

高等学校教材

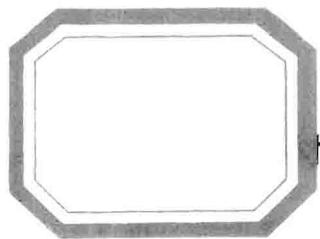
工科数学教程

上册

主 编 仇志余

副主编 王政宇

兵器工业出版社



工科数学教程

上册

主 编 仇志余
副主编 王政宇

兵器工业出版社

内容提要

本书是根据原国家教委《高等学校工程专科基础课程教学基本要求》中关于数学必修模块的教学基本要求,并结合编者多年来参与高等工程专科和高等职业技术教育国家级专业教学改革试点工作的经验编写而成的。

本书分两册,上册为高等数学模块,下册包括数值计算模块、线性代数模块和概率论与数理统计模块。

本书取材切合教学基本要求,结构严谨,简明扼要,详略得当。精选的例题和习题便于教学和自学,可作为高等工程专科、高等职业技术教育或工程本科少学时专业的教材,也可作为同层次成人教育以及工程技术人员的教学用书和自学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

工科数学教程/仇志余,王政宇主编. -北京:兵器工业出版社,2000.5

ISBN 7-80132-513-3

I. 工… II. 仇… III. 高等数学-高等学校-教材
IV. 164

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 26942 号

出版发行:兵器工业出版社

责任编辑:张小洁

社 址:100089 北京市海淀区车道沟 10 号

经 销:各地新华书店

印 刷:华北工学院印刷厂印刷

版 次:2000 年 5 月第 1 版第 1 次印刷

印 数:1—1000 册

封面设计:王政宇

责任校对:仇志余

责任印制:王京华

开 本:850×1168 1/32

印 张:30.5

字 数:810 千字

定 价:37.50 元

前 言

本书是根据原国家教委1996年修订的《高等学校工程专科基础课程教学基本要求》(以下简称《基本要求》)中关于数学必修模块的教学基本要求编写的。自从1993年原国家教委在高等工程专科教育中实施专业教学改革试点和开展示范性普通高等工程专科学校的建设工作以来,我校高分子材料加工专业被确定为第一批国家级试点专业。随之,我们对数学课程的改革按照“以应用为目的”、“以必需够用为度”的原则先行一步,将原来高等数学和工程数学的多门课程有机地组合成了工科数学课群,减少了重复,扩大了知识覆盖面和应用计算机能力的培养,得到了原国家教委中期验收专家组的肯定。1997年我们又展开了由原中国兵器工业总公司兵工高教研究会批准的立项课题《高等工科数学课程体系、教学内容与教学模式研究》的研究工作。1998年我校化工工艺专业被教育部批准为全国第四批产学研结合的试点专业,我们又参与了高等工程专科与高等职业技术教育结合的试点工作。通过三年多来的研究与教学实践,我们进一步完善了1993年以来的成果,编成了这套适用于高等工程专科和高等职业技术教育各工科专业的工科数学教材。本教材也可作为工科少学时本科专业和同层次的成人教育的教学用书。

本书共分两册,内容包括《基本要求》中数学必修模块的高等数学、线性代数、概率统计和数值计算四个模块。

本书由华北工学院分院仇志余教授任主编,华北工学院成教院王政宇讲师任副主编,华北工学院理学系孙显奕教授任主审。

本书上册为高等数学模块,第一章、第二章和第六章由邵燕灵副教授编写,第三章由宋智民副教授编写,第四章、第五章由王政宇讲师编写,第七章、第八章由闫乙伟讲师编写,第九章、第十章由樊孝仁副教授编写,第十一章由白艳萍副教授编写。

本书下册为数值计算模块、线性代数模块和概率论与数理统计模块。其中,数值计算模块由白艳萍副教授编写,线性代数模块由赵治荣讲师编写,概率论与数理统计模块第一章至第五章由王晓霞副教授和仇志余教授编写,第六章至第九章由宋智民副教授编写。全书由仇志余教授统稿并对部分章节进行了较大修改。

书中带*的内容可根据各专业的需要选用。根据教高司[1997]58号文的要求及我们的试点经验,本书对《基本要求》中带*部分的取舍作了适当调整。本书精选了适量的例题和习题,书末附有习题答案,这些都可帮助读者深入系统地理解课程内容和检查学习效果。

