

小学部

华罗庚数学学校

数学奥林匹克电视讲座

中国大百科全书出版社

中国人民大学附中 编

123456789



华罗庚数学学校
奥林匹克系列丛书

华罗庚数学学校奥林匹克系列丛书

数学奥林匹克

电视讲座



中国人民大学附中编

中国大百科全书出版社

北京·1994

(京) 新登字 187 号

000106

数学奥林匹克电视讲座(小学部)

编 者：中国人民大学附中

主 编：刘彭芝

责任编辑：简菊玲

封面设计：郭 健

技术设计：翟 铭

责任印制：盖永东

出版发行：中国大百科全书出版社

(北京阜成门北大街 17 号 100037)

印 刷：北京建工印刷厂

经 销：新华书店总店北京发行所

版 次：1994 年 5 月第 1 版

印 次：1994 年 5 月第 1 次印刷

印 张：10.75

开 本：787×1092 1/32

字 数：220 千字

印 数：1—30000

ISBN 7—5000—5363—0/G·84

定 价：6.95 元

图书在版编目 (CIP) 数据

华罗庚数学学校数学奥林匹克电视讲座：
小学部/刘彭芝主编. —北京：中国大百科全书
出版社，1994.5

(华罗庚数学学校奥林匹克系列丛书)

ISBN 7-5000-5363-0

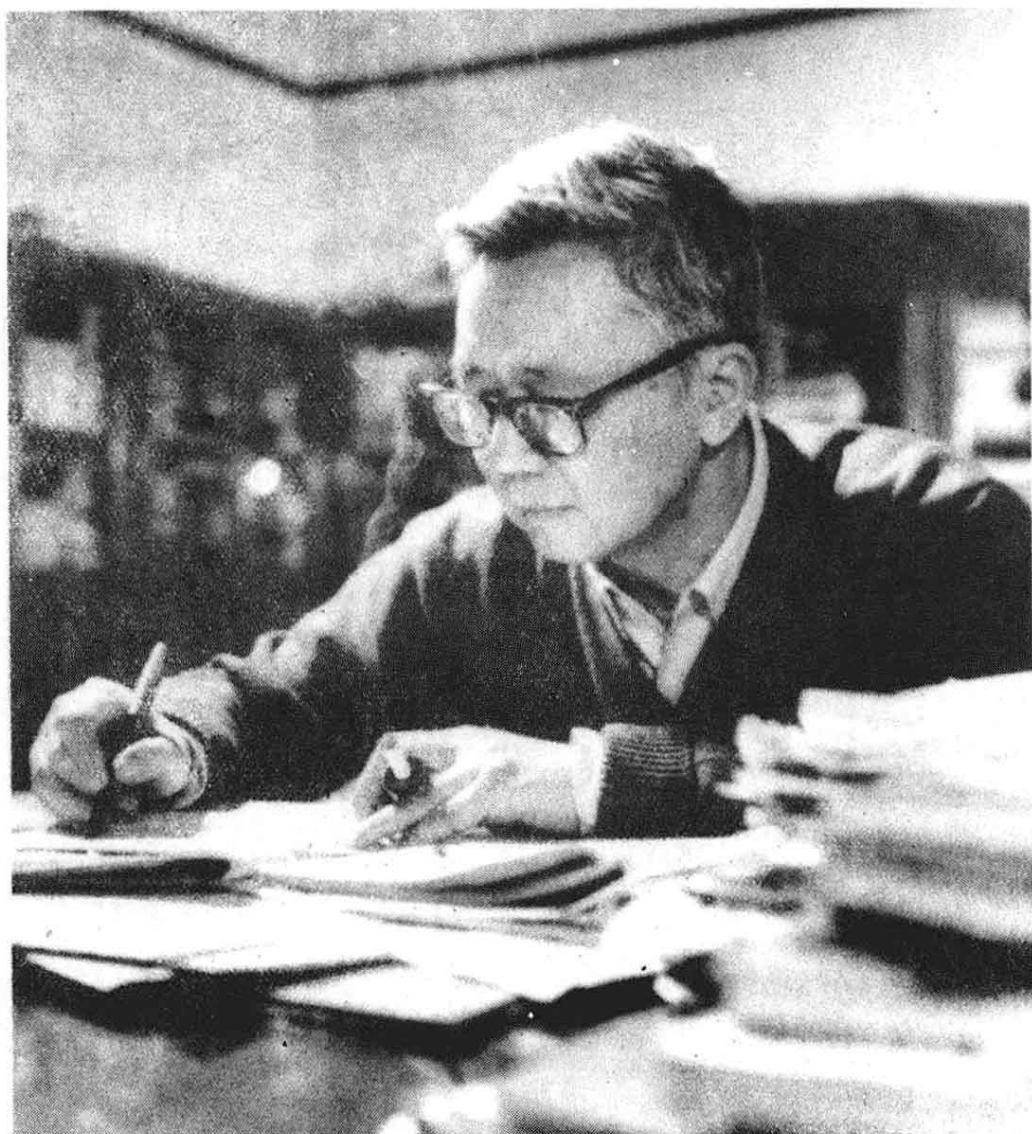
I. 华…

II. 刘…

III. 数学—初中—广播电视教育—教材

IV. G624.501

主 编	刘彭芝		
副主编	王书丹		
总策划	王书丹	陶晓勇	刘彭芝
	冯克正	魏 钢	
编 撰	冯 刚	陶晓勇	马淑珍
	张德勤	郭丽军	李树德
	张玉山	顾秀文	田利英
	王永俊	王进明	周沛耕
	周春荔	李珞珈	梁丽萍
	李延林	吴建平	邵舒竹
	王燕春	王人伟	



著名数学家华罗庚教授(1910~1985)

苦战猛攻埋头干，
熟能生出百巧来。
勤能补拙是良训，
一分辛劳一分材。

录华了庚教授
诗一首书赠

华了庚数学子校
奥林匹克系列丛书

王元
九二七

前 言

北京华罗庚学校（原名华罗庚数学学校）是由中国科学院华罗庚实验室、中国科技大学和中国人民大学附中联合创办的，是中国人民大学附中超常教育体系的重要组成部分，是超常教育研究与实验的一种模式。其办学目标是为国家大面积早期发现与培养现代杰出科技人才开辟一条切实可行的途径，为我国教育事业面向现代化、面向世界、面向未来的战略方针探索一项行之有效的举措。超常教育与早期教育，为当今各国教育家、心理学家所重视。超常教育研究得到了各国政府以及有远见的社会各界人士的支持和赞助。他们认为，早期教育一旦在世界范围内推广成功，给世界带来的巨大影响，远比世界上任何一次科技革命和产业革命更深刻、更广泛。

