作为扩散方程也是众所周知的。注意, 除已作的假设之外, 方程 (1-10) 的有效性限于各向同性介质、水平地层, 并且流体的流动服从达西定律。

1.4 气体

气体的热力学特性可由状态方程描述:

$$\rho = \frac{pM}{ZRT} \quad (1-11)$$

将方程 (1-11) 代入方程 (1-6) 并化简, 结果得到气体的流动方程:

$$\frac{\partial p^2}{\partial t} = \frac{K}{\phi \mu C} \nabla^2 p^2 \quad (1-12)$$

方程 (1-12) 的推导建立在假定岩石性质为常数以及忽略重力影响的基础上。

1.5 流动方程的线性化

方程 (1-10) 和 (1-12) 的推导清楚地表明这些流动方程的半经验性质以及它们各自的有效性的界限。一般说来, 用于特定试井的解释公式由求解关于适当边界条件的流动方程得到 (见第 2 章)。如果压力不稳定理论的那些假设受到限制, 那末为了得到各种试井条件的解, 必须利用诸如叠加原理之类的工具 (见第 3 章)。在这种情况下, 产生了流动方程的线性化问题。

虽然方程 (1-10) 和 (1-12) 是相似的, 但它们之间具有重要的差别。气体的性质, 例如压缩系数和粘度是压力的函数, 这一点使得方程 (1-12) 成为非线性的 (与方程 (1-10) 比较)。这样, 严格说来, 叠加原理不能应用于气体系统, 除非方程 (1-12) 已被线性化。

在气井试井分析中, 方程 (1-12) 的线性化是一个很重要的问题。在致力于方程 (1-12) 的线性化方面, Al-Hussaing 等^[3], 引入了一个新变量: 拟压力, 它定义为:

$$\psi = 2 \int_{p_0}^p \frac{\xi}{\mu z} d\xi \quad (1-13)$$

于是方程 (1-12) 变为:

① 假定压力梯度很小。关于方程 (1-10) 和 (1-12) 的更详细的叙述见文献 [1]。

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{K}{\phi \mu C} \nabla^2 \psi \quad (1-14)$$

方程 (1-14) 只是表现出一种弱的非线性。Kale 和 Mattar^[4]、Kabir 和 Hasan^[5] 在使用半分析的扰动处理时得出结论：方程 (1-14) 对于处理无限作用的数据（边界影响开始之前）具有足够的工程精度。Lee 和 Holditch^[6] 指出，引入拟压力 ψ 和 Agarwal 的拟时间^[7]：

$$t_a = \int_t^0 \frac{d\xi}{\mu C} \quad (1-15)$$

导至方程 (1-14) 的线性化是有效的但并非完全的。此时它成为：

$$\frac{\partial \psi}{\partial t_a} = \frac{K}{\phi} \nabla^2 \psi \quad (1-16)$$

Meunier 等人建议使用标准拟变量^[8]。新的标准化压力函数被定义为：

$$\psi_n = p_i + \frac{\mu_i}{\rho_i} \int_{p_i}^p \frac{\rho(\xi)}{\mu(\xi)} d\xi \quad (1-17)$$

注意，真实压力和拟压力在原始压力处具有相同的数值。同样，拟时间可以通过如下方程进行标准化处理^[8]：

$$t_a = \mu_i c_i \int_0^t \frac{d\xi}{\mu(\xi) C(\xi)} \quad (1-18)$$

标准化的优点在于：压力和时间的单位保持不变，并且当使用这些定义重写方程 (1-16) 时，它的解与液体情况的解相同。

最近一些研究^[9-11]认为，流动方程 (1-16) 的非完全线性化可能引起半对数斜率比液体情况稍微偏大一些。为了弄清楚在各种试井条件下方程 (1-16) 的线性化和拟变量（拟压力和拟时间）的使用尚需进一步研究。

参 考 文 献

1. Aziz, K., and A. Settari, Petroleum Reservoir Simulation, London: Applied Science Publishers, 1979.
2. Darcy, H., "Les Fontaines Publique de la Ville de Dijon," Dalmount, Paris, 1856.
3. Al-Hussainy, R., H. J. Ramey, Jr., and P. B. Crawford, "The Flow of Real Gases Through Porous Media," *J. Pet. Tech.* (May 1966) 624-636, *Trans., AIME* 237.
4. Kale, D., and L. Mattar, "Solution of a Nonlinear Gas Flow Equation by the Per-