本书的出版得到了山西省教委高教处领导、原兵器工业总公司教育局领导和兵器工业出版社领导的大力支持,在此一并致谢。

由于编者水平有限和时间仓促,书中不当之处在所难免,请各位同仁与读者批评指正。

仇志余

1999年12月

上册 目 录

第一章 函数、极限与连续	(1)
第一节 函数	(1)
习题 1-1	(7)
第二节 初等函数	(9)
习题 1-2	(16)
第三节 数列极限	(17)
习题 1-3	(21)
第四节 函数极限	(22)
习题 1-4	(26)
第五节 无穷小与无穷大	(27)
习题 1-5	(30)
第六节 极限运算法则	(30)
习题 1-6	(35)
第七节 极限存在准则、两个重要极限	(37)
习题 1-7	(41)
第八节 无穷小的阶	(41)
习题 1-8	(43)
第九节 函数连续性的概念	(43)
习题 1-9	(48)
第十节 初等函数的连续性	(48)
习题 1-10	(52)
第十一节 闭区间上连续函数的性质	(53)
习题 1-11	(55)
第二章 导数与微分	(56)
第一节 导数的概念	(56)

习题	2-1	(64)
第二节	导数基本运算法则	(65)
习题	2-2	(71)
第三节	复合函数的求导法则、初等函数的导数	(72)
习题	2-3	(76)
第四节	高阶导数	(77)
习题	2-4	(79)
第五节	隐函数的导数、由参数 方程所确定的函数的导数	(80)
习题	2-5	(86)
第六节	函数的微分	(87)
习题	2-6	(93)
第三章	中值定理与导数的应用	(95)
第一节	中值定理	(95)
习题	3-1	(101)
第二节	罗必塔法则	(102)
习题	3-2	(109)
第三节	函数单调性的判别法	(110)
习题	3-3	(114)
第四节	函数的极值及其判别法	(114)
习题	3-4	(121)
第五节	函数的最大值、最小值	(121)
习题	3-5	(125)
第六节	曲线的凹凸区间和拐点	(126)
习题	3-6	(131)
第七节	函数的作图	(131)
习题	3-7	(136)
第八节	曲率	(136)
习题	3-8	(144)

第四章 不定积分	(145)
第一节 不定积分的概念与性质.....	(145)
习题 4-1	(151)
第二节 换元积分法.....	(153)
习题 4-2	(168)
第三节 分部积分法.....	(170)
习题 4-3	(177)
第五章 定积分	(178)
第一节 定积分的概念.....	(178)
习题 5-1	(184)
第二节 定积分的性质.....	(185)
习题 5-2	(189)
第三节 微积分基本定理.....	(190)
习题 5-3	(194)
第四节 定积分的计算.....	(195)
习题 5-4	(203)
第五节 广义积分.....	(204)
习题 5-5	(207)
第六章 定积分的应用	(209)
第一节 定积分的元素法.....	(209)
第二节 平面图形的面积.....	(211)
习题 6-2	(216)
第三节 体积.....	(217)
习题 6-3	(220)
第四节 平面曲线的弧长.....	(221)
习题 6-4	(225)
第五节 定积分在物理学中的应用举例.....	(226)
习题 6-5	(231)
第七章 常微分方程	(232)

第一节	常微分方程的基本概念	(232)
习题	7-1	(236)
第二节	可分离变量的一阶微分方程	(237)
习题	7-2	(243)
第三节	一阶线性微分方程	(244)
习题	7-3	(249)
第四节	可降阶的高阶微分方程	(250)
习题	7-4	(254)
第五节	二阶线性微分方程及其解的结构	(254)
习题	7-5	(259)
第六节	二阶常系数齐次线性微分方程	(260)
习题	7-6	(263)
第七节	二阶常系数非齐次线性微分方程	(264)
习题	7-7	(271)
第八章	无穷级数	(272)
第一节	常数项级数	(272)
习题	8-1	(277)
第二节	正项级数及其审敛法	(278)
习题	8-2	(285)
第三节	任意项级数	(286)
习题	8-3	(290)
第四节	幂级数	(290)
习题	8-4	(298)
第五节	函数的幂级数展开	(299)
习题	8-5	(309)
* 第六节	傅里叶级数	(310)
* 习题	8-6	(320)
* 第七节	任意区间上的傅氏级数	(320)
* 习题	8-7	(329)