近年来，我国众多有识之士在改革开放，建设有中国特色社会主义的宏图大业感召鼓舞下，投身超常教育事业，辛勤耕耘，刻苦研究，已经取得可喜的成果。大学少年班、中学少儿班，正方兴未艾，数学奥林匹克学校如雨后春笋，足以说明超常教育是整个人类教育事业中的一股新的、具有强大生命力的潮流。超常教育是人类教育史上的一大进步。然而，不言而喻，超常教育又是一个异常复杂的新的教育课题。不论是历史上还是现实生活中，少年出众而成年寻常的人比

比皆是。究其原因，往往在于成长环境不佳，而更主要的则是未能在超常教育理论指导下施以特殊教育的结果。因此，我们必须更新教育观念，采取新的教育理论和方法，把大批聪慧儿童培养成为高科技时代的栋梁之材。创办华罗庚学校的主旨，就在于探索一条使那些天资优异的孩子们，既不脱离群体，以免身心畸形发展，又使他们的才华得以充分开发的可行之路。

华校在以数学为带头学科进行施教的前提下，同时学习其他各种课程，并鼓励学生们在自己感兴趣的科目中，如物理、化学、生物、外语、语文、计算机、天文、地理、创造发明、科技制作、科技论文等课程中开拓进取，施展才华，全面发展，学有所长。

华校分小学部和中学部。小学部属校外培训性质，每年10月份招生一次。从小学二年级到小学六年级，每个年级招A、B两个班，每班50人。每周学习一次。华校中学部属正规教育，人大附中初、高中六个年级，每个年级均设有一个华校班。

华校已办学九年，现已配套编出数学“课本”和“试题解析”。其中，课本从小学一年级到六年级，每个年级分上、下两册，共十二册；中学每个年级一册，共六册。“试题解析”小学一册，中学六册。

为了培养和建设华校数学教师的队伍，最近我们邀请了北京市的37位数学奥林匹克的教练员为华校教师开课。他们中间有11位是中国数学奥林匹克高级教练员，有3位数学特

级教师，5 位大学数学系教授、讲师。共安排了 40 讲，其中小学 20 讲，中学 20 讲。以电视讲座形式呈献给广大观众和读者。本讲座除了为华校教师本身做示范课用外，其更大的效用还在于为广大中小学数学教师、中小学学生及家长提供简洁、精当的课外数学辅导或学习教材。本电视讲座由中国教育电视台从 1994 年暑期开播，并通过卫星向全国发送。中国大百科全书出版社于 1994 年 5 月同时推出“数学奥林匹克电视讲座教材”小学部、初中部两册。