- turbation Technique," *J. Can. Pet. Tech.* (Oct. - Dec. 1980) 63-67.
5. Kabir, C. S., and A. R. Hasan, "Prefracture Testing in Tight Gas Reservoirs," *SPE Formation Evaluation* (Apr. 1986) 128-138.
 6. Lee, W. J., and S. A. Holditch, "Application of Pseudotime to Buildup Test Analysis of Low Permeability Gas Wells with Long Duration Wellbore Storage Distortion," *J. Pet. Tech.* (Dec. 1982) 2877-87.
 7. Agarwal, R. G., "Real Gas Pseudotime: A New Function for Pressure Buildup Analysis of MHF Wells," paper SPE 8279 presented at the 54th Ann. Fall Techn. Conf. and Exh., Sept. 23-26, 1979, Las Vegas, NV.
 8. Meunier, D. F., C. S. Kabir, and M. J. Wittmann, "Gas Well Test Analysis: Use of Normalized Pseudovariabls," *SPE Formation Evaluation* (Dec. 1987) 629-636, *Trans., AIME* 290.
 9. Finjord, J., "An Analytical Study of Pseudotime for Pressure Drawdown in a Gas Reservoir," *SPE Formation Evaluation* (June 1989) 287-292.
 10. Finjord, J., and Y-L. You, "A Numerical Study of the Pseudotime Transformation for Drawdown in the Infinite - Acting Period," *SPE Formation Evaluation* (June 1989) 303-311.
 11. Finjord, J., "Non - Perturbative Approximate Analytical Solution in Pseudotime for Pressure Drawdown in Gas Reservoir," SPE 15207 (1985), available at SPE headquarters, Richardson, TX.

第二章 流动方程关于典型边界条件和理想系统的解

压力不稳定理论是建立在流动方程 (1-10)、(1-12)、或 (1-14) 的解的基础上。给定各种油藏系统和生产条件, 可以得到许多的解。本章将提供压力不稳定分析中最经常遇到的解。

2.1 油藏流动的几何形态

流动方程 (1-10) 可用矩形 (笛卡尔)、圆柱形和球形坐标写出。因为流动常常只在一个方向上占优势, 因此适当选择坐标系可以导致数学上的重大简化。

2.1.1 径向系统

考虑一口井从一个等厚的对称泄油面积中生产, 而且打开整个产层厚度。这样, 流线向一个压力汇点 (即井筒本身) 会聚 (见图 2-1)。这样一种流动模型称为圆柱形径向流模型或简称径向流模型。此时, 方程 (1-10) 简化为

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{K}{\phi \mu C} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) \quad (2-1)$$

2.1.2 球形系统

局部完井和 (或) 很厚的地层可用球形几何流动形态来很好地描述。假定流体流向一个近似于中心点的井筒 (见图 2-1), 则方程 (1-10) 的径向形式在球形坐标中成为:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{K}{\phi \mu C} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial p}{\partial r} \right) \quad (2-2)$$

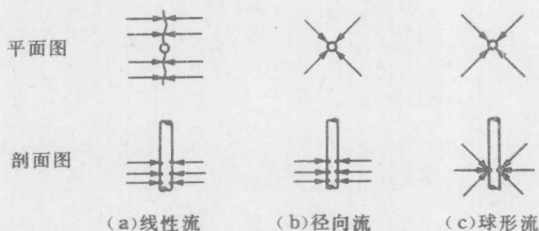


图 2-1 流动几何形态

2.1.3 线性系统

流体流入无限大导流能力的压裂井或流入狭长的通道, 常可用水平面上的线性流来表征。借助于矩形坐标, 流动方程的一维形式为

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{K}{\phi \mu C} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \quad (2-3)$$

2.2 内边界条件

试井过程中, 井壁上可以出现两种不同的物理条件:

a) 产量恒定:

$$q_{sf} = -\frac{AK}{\mu B} \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r_w} \quad (2-4)$$

式中, 径向系统情形 $A = 2\pi r_w h$; 而球形系统情形 $A = 4\pi r_s^2$ 。注意, q_{sf} 是油层表面流量。后文讨论井筒储存现象时, 该量将变得十分重要。

b) 井底压力恒定:

$$p = p_{wf}, \text{ 在 } r = r_w \text{ 处} \quad (2-5)$$

式中 p_{wf} ——井壁处的一个恒定压力。

2.3 外边界条件

外边界上压力动态的详细描述有赖于所考虑的油藏的类型。

a) 定容油藏: 这是一个无流体穿过外边界的封闭流动系统。参照方程 (2-4), 零流量 (速度) 用压力梯度表示为:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r_e} = 0 \quad (2-6)$$

b) 与气顶或底水相联结的油藏, 用外边界定压来描述其特征。在这种情况下, 压力分布不随时间而变化, 从而达到了真正的稳态条件, 即:

$$p = p_i, \text{ 在 } r = r_e \text{ 处} \quad (2-7)$$

c) 无限大油藏: 这是一个数学概念, 这个数学概念在试井初期当压力扰动还未传播得足够远以致未触及油藏边界时是很有用的。

$$\lim_{r \rightarrow \infty} p = p_i \quad (2-8)$$

2.4 初始条件

在考虑的所有点上, 均假定初始油藏压力是相等的。

$$p = p_i, t = 0 \quad (2-9)$$

2.5 无因次变量

将任何数学模型变换成无因次形式是工程上普遍的作法。在处理压力不稳定问题时, 引入无因次数组减少变量的数目, 使参数从 7 个减少到只有 3 个, 这使数学表述获得了重大的简化。

