

配合普通高中课程标准实验教科书

新课程导学

数学 ③ 必修

A 版

人民教育出版社中学数学室
广东省教育厅教研室

策划组编

人民教育出版社

第一章 算法初步

1.1 算法与程序框图

一、问题导入

回忆一个具体的二元一次方程组的求解过程，引出算法的描述性定义及算法的主要特征。

二、学习目标

1. 算法的含义

- (1) 通过分析具体问题的过程与步骤，体会算法的思想，了解算法的含义。
- (2) 能用自然语言描述解决具体问题的算法。

2. 程序框图

- (1) 掌握程序框图的含义及其功能。
- (2) 通过模仿、操作、探索，经历通过设计程序框图表达求解问题的过程。

3. 算法的三种基本逻辑结构

在具体问题的解决过程中，理解算法的三种逻辑结构，并能利用它们解决具体问题。

三、阅读思考

问题 1 算法的含义

在数学中，现代意义上的“算法”通常是指可以用计算机来解决的某一类问题的程序或步骤，这些程序或步骤必须是明确和有效的，而且能够在有限步之内完成。

问题 2 算法的两种描述方法

- (1) 用自然语言描述算法；
- (2) 用程序框图描述表示算法。

问题 3 用程序框图描述算法更加清楚简练、形象直观、流向清楚，而且更容易改写成程序设计语言。

问题 4 关于三种结构的特点

顺序结构可以单独出现，也可以出现在条件结构或循环结构的局部，而循环结构一定包含着条件结构。

问题 5 关于第 6 页的思考题

d 表示从 $2 \sim (n-1)$ 的所有正整数，用于判断“步骤 2”是否终止。

$d=d+1$ 并不是表示“ d 等于 $d+1$ ”，而表示将变量 d 的原值加 1 再送回变量 d 中，也可理解为：先计算赋值号右边的表达式的值，然后把它赋给赋值号左边的变量。同时， d 是一个计数变量，有了这个变量，算法才能依次执行，逐个考察 $2 \sim (n-1)$ 的所有正整数中是否有 n 的因数存在。