* 第八节	傅里叶级数的复数形式·····	(330)
* 习题	8—8 ·····	(333)
第九章	空间解析几何与向量代数·····	(334)
第一节	空间直角坐标系·····	(334)
习题	9—1 ·····	(337)
第二节	向量概念及线性运算·····	(338)
习题	9—2 ·····	(342)
第三节	向量的坐标·····	(343)
习题	9—3 ·····	(349)
第四节	向量的数量积和向量积·····	(350)
习题	9—4 ·····	(356)
第五节	平面与直线·····	(357)
习题	9—5 ·····	(368)
第六节	曲面与曲线·····	(369)
习题	9—6 ·····	(379)
第七节	二次曲面·····	(380)
习题	9—7 ·····	(386)
第十章	多元函数的微分法及其应用·····	(387)
第一节	多元函数的概念·····	(387)
习题	10—1 ·····	(392)
第二节	二元函数的极限与连续·····	(393)
习题	10—2 ·····	(398)
第三节	偏导数·····	(398)
习题	10—3 ·····	(405)
第四节	全微分·····	(406)
习题	10—4 ·····	(411)
第五节	多元复合函数的求导法则·····	(412)
习题	10—5 ·····	(418)
第六节	隐函数的微分法·····	(419)

习题	10-6	(422)
第七节	偏导数的几何应用	(422)
习题	10-7	(428)
第八节	多元函数的极值问题	(428)
习题	10-8	(436)
第十一章	重积分、线积分与面积分	(438)
第一节	二重积分的概念及性质	(438)
习题	11-1	(443)
第二节	二重积分的计算	(444)
习题	11-2	(454)
第三节	二重积分的应用	(456)
习题	11-3	(463)
* 第四节	三重积分的概念及算法	(464)
* 习题	11-4	(471)
第五节	对坐标的曲线积分	(472)
习题	11-5	(481)
第六节	格林公式及其应用	(482)
习题	11-6	(493)
* 第七节	对坐标的曲面积分	(494)
* 习题	11-7	(502)
附 录		(504)
习题答案		(523)

第一章 函数、极限与连续

高等数学是以变量为研究对象的一个数学分支。函数关系是变量之间的依赖关系,极限方法是研究高等数学的一种基本方法,连续是函数的一个重要概念。本章将介绍函数、极限和函数的连续性等基本概念、以及它们的一些性质。

第一节 函数

一、函数的概念

先考察一些实际问题。

例1 自由落体下落的距离 S 与所用的时间 t 有下述关系:

$$S = \frac{1}{2}gt^2,$$

其中常数 g 是重力加速度。假定物体着地的时刻为 $t=T$,那么当 t 在 $[0, T]$ 上任意取定一个数值时,由上式就可以确定下落距离 S 的相应数值。

例2 三角形一边长固定为 a ,那么三角形面积 S 与该边上高 x 有如下关系:

$$S = \frac{1}{2}ax,$$

当 x 在 $(0, +\infty)$ 内任意取定一值 x_1 时,相应地可得三角形面积为 $\frac{1}{2}ax_1$ 。

在这些例子中可以看到,所讨论的问题中都有两个变量,变量之间都有这样的特性:当一个变量的值在某一范围内确定之后,另一个变量按照一定的对应关系也随之而确定。我们把这样的两个变量之间的关系抽象为函数。

定义 已知在某一变化过程中的两个变量 x 和 y ,如果当变量

x 在其变化范围 D 内任取一个数值时, 变量 y 按照一定的法则总有确定的数值与之对应, 则称变量 y 为变量 x 的函数, 记作 $y=f(x)$ 。其中 x 称为**自变量**, y 称为**因变量**, x 的变化范围 D 称为**函数定义域**, y 的取值范围 W 称为**函数值域**, f 称为对应关系或函数关系。

函数在 $x=x_0$ 点的值常用符号 $y|_{x=x_0}$ 或 $f(x_0)$ 表示。

掌握函数概念要注意下述问题:

(1)函数的定义域。在实际问题中, 函数的定义域是根据问题的实际意义确定的。如例 1 中 $D=[0, T]$; 例 2 中 $D=(0, +\infty)$ 。当不考虑函数的实际意义, 而抽象地研究用算式表达的函数时, 我们约定: 函数的定义域是自变量所能取的使算式有意义的一切实数值。如函数 $y=\sqrt{1-x^2}$ 的定义域 $D=[-1, 1]$, 函数 $y=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ 的定义域 $D=(-1, 1)$ 。

(2)函数的两要素。定义域与对应法则是函数的两个基本要素, 只有定义域与对应关系都相同的两个函数才是相同的函数。如 $f(x)=\frac{x^2}{x}$ 与 $g(x)=x$ 是两个不同的函数, $y=2\lg_a x$ 与 $y=\lg_a x^2$ 是两个不同的函数。