刘彭芝

1994. 1. 7

目 录

第 一 讲	速算与巧算 (上)	(1)
第 二 讲	速算与巧算 (下)	(22)
第 三 讲	简单的计数问题	(35)
第 四 讲	数字谜	(57)
第 五 讲	平均数	(78)
第 六 讲	应用题 (上)	(98)
第 七 讲	应用题 (下)	(108)
第 八 讲	分数、比和比例应用题	(124)
第 九 讲	奇数与偶数	(143)
第 十 讲	余数	(159)
第十一讲	约数与倍数	(175)
第十二讲	相继的整数	(189)
第十三讲	图形问题	(204)
第十四讲	抽屉原理	(219)
第十五讲	逻辑推理	(236)
第十六讲	最大与最小	(253)
第十七讲	规律与归纳	(268)
第十八讲	游戏中的数学	(280)
第十九讲	方程及其应用	(297)
第二十讲	奇妙的方格表	(313)

第一讲 速算与巧算（上）

学习数学离不开计算，在计算过程中，不但要求计算正确，还要做到迅速、合理、灵活。本节所讲的内容，是在我们已经学过四则运算的定律和性质的基础上，介绍整数、分数计算中如何速算与巧算的知识，以便提高计算的技能技巧。

一、整数四则运算技巧

1. 运用加法运算定律巧算加法

加法运算定律，指的是加法交换律和结合律。常用的运算技巧如下：

①利用补数巧算加法。

如果两个数的和正好可以凑成整十、整百、整千，我们就说这两个数互为补数，其中的一个加数就叫做另一个加数的补数。如： $49+51=100$ ，49和51互为补数； $450+550=1000$ ，450和550互为补数。在加法计算中，如果能观察出两个加数互为补数，根据加法定律，可以把这两个数先相加，凑成整十、整百、整千，…这样计算起来比较简便。

$$\begin{aligned}\text{例 1} \quad (1) \quad & 42+36+58 \\ & = (42+58)+36 \\ & = 100+36=136\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad & 274+135+326+265 \\ & = (274+326)+(135+265)\end{aligned}$$

$$= 600 + 400 = 1000$$

这两个例题，在计算中都是直接利用补数的，我们把这种方法叫做“直接凑补法”。

如果两个加数没有互补关系，我们可以间接利用补数进行巧算。

例 2 $986 + 238$

$$\begin{aligned}\text{解法 1: } 986 + 238 \\ &= 1000 - 14 + 238 \\ &= 1000 + (238 - 14) \\ &= 1000 + 224 = 1224\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{解法 2: } 986 + 238 \\ &= 986 + 300 - 62 \\ &= (986 - 62) + 300 \\ &= 924 + 300 = 1224\end{aligned}$$

以上两种方法是把其中一个加数看作整十、整百、整千…，再去掉多加的部分（即补数），所以可称为“凑整去补法”。

$$\begin{aligned}\text{解法 3: } 986 + 238 \\ &= (62 + 924) + 238 \\ &= (62 + 238) + 924 \\ &= 300 + 924 = 1224\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{解法 4: } 986 + 238 \\ &= 986 + (14 + 224) \\ &= (986 + 14) + 224 \\ &= 1000 + 224 = 1224\end{aligned}$$

以上方法是把其中一个加数拆分为两个数，使其中一个

数正好是另一个加数的补数，所以可称为“拆分凑补法”。

②相接近的若干数求和。

下面的加法算式是若干个大小相接近的数连加。

例 3 $71+72+69+74+68+70+69$

经过观察，我们发现算式中 7 个加数都接近 70，我们把 70 称为“基准数”。把这 7 个数看作 7 个 70 相加。如果多加了，就减去；少加了，再加上，这样计算比较简便。

$$\begin{aligned} &71+72+69+74+68+70+69 \\ &=70 \times 7 + (1+2-1+4-2+0-1) \\ &=490+3=493 \end{aligned}$$

要说明的是，算式中括号中的计算，不要按照从左到右的顺序去计算。算式中的 1 和 -1，+2 和 -2，可以“抵消”，直接划去。如： $\cancel{1}+\cancel{2}-\cancel{1}+4-\cancel{2}+0-\cancel{1}=3$ 。这样计算较简便。

③利用公式法求等差数列的和。

等差数列，是指每两个相邻的数之间差都相等的数列（数列中的数或者从小到大排列，或者从大到小排列）。如：1、2、3、4、5、6、7 的“等差数”是 1、1、3、5、7、9 的“等差数”是 2，所以这两个数列都是等差数列。等差数列求和，可以用公式：和 = (首项 + 末项) × 项数 ÷ 2。

例 4 $2+4+6+8+10+\cdots+98+100$

$$\begin{aligned} &=(2+100) \times 50 \div 2 \\ &=102 \times 50 \div 2 \\ &=5100 \div 2=2550 \end{aligned}$$