问题 6 关于循环结构中的计数变量和累加变量

计数变量用于记录循环次数，同时它的取值还可以用于判断循环是否终止。累加变量用于输出结果。累加变量和计数变量一般是同步执行的，累加一次计数一次。

问题 7 循环结构有两种：当型（while 型）循环和直到型（until 型）循环，它们有什么异同？

四、基础·能力·提高

基础

例 1 任意给定一个正数，设计一个算法，求以这个数为半径的圆的周长，并画出程序框图。

算法步骤：

第一步：输入任意一个正实数 r 。

第二步：计算以 r 为半径的圆的周长 $L=2\pi r$ 。

第三步：输出圆的周长 L 。

程序框图：



例 2 设计一个算法，求长为 a ，宽为 b 的长方形的面积。

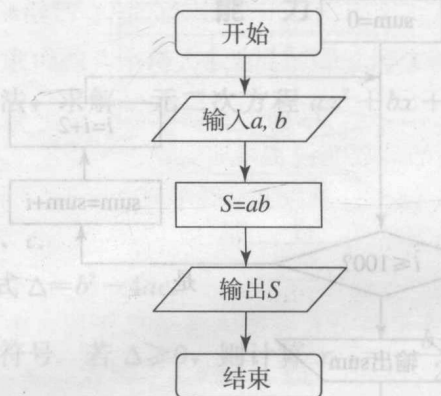
算法步骤：

第一步：输入 a, b 。

第二步：计算面积 $S=ab$ 。

第三步：输出长方形的面积 S 。

程序框图：



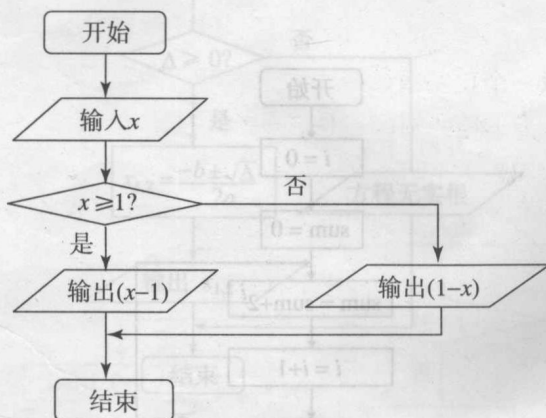
例 3 设计一个求 $|x-1|$ 的值的算法，并画出程序框图。

算法分析：设 x 是任意实数，则 $x-1$ 的绝对值为：

$$|x-1| = \begin{cases} x-1 & (x \geq 1), \\ -(x-1) & (x < 1), \end{cases}$$

所以，需要对 $(x-1)$ 的符号进行判断，根据判断结果决定 $|x-1|$ 的取值。

程序框图：



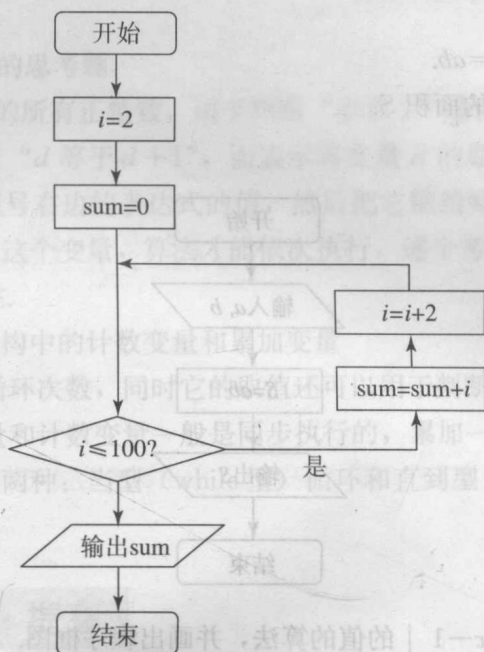
说明：条件结构以条件的判断为起点，根据条件是否成立决定执行哪一个处理步骤。

例 4 设计一个计算 $2+4+6+\dots+100$ 的值的算法，并画出程序框图。

算法分析：只需一个累加变量和一个计数变量，将累加变量的初始值设为 0，计数变

量可以从 2~100 取值.

程序框图:

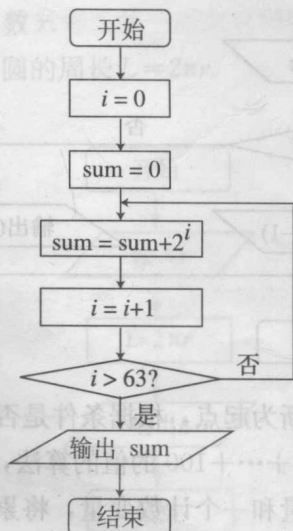


说明: 循环结构是指在算法的设计中, 从某处开始有规律地反复执行某一处理步骤, 这个步骤称为循环体. 循环体的执行次数由一个控制循环条件决定, 所以循环结构中一定有条件结构.

例 5 设计一个算法, 求 $2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{63}$ 的值, 并画出程序框图.

算法分析: 需要一个累加变量和一个计数变量, 将累加变量的初始值设为 0, 计数变量从 0~63 取值.

程序框图:



说明：这是一个古老的数学求和问题。

循环结构分为两种——当型（while 型）循环和直到型（until 型）循环。当型循环在执行循环体前对控制循环条件进行判断，当条件满足时反复做，不满足则停止（如例 4）；直到型循环在执行了一次循环体之后，对控制循环条件进行判断，当条件不满足时反复做，满足则停止（如例 5）。

能力

例 6 设计一个算法，求解一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的实数根，并画出程序框图。

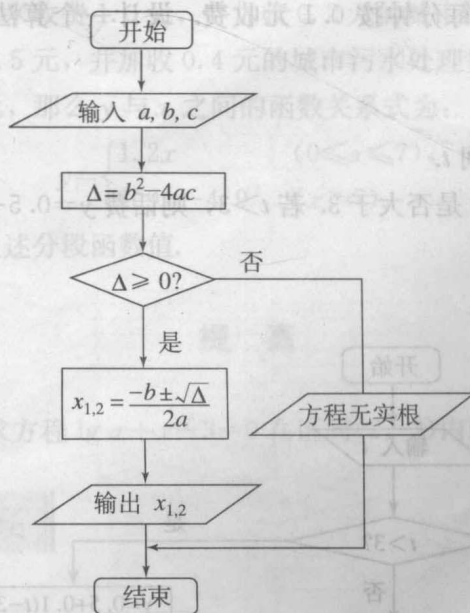
算法步骤：

第一步：输入 a, b, c 。

第二步：计算判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$ 。

第三步：判断 Δ 的符号。若 $\Delta \geq 0$ ，则计算 $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ ，并输出 $x_{1,2}$ ；若 $\Delta < 0$ ，则结束。