(3)单值函数与多值函数。如果自变量在定义域内任取一个数值时, 对应的函数值总是只有一个, 这种函数称为**单值函数**, 否则称为**多值函数**, 如变量 x 和 y 满足方程 $x^2+y^2=a^2$, 即 (x, y) 是圆心在原点、半径为 a 的圆周上的点。对于 $[-a, a]$ 中的每一个 x , $y=\pm\sqrt{a^2-x^2}$, 因此 y 是 x 的多值函数。

今后若无特别说明, 函数均指单值函数。

(4)函数图形

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D 。对于任意取定的 $x\in D$, 对应的函数值 $y=f(x)$ 。这样, 以 x 为横坐标、 y 为纵坐标就在 xOy 平面上确定一点 (x, y) 。集合

$$C=\{(x, y)|y=f(x), x\in D\}$$

称为 $y=f(x)$ 的图形。

例 3 函数

$$y = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

的定义域为 $D = (-\infty, +\infty)$, 值域 $W = [0, +\infty)$, 它的图形如图 1-1 所示。这函数称为绝对值函数。

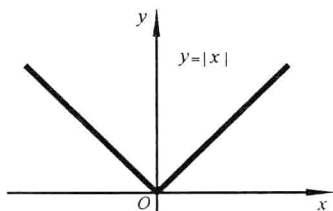


图 1-1

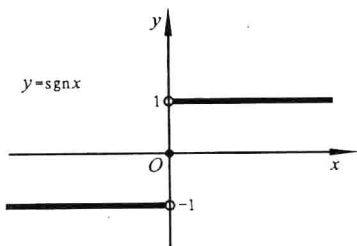


图 1-2

例 4 函数

$$y = \operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$

称为符号函数, 它的定义域 $D = (-\infty, +\infty)$, 值域 $W = \{-1, 0, 1\}$, 它的图形如图 1-2 所示。对于任何实数 x , 有 $x = \operatorname{sgn} x \cdot |x|$ 。

例 5 设 x 为任一实数, 不超过 x 的最大整数称为 x 的整数部分, 记作 $[x]$ 。如 $[\frac{7}{5}] = 1$, $[-1.5] = -2$, $[2] = 2$ 。函数 $y = [x]$ 的定义域 $D = (-\infty, +\infty)$, 值域 W 为所有整数组成的集合。它的图形如图 1-3 所示。这函数称为阶梯函数或取整函数。

从上述例子中看到, 有时一个函数要用几个式子表示。这种在自变量的不同变化范围中, 对应法则用不同式子来表示的函数, 称为分段函数。

注意: 分段函数是一个函数, 不是几个函数。

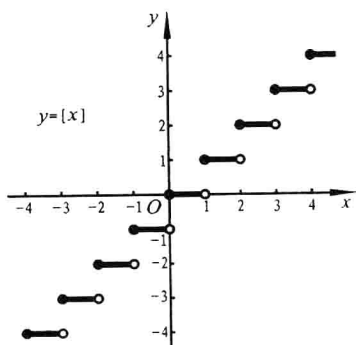


图 1-3

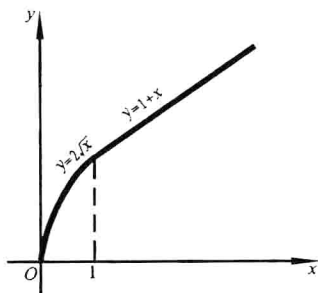


图 1-4

例 6 函数

$$y=f(x)=\begin{cases} 2\sqrt{x}, & 0\leq x\leq 1 \\ 1+x, & x>1 \end{cases}$$

的定义域 $D=[0,+\infty)$ 。当 $x\in[0,1]$ 时,对应的函数值 $f(x)=2\sqrt{x}$;当 $x\in(1,+\infty)$ 时,对应的函数值 $f(x)=1+x$ 。例如 $f(\frac{1}{2})=2\sqrt{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$, $f(1)=2$ 。这函数的图形如图 1-4 所示。

二、函数的基本性质

1. 奇偶性

已知函数 $f(x)$ 的定义域 D 是以原点为中心的对称区间(即若 $x\in D$, 则必有 $-x\in D$), 对于任意 $x\in D$, 若总有 $f(-x)=-f(x)$, 则称 $f(x)$ 为**奇函数**;若总有 $f(-x)=f(x)$, 则称 $f(x)$ 为**偶函数**。