要说明的是，如果加数是奇数个，可以用“中项”直接乘以项数更为简便。如：

$$11+13+15+17+19+21+23+25+27=19 \times 9=171$$

④找出规律，巧算加法。

对于比较难的题目，可以通过观察规律，把算式中的数有目的的拆分，重新组合，使计算化难为易。如：

$$\begin{aligned}\text{例 5} \quad & 1999999+199999+19999+1999+199+19 \\ & = (2000000-1)+(200000-1)+(20000-1) \\ & \quad + (2000-1)+(200-1)+(20-1) \\ & = 2000000+200000+20000+2000+200+20-6 \\ & = 2222220-6=2222214\end{aligned}$$

$$\text{例 6} \quad 1+2-3-4+5+6-7-8+9+10-11-12+13+\cdots+1990-1991-1992+1993$$

通过观察可以发现，如果算式改写为： $1+(2-3-4+5)+(6-7-8+9)+(10-11-12+13)+\cdots+(1990-1991-1992+1993)$ 则括号内的运算结果都是 0。因此，原式 $=1+0+0+\cdots+0=1$ 。

2. 利用减法性质的巧算

在小学教材中已经学过，从一个数里连续减去几个减数，可以从这个数里减去这几个减数的总和。用字母表示为： $a-b-c-e=a-(b+c+e)$ ，把所学的知识再扩展一步，我们还可以知道：

从一个数里减去几个数的和，可以从这个数里连续减去这几个数。用字母表示为：

$$a-(b+c+e)=a-b-c-e$$

从一个数里减去两个数的差，等于从这个数里减去第二个数，再加上第三个数。用字母表示为： $a-(b-c)=a-b+c$ 。反之，还可以知道： $a-b+c=a-(b-c)$ 。以上用字母表示的就是减法的性质。实际上所运用的就是“去括号”或

“添括号”的法则. 去括号和添括号的原则是: 在只有加减运算的算式中, 当要去的括号(或要添的括号)前面是加号时, 则去(或添)了括号后, 括号内的运算符号不变. 当要去的括号(或要添的括号)前面是减号时, 则去(或添)了括号后, 括号内的运算符号要改变, 即原来的加号变为减号, 原来的减号变为加号.

只要弄清了去括号或添括号的规律, 减法性质是很容易记住的. 例如:

$$a-b-c-e=a-(b+c+e)$$

$$a-b+c=a-(b-c)$$

以上两等式右边添了括号, 括号前是“-”号, 所以添上括号后, 括号里面的运算符号要改变. 又如:

$$a-(b+c+e)=a-b-c-e$$

$$a-(b-c)=a-b+c$$

以上两等式右边去掉了括号, 原括号前面是“-”号, 所以去括号后, 原来括号里的运算符号要改变.

当一个数连续减去若干个数, 而这些减数成等差数列时, 可以运用添括号法则, 再根据等差数列求和进行计算.

$$\begin{aligned}\text{例 7} \quad & 3800-1-2-3-\cdots-80 \\ &=3800-(1+2+3+\cdots+80) \\ &=3800-(1+80) \times 80 \div 2 \\ &=3800-81 \times 40=560\end{aligned}$$

根据加法交换律和结合律, 可以把加数任意交换位置, 使运算简便, 而运算的结果不变. 这种方法在减法或加减混合运算中也完全适用. 但在交换位置时必须注意带符号“搬家”. 如: $325+46-125+54$ 这一式题中, 数字前面的符号则

为它本身的符号。我们所说的带符号“搬家”，带的就是这个符号。例如： $+54$ 、 -125 、 $+46$ ，而本式中 325 前面没有符号，应看作 $+325$ 。带符号“搬家”不会改变运算的结果。如：

$$325+46-125+54=300$$

$$325-125+54+46=300$$

$$325+54+46-125=300$$

$$54+46+325-125=300$$

...

如果把带符号“搬家”与交换律、结合律，以及去括号、添括号法则配合使用，则会使运算简便。如：

例 8 $109+428-156+141-128-44$

我们可以利用带符号“搬家”的方法把适当的数凑在一起，再根据加法结合律及添括号法则使运算简便。

$$\begin{aligned}\text{原式} &= (109+141)+(428-128)-(156+44) \\ &= 250+300-200=350\end{aligned}$$

3. 乘法中的速算和巧算

在小学阶段，已经学习了一些利用乘法交换律、结合律简算的方法，本节中仅把难度较大的巧算方法加以介绍。

①利用拆分法的巧算。

把一个因数，根据需要，拆分成两个因数。比如：见到一个因数是 25 ，就要想到 $25 \times 4 = 100$ ，见到因数 125 ，就要想到 $125 \times 8 = 1000$ ，那么从另一个因数中，就要有目的的拆分成 4 或 8 。如：

例 9 (1) 48×125

$$\begin{aligned}&= 6 \times 8 \times 125 \\ &= 6 \times (8 \times 125)\end{aligned}$$