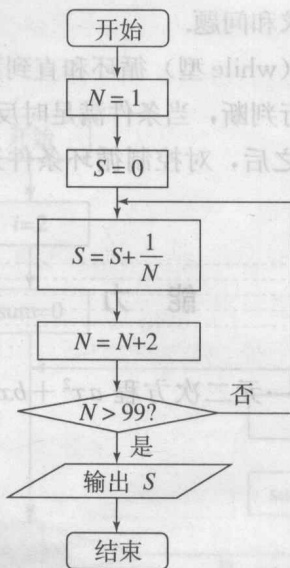
程序框图：



例 7 设计一个算法，求 $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{99}$ 的值，并画出程序框图。

算法分析：需要一个累加变量和一个计数变量，将累加变量的初始值设为 0，计数变量从 1~99 取值。

程序框图：



提高

例 8 某市公用电话（市话）的收费标准为 3 分钟内（包括 3 分钟）收费 0.5 元；超过 3 分钟，超出的部分，每分钟按 0.1 元收费。设计一个算法计算话费，并画出程序框图。

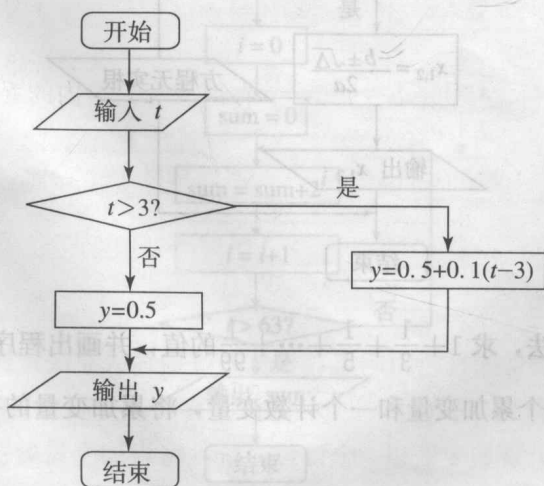
算法步骤：

第一步：输入通话时间 t 。

第二步：判断输入的 t 是否大于 3。若 $t > 3$ ，则话费 $y = 0.5 + 0.1(t - 3)$ ；否则，话费 $y = 0.5$ 。

第三步：输出话费 y 。

程序框图：



五、挑战自我

基础

1. 设计一个算法，求以 $\sqrt{2}$ 为半径，2为高的圆锥的体积，并画出程序框图。
2. 设计一个算法，求 $S = \sum_{n=1}^{20} \frac{1}{n^2} = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{20^2}$ ，并画出程序框图。

能力

3. 在某次田径比赛中，男子100米A组有8位选手参加预赛，成绩（单位：秒）依次为：9.88，10.57，10.63，9.90，9.85，9.98，10.21，10.86。请设计一个算法，在这些成绩中找出不超过9.90秒的成绩，并画出程序框图。

4. 为了加强居民的节水意识，某市制定了以下生活用水收费标准：每户每月用水未超过7立方米时，每立方米收费1.0元，并加收0.2元的城市污水处理费；超过7立方米的部分，每立方米收费1.5元，并加收0.4元的城市污水处理费。设某户每月用水量为 x 立方米，应交纳水费 y 元，那么 y 与 x 之间的函数关系式为：

$$y = \begin{cases} 1.2x & (0 \leq x \leq 7), \\ 1.9x - 4.9 & (x > 7). \end{cases}$$