偶函数的图形关于 y 轴是对称的, 如图 1-5(a) 所示。奇函数的图形关于原点对称的, 如图 1-5(b) 所示。

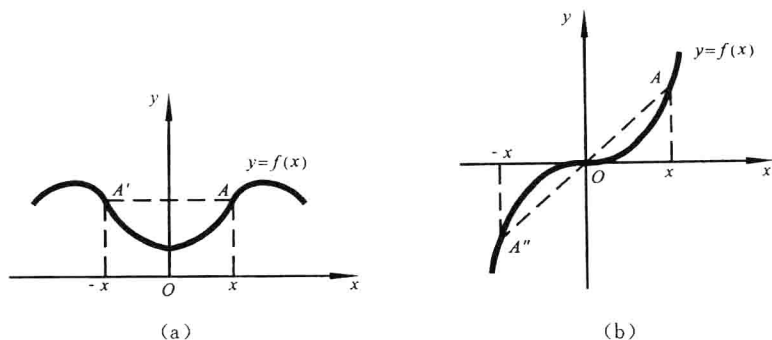


图 1-5

函数 $y=x^2$ 是偶函数, $y=x^3$ 是奇函数, $y=x^2+x^3$ 为非奇非偶函数。

2. 有界性

已知函数 $f(x)$ 在数集 X 上有定义, 如果存在数 M , 使得对于 X 内的任何 x 值, 恒有 $|f(x)| \leq M$, 则称函数 $f(x)$ 在 X 上**有界**。如果这样的 M 不存在, 就称函数 $f(x)$ 在 X 上**无界**。

函数 $y=\sin x$ 在定义域 $D=(-\infty, +\infty)$ 内有界, 因为对任意 $x \in D$, 恒有 $|\sin x| \leq 1$ 。函数 $y=\frac{1}{x}$ 在 $(0, 1]$ 上无界, 因为在 $(0, 1]$ 上, 分母 x 取值可以与零无限接近, 因而 $|\frac{1}{x}|$ 可以无限增大。函数 $y=\frac{1}{x}$ 在 $[\frac{1}{2}, 1]$ 上有界, 因为对任意 $x \in [\frac{1}{2}, 1]$, 恒有 $|\frac{1}{x}| \leq 2$ 。

3. 单调性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D , 区间 $I \subset D$ 。如果对于区间 I 上任意两点 x_1 及 x_2 , 当 $x_1 < x_2$ 时, 恒有

$$f(x_1) < f(x_2) \text{ (} f(x_1) > f(x_2) \text{)},$$

则称函数 $f(x)$ 在区间 I 上是**单调增加**(**单调减少**)的。单调增加和单

调减少的函数统称为**单调函数**。

单调增加的函数,其图形是随着 x 增加而上升的曲线;单调减少的函数,其图形是随着 x 增加而下降的曲线,如图 1-6、图 1-7 所示。

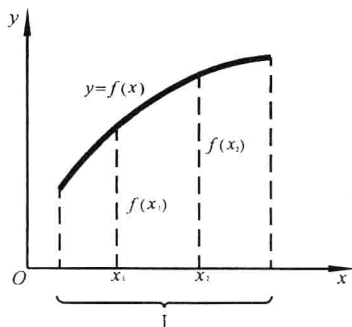


图 1-6

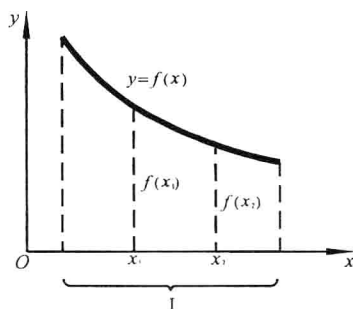


图 1-7

函数 $f(x)=x^2$ 在 $[0, +\infty)$ 上是单调增加的,在区间 $(-\infty, 0]$ 上是单调减少的,在区间 $(-\infty, +\infty)$ 内函数 $f(x)=x^2$ 不是单调函数。函数 $f(x)=x^3$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 内是单调增加的。

4. 周期性

对于函数 $y=f(x)$,如果存在不为零的常数 l ,使关系式 $f(x+l)=f(x)$ 对于定义域内任何 x 值都成立,则称 $f(x)$ 为**周期函数**。通常满足这个等式的最小正数 l 称为函数的**周期**。

函数 $y=\sin x$, $y=\cos x$ 是以 2π 为周期的周期函数。函数 $y=\tan x$ 是以 π 为周期的周期函数。

三、反函数

定义 设函数 $y=f(x)$ 的值域为 W 。如果对于 W 中的任一 y ,至少可以确定一个数值 x ,使

$$f(x)=y。$$

这样得到的函数称为函数 $y=f(x)$ 的**反函数**,记作 $x=\varphi(y)$ 。相对于反函数 $x=\varphi(y)$ 来说,原来的函数称为**直接函数**。

我们知道,虽然直接函数 $y=f(x)$ 是单值函数,但其反函数