对于给定的描述方程组,一般常用一种按部就班的方法来推导无因次数组^[1]。不过本书只提供变换方程的最终形式。因为这些方程的推导过程已在文献中详细地发表了。

无因次压力

p_D 的表达式依赖于内边界条件。对于产量恒定的情况^①:

$$p_D = \alpha K h \left(\frac{p_i - p_w}{q B \mu} \right) \quad (2-10)$$

对于井底压力恒定的情况:

$$p_D = \frac{p_i - p(r, t)}{p_i - p_{wf}} \quad (2-11)$$

无因次时间

对于任意几何形态,下述变换方程是有效的^②

$$t_D = \sqrt{\frac{\beta K t}{\phi \mu C_t l^2}} \quad (2-12)$$

特征长度 l 的表达式依赖于系统的几何条件。例如,在径向系统中,特征长度就等于井筒半径,即 $l = r_w$ 。同样,在球形系统中,特征长度称为球半径或拟井筒半径。该半径依次用基于实际井筒半径与地层性质的某种组合公式表示。下面给出 r_s 的表达式:

a) 建立在球形流动面积和圆柱形流动面积相等基础上的近似式为^[2]:

$$r_s = \left(\frac{r_w h_f}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{K_z}{K_r} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (2-13)$$

b) 建立在等强度的球形源和圆柱形源的压力分布相等基础上的近似式为^[3]:

$$r_s = \frac{h_f}{\ln \left[\frac{0.5 + \sqrt{0.25 + \left(\frac{r_w}{h_f} \right)^2 \frac{K_z}{K_r}}}{-0.5 + \sqrt{0.25 + \left(\frac{r_w}{h_f} \right)^2 \frac{K_z}{K_r}}} \right]} \quad (2-14)$$

① 方程 (2-10) 和 (2-12) 中的常数 α 和 β 采用下列数值:

	达西单位制	常用单位制	国际单位制
α	2π	7.08×10^{-3}	5.356×10^{-4}
β	1	2.637×10^{-4}	3.557×10^{-6}

② 无因次时间的另一定义是 $t_{DA} = t_D A / r_w^2$

注意, 方程 (2-14) 具有某种理论基础, 而方程 (2-13) 则没有。Raghavan 和 Clark 给出了方程 (2-13) 的一个改进形式^[4]。

$$r_s = \frac{h_f}{\ln \left[\frac{0.7 + \sqrt{0.49 + \left(\frac{r_w}{h_f} \right)^2 \frac{K_z}{K_r}}}{-0.3 + \sqrt{0.09 + \left(\frac{r_w}{h_f} \right)^2 \frac{K_z}{K_r}}} \right]} \quad (2-15)$$

因为线性流常在压裂井中见到, 因此裂缝半长很方便地就选作特征长度: 对于一个线性系统, $l = x_f$ 。

无因次空间变量

利用上述特征长度表达式, 径向、球形和线性系统的合适的无因次半径分别为:

$$r_D = \frac{r}{r_w} \quad (2-16)$$

和

$$r_D = \frac{r}{r_s} \quad (2-17)$$

以及

$$x_D = \frac{x}{x_f} \quad (2-18)$$

无因次流量

当进行井底定压流动试井时, 产量随时间下降。这样, 建立在方程 (2-11) 基础上的无因次流量 q_D 定义如下:

$$q_D = \frac{qB\mu}{\alpha Kh(p_i - p_{wf})} \quad (2-19)$$

式中 α 为早先引入的换算系数。

2.6 流动方程的解析解

只有边界条件和流动几何条件的某些组合才能得到解析解, 本书给出了这些解析解的大部分。根据流动几何条件和边界条件来识别各种情况的解析解。

2.6.1 径向流、定产、无限大油藏

径向流的数学模型由方程 (2-1), (2-4), (2-8) 和 (2-9) 组成。利用变换方程 (2-10), (2-12), (2-16) 很容易得到无因次等效数学模型:

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right) = \frac{\partial p_D}{\partial t_D} \quad (2-20)$$

$$\left(\frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = -1 \quad (2-21)$$

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} p_D = 0 \quad (2-22)$$

$$p_D = 0, t_D = 0 \quad (2-23)$$

虽然这个方程组的精确解对任何实际应用均显得太复杂, 但它是可以求得的, 不过需作某些简化。倘若井筒半径相对于所探测的面积来说尺寸很小, 那么井筒半径用线源来近似; 此时方程 (2-21) 变为:

$$\lim_{r_D \rightarrow 0} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} = -1 \quad (2-24)$$

其解用 Boltzman 变换求得, 解的最终形式给出为^[5]:

$$p_D = -\frac{1}{2} \text{Ei} \left(-\frac{r_D^2}{4t_D} \right) \quad (2-25)$$

式中 Ei 是指数积分, 定义为:

$$\text{Ei}(-x) = -\int_x^{\infty} \frac{e^{-\nu}}{\nu} d\nu \quad (2-26)$$

当下列两个判据之一得到满足, 则方程 (2-25) 将是精确解的严格近似; 这两个判据是:

$$r_D \geq 20 \text{ 和 } \frac{t_D}{r_D^2} \geq 0.5 \quad (2-27)$$

或

$$\frac{t_D}{r_D^2} \geq 25 \quad (2-28)$$