请你设计一个算法，求上述分段函数值。

提高

5. 设计一个算法，求方程 $\lg x + x - 3 = 0$ 在区间(2, 3)内的近似解（精确到0.01）。

六、挑战自我答案

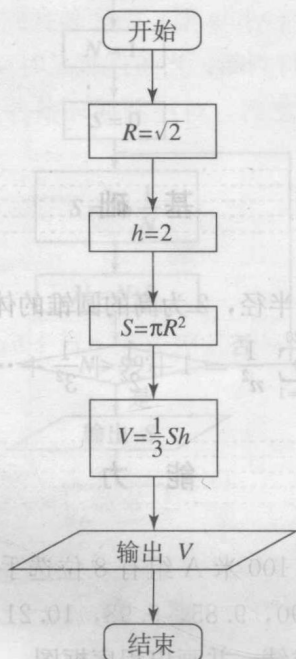
1. 算法步骤：

第一步：令 $R = \sqrt{2}$ ， $h = 2$ 。

第二步：计算底面积 $S = \pi R^2$ 和体积 $V = \frac{1}{3}Sh$ 。

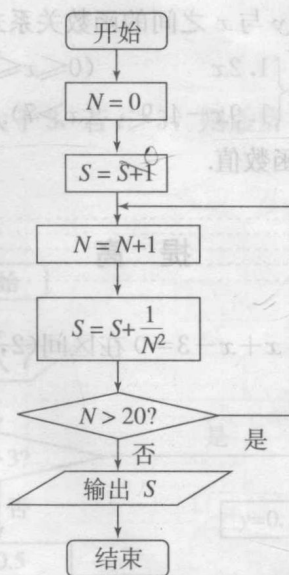
第三步：输出锥体体积 V 。

程序框图：



2. 算法分析：需要一个累加变量和一个计数变量，将累加变量的初值设为 0，计数变量从 0~20 取值。

程序框图：



3. 算法步骤：

第一步：把计数变量 n 的初值设为 1.

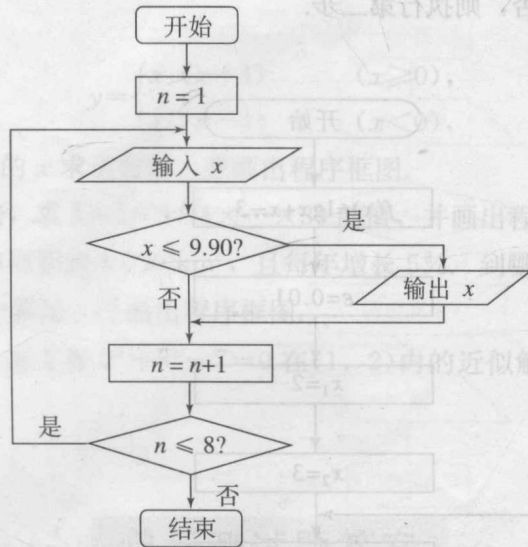
第二步：输入一个成绩 x ，判断 x 与 9.90 的大小：若 $x > 9.90$ ，则执行下一步；若

$x \leq 9.90$, 则输出 x , 并执行下一步.

第三步: 使计数变量 n 的值增加 1.

第四步: 判断计数变量 n 与成绩个数 8 的大小: 若 $n \leq 8$, 则返回第二步; 若 $n > 8$, 则结束.

程序框图:



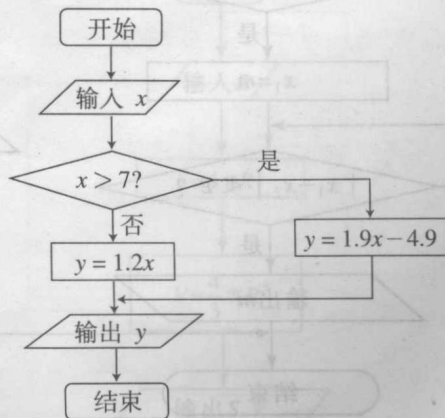
4. 算法步骤:

第一步: 输入每月用水量 x .

第二步: 判断输入的 x 是否超过 7: 若 $x > 7$, 则应交纳水费 $y = 1.9x - 4.9$; 否则, 应交纳水费 $y = 1.2x$.

第三步: 输出应交纳的水费 y .

程序框图:



5. 算法步骤:

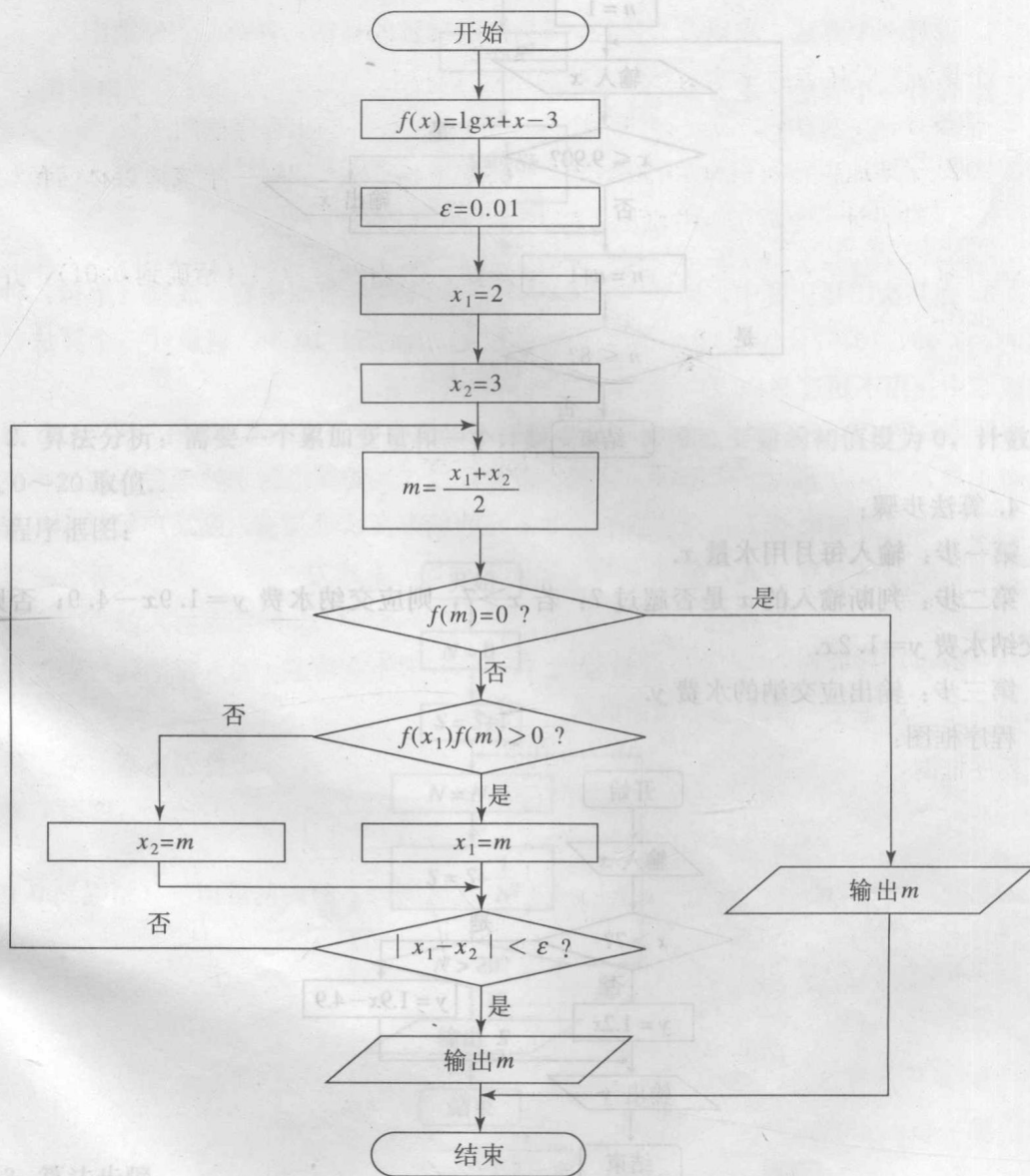
第一步: 令 $f(x) = \lg x + x - 3$. 因为 $f(2) < 0$, $f(3) > 0$, 所以 $x_1 = 2$, $x_2 = 3$.

第二步：令 $m = \frac{x_1 + x_2}{2}$ ，判断 $f(m)$ 是否为 0。若是，则 m 为所求；若否，则继续判断 $f(x_1) \cdot f(m)$ 大于 0 还是小于 0。

第三步：若 $f(x_1) \cdot f(m) > 0$ ，则令 $x_1 = m$ ；否则，令 $x_2 = m$ 。

第四步：判断 $|x_1 - x_2| < 0.01$ 是否成立？若是，则 x_1, x_2 之间的任意取值均为满足条件的近似根；若否，则执行第二步。

程序框图：



3. 算法步骤：

第一步：把计数变量 n 的初值赋为 1。

第二步：判断 $S = 1 + 2 + 3 + \dots + n$ 是否大于 28，若是，则输出 n 的值并结束；若否，则 $n = n + 1$ ，返回第一步。

单元测试题

1. 请设计一个算法，对任意的正实数 R ，求以 R 为半径的球的表面积和体积，并画出程序框图。

2. 已知函数

$$y = \begin{cases} x(x+4) & (x \geq 0), \\ x(x-4) & (x < 0), \end{cases}$$

设计一个算法，对任意的 x 求函数值，并画出程序框图。

3. 请设计一个算法，求 $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 30$ 的值，并画出程序框图。

4. 2000 年某地森林面积为 $1\,000 \text{ km}^2$ ，且每年增长 5% 。到哪一年该地森林面积超过 $2\,000 \text{ km}^2$ 。请设计一个算法，并画出程序框图。

5. 设计一个算法，求方程 $2^x + 3^x - 7 = 0$ 在 $(1, 2)$ 内的近似解（精确到 0.01 ），并画出程序框图。

单元测试题答案

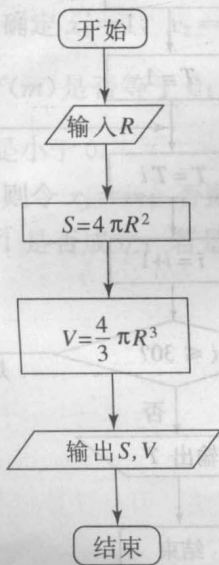
1. 算法步骤：

第一步：输入正实数 R 。

第二步：计算面积 $S = 4\pi R^2$ ，体积 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ 。

第三步：输出 S, V 。

程序框图：



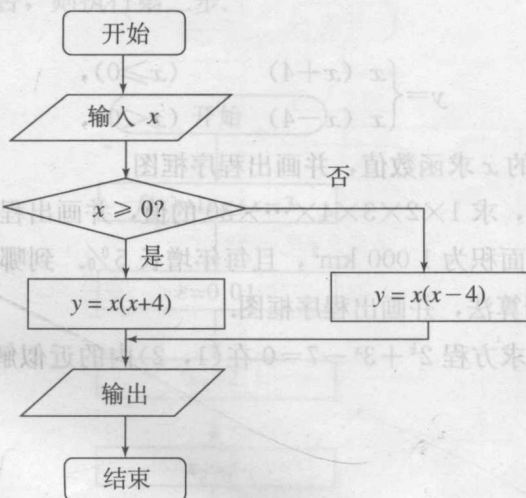
2. 算法步骤:

第一步: 输入 x .

第二步: 判断 x 的符号: 若 $x \geq 0$, 则计算 $y = x(x+4)$; 否则, 计算 $y = x(x-4)$.

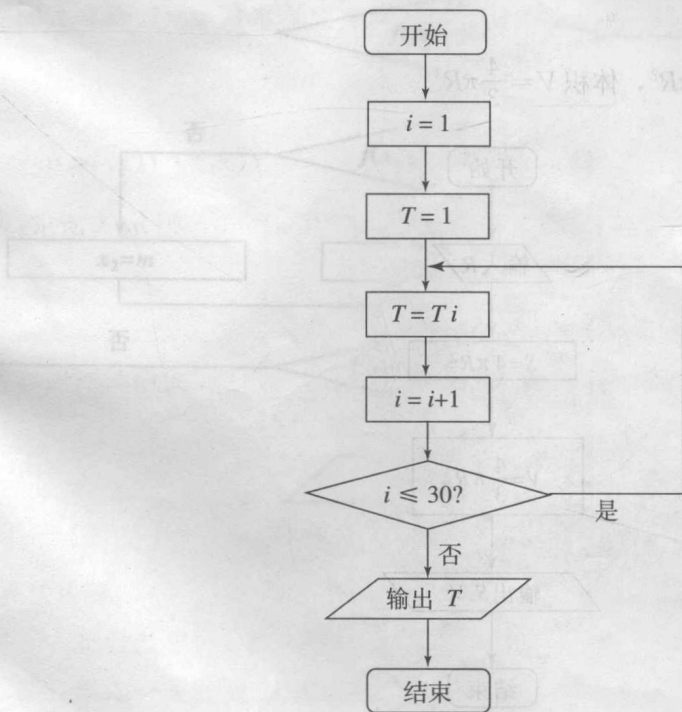
第三步: 输出 y .

程序框图:



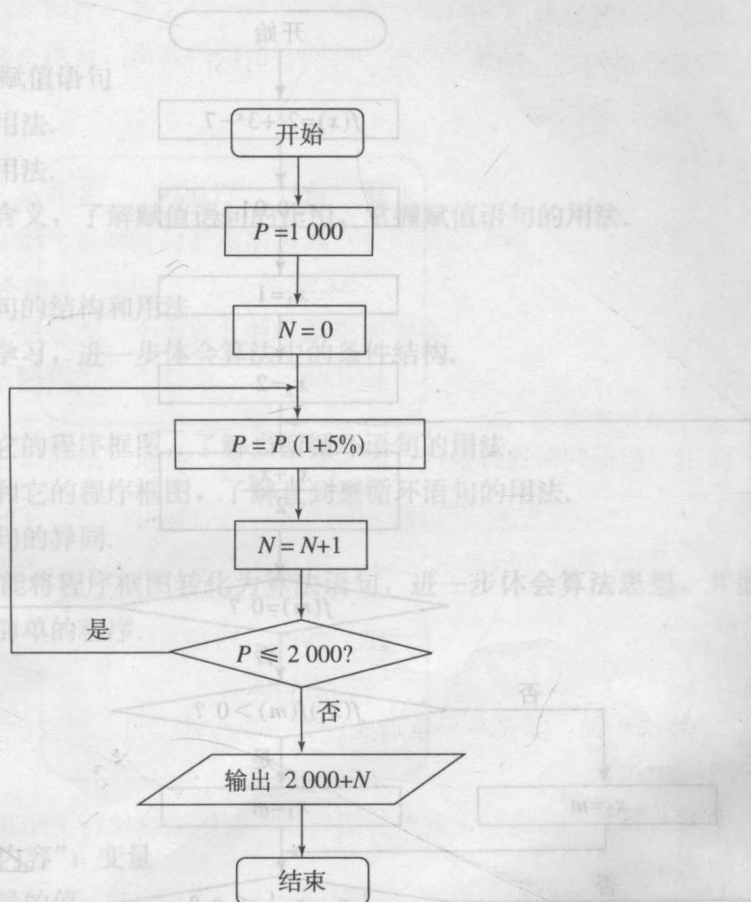
3. 算法步骤: 需要一个累加变量和一个计数变量, 将累加变量的初值设为 1, 计数变量从 2~30 取值.

程序框图:



4. 算法步骤：需要一个累加变量和一个计数变量，将累加变量的初值设为 1 000，计数变量从 0 开始取值。

程序框图：



5. 算法步骤：

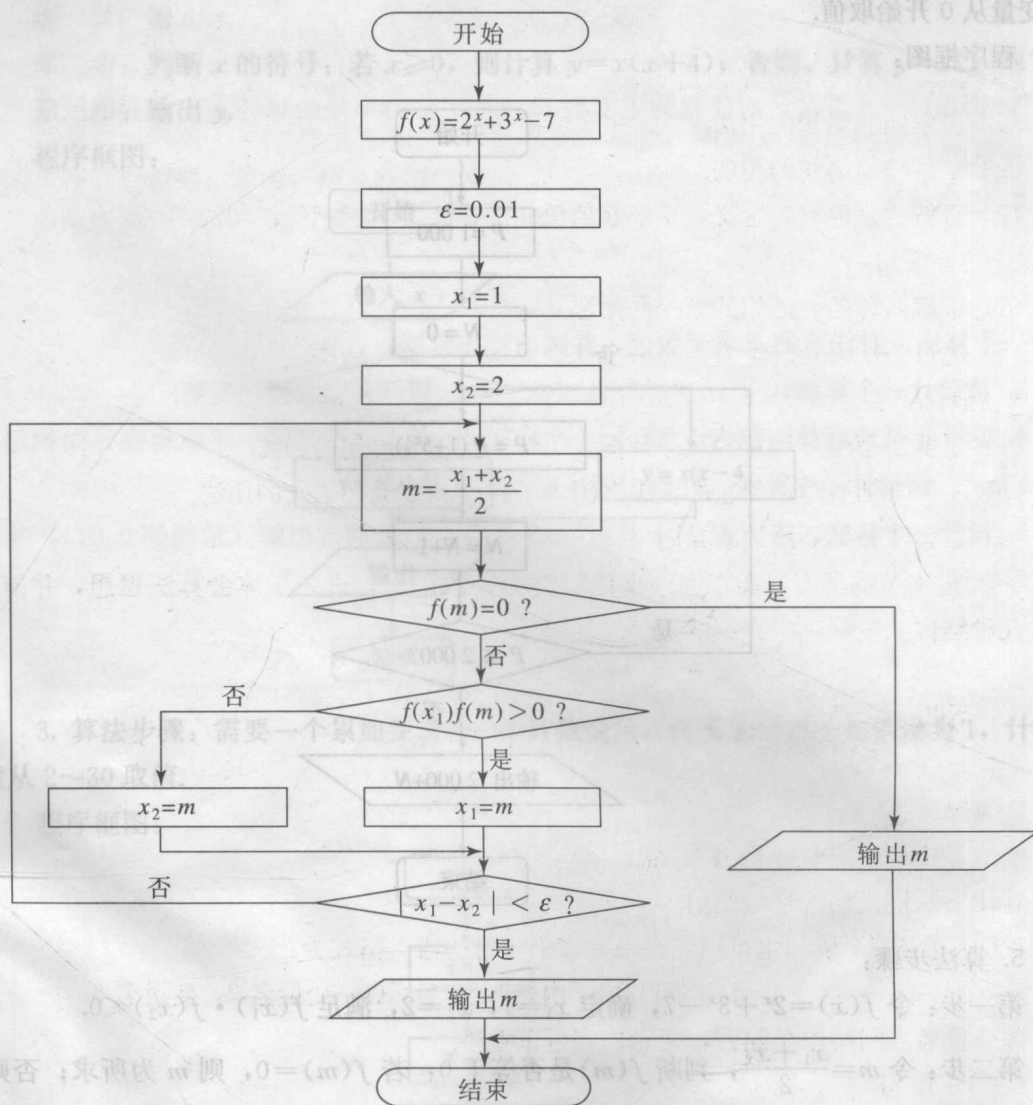
第一步：令 $f(x) = 2^x + 3^x - 7$ ，确定 $x_1 = 1$ ， $x_2 = 2$ ，满足 $f(x_1) \cdot f(x_2) < 0$ 。

第二步：令 $m = \frac{x_1 + x_2}{2}$ ，判断 $f(m)$ 是否等于 0：若 $f(m) = 0$ ，则 m 为所求；否则，则继续判断 $f(x_1) \cdot f(m)$ 大于 0 还是小于 0。

第三步：若 $f(x_1) \cdot f(m) > 0$ ，则令 $x_1 = m$ ；否则，令 $x_2 = m$ 。

第四步：判断 $|x_1 - x_2| < 0.01$ 是否成立：若是， x_1 ， x_2 之间的任意取值均为满足条件的近似根；否则，返回第二步。

程序框图：用图形语言来描述算法，量变若干个一量变或累个一量变，累进或累退。



1.2 基本算法语句

一、问题导入

用自然语言或流程图可以描述算法，但是计算机是如何“接受”命令或语言来工作的呢？

二、学习目标

1. 输入、输出语句和赋值语句

- (1) 了解输入语句的用法.
- (2) 了解输出语句的用法.
- (3) 理解“赋值”的含义, 了解赋值语句的作用, 掌握赋值语句的用法.

2. 条件语句

- (1) 了解两种条件语句的结构和用法.
- (2) 通过条件语句的学习, 进一步体会算法中的条件结构.

3. 循环语句

- (1) 了解当型循环和它的程序框图, 了解当型循环语句的用法.
- (2) 了解直到型循环和它的程序框图, 了解直到型循环语句的用法.
- (3) 了解两种循环语句的异同.

4. 通过本节的学习, 能将程序框图转化为算法语句, 进一步体会算法思想, 并能运用这几种结构来设计一些简单的程序.

三、阅读思考

1. 输入语句

格式 INPUT “提示内容”; 变量

作用 从键盘输入变量的值

说明 INPUT 语句也可以同时输入多个变量的值, 格式为:

INPUT “提示内容”; 变量名 1, 变量名 2, 变量名 3, ……

各变量名之间用逗号隔开, 提示内容可以省略.

2. 输出语句

格式 PRINT “提示内容”; 表达式 (或变量名或常量)

说明 PRINT 语句也可以输出几个变量的值, 格式为:

PRINT “提示内容”; 变量名 1, 变量名 2, 变量名 3, ……

当输出一个表达式时, 输出的是表达式的值.

3. 赋值语句

格式 变量名 = 表达式或常量

作用 把“=”右边的常量或表达式的值赋给“=”左边的变量名

说明 (1) “=”叫赋值号, 赋值号左边只能是变量.

(2) 赋值号左右两边不能交换.

(3) 不能用赋值语句进行代数式 (或符号) 的演算, 如 $y = x^2 - 4 = (x+2)(x-2)$.

(4) 赋值号与数学中的等号意义不同, 如 $A=A+5$ 在数学中不成立, 但在程序设计语言中表示赋值语句.

4. 条件语句

格式 1

```
IF 条件 THEN
    语句体 1
ELSE
    语句体 2
ENDIF
```

作用 根据判断选择执行, 如果条件为真, 就执行语句体 1; 条件为假, 就执行语句体 2.

格式 2

```
IF 条件 THEN
    语句体
ENDIF
```

作用 如果条件成立, 就执行语句体, 否则继续执行 ENDIF 后面的语句.

5. 循环语句

(1) 当型循环: 又叫前测试型循环

格式

```
WHILE 条件
    循环体
WEND
```

作用 如果条件成立, 就执行循环体, 条件不成立就跳出循环.

(2) 直到型循环: 又叫后测试型循环

格式

```
DO
    循环体
LOOP UNTIL 条件
```