现代物理基础丛书 57

弯曲时空量子场论与量子宇宙学

刘辽 黄超光 编著

科学出版社

现代物理基础丛书　57

弯曲时空量子场论与量子宇宙学

刘　辽　黄超光　编著

科 学 出 版 社
北　京

内 容 简 介

本书是弯曲时空量子场论和量子宇宙学的入门书籍，是在刘辽教授多年于北京师范大学讲授“弯曲时空量子场论”和“量子宇宙学”两门课程讲义的基础上整理、改编而成的。其内容叙述深入浅出，介绍了弯曲时空量子场论和量子宇宙学的基本思想、主要研究方法以及重要研究成果。内容包括时空结构与彭罗斯(Penrose)图、时空对称性与基灵(Killing)矢量场、真空和粒子、量子物质场的有效作用量、正规化与重整化、共形反常与重整化能动张量的计算、相互作用场、黑洞物理学中的若干问题以及量子宇宙学等。

本书可作为高等学校、研究院所研究生的弯曲时空量子场论和量子宇宙学课程的教学用书，也可供有关的科学研究人员、教师参考。

图书在版编目(CIP)数据

弯曲时空量子场论与量子宇宙学/刘辽，黄超光编著. —北京：科学出版社，2013.10

(现代物理基础丛书；57)

ISBN 978-7-03-038801-8

Ⅰ. ①弯… Ⅱ. ①刘… ②黄… Ⅲ. ① 弯曲时空-量子场论 ② 量子宇宙学 Ⅳ. ① O413.3 ② P159

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 237456 号

责任编辑：钱 俊 / 责任校对：张怡君
责任印制：赵德静 / 封面设计：陈 敬

科学出版社 出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com

北京源海印刷有限责任公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2013 年 10 月第 一 版 开本：720×1000 1/16
2013 年 10 月第一次印刷 印张：15 1/4
字数：284 000

定价：68.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

中国科学院科学出版基金资助出版

《现代物理基础丛书》编委会

前　　言

弯曲时空量子场论和量子宇宙学曾先后是引力理论研究的两大热点。它们揭示了引力场中各种物质场的量子效应以及部分引力场的量子效应，为人们提供了全新的概念 (如黑洞不是黑的，会向外发出热辐射，又如宇宙创生于无)，也为进一步深入研究引力理论提供了可资借鉴的方法 (如协变地减除物质场能动张量中的无限大从而给出重整化的能动张量，又如利用对称性将一个无限维的问题化为一个有限维的问题等)。

弯曲时空量子场论和量子宇宙学也是刘辽教授在科研中最为关注的两个领域。在这两个领域，他一面科研、一面授课，培养出一大批研究生。本书的前一部分 —— 弯曲时空量子场论，就是来源于刘辽教授于 1986 年春在日本大阪大学研究生班上课时用的英文讲稿，它主要根据 N. D. Birrel 和 P. C. W. Davies 的 *Quantum Fields in Curved Space*[1] 改编而成，且基本上保持了该书的体系，有不少段落直接摘自该书。20 世纪 80 年代后期和 90 年代，刘辽教授在北京师范大学授课过程中把讲稿扩充成讲义，增加了当时出现的一些新内容，特别是增加了以刘辽教授为代表的北京师范大学相对论研究群体的最新研究成果。《弯曲时空量子场论》讲义历经多次增删，但始终以英文版的形式出现。本书的后一部分 —— 量子宇宙学，其原形是刘辽教授为北京师范大学相对论专业研究生班讲授量子宇宙学课程而编写的中文版讲义《量子宇宙学》。

由于两本讲义形成于不同年代，并经过反复增删，所使用的符号也就前后不一，有些甚至直接将原始论文照搬放入讲义作为其中的章节。原讲义中的文献也多有残缺，有些甚至只有部分作者的名字，没有年代，没有出处；有些虽有出处，却是错的。刘辽教授非常希望将这两本讲义整理成书，但因多种原因，一拖再拖。时至今日，刘辽教授年事已高，且体弱多病，已无力将讲义整理成书。2011 年，赵峥教授把《弯曲时空量子场论》的英文讲义译成中文，并约我将刘辽教授这两本讲义合并、整理、核实、补充和修订。我原拟和赵峥教授共同承担整理的责任、共同署名，然而赵峥教授执意不肯。赵峥教授与我作出基本约定 —— 不对书中内容做大幅增删，以原书内容面世。因此，我在整理两本讲义时，遵循如下原则：一是按照我的理解，对全书的逻辑体系、符号系统、公式推导、文字叙述加以整理，在内容上尽可能忠实地反映两本讲义的原貌；二是在对参考文献的补全时，重点补全刘辽教授最初期望引用的文献，并加入少量使本书逻辑体系完备所必需的文献，而不是将整个学术界的相关文献都补充到这本书中。这一原则必然使大量相关文献 (有些

甚至是更重要的文献) 没有列到参考文献之中，对此，我只能请这些被遗漏文献的作者海涵。

原《量子宇宙学》讲义分为两大部分，一部分是量子宇宙学部分，介绍宇宙波函数的概念、计算方法与应用；另一部分是虫洞物理学。鉴于虫洞物理学作为整体已收入刘辽、赵峥、田贵花、张靖仪著的《黑洞与时间的性质》[2] 一书，本书只选择性地采用这部分内容，并将之融入"量子宇宙学"一章中。由此导致《量子宇宙学》讲义中取材于李立新的硕士论文[3] 的关于洛伦兹虫洞和时间机器一节被整体删除。在此，特向李立新教授致歉。在对两本讲义整理的过程中，为使本书能够比较自成体系，不仅对部分章节的位置做了调整，也对书中的公式做了重新推导。

经整理后，本书可以作为弯曲时空量子场论和量子宇宙学的入门书籍，其内容叙述深入浅出，包含大量详细的推导。本书可作为高等学校、研究院所研究生的弯曲时空量子场论和量子宇宙学课程的教学用书，也可供有关的科学研究人员、教师参考。然而，科学发展日新月异，这本书只是反映了一个时间段的发展，并没有包含最新的研究成果。记得温伯格在其《引力论与宇宙论》第一章开篇时写过一段话："物理学并不是一个已经完成的逻辑体系。相反，它每时每刻都存在着一些观念上的巨大混乱，有些观念像民间史诗那样，从往昔英雄时代流传下来；而另一些则是像空想小说那样，从我们对于将来会有伟大的综合理论的向往中产生出来[4]。"读过这本书，再重温这段话，一定会有更深刻的体会与更多的感触。

在《弯曲时空量子场论》讲义当年历经的多次增删过程中，当时研究生班的朱建阳、高卓、周路群、张金珊、王波波、彭方志、李翔、贺晗、高长军等同学，参与了这本讲义的电脑编排、绘图、打印、校订等工作。特别是朱建阳博士，曾主动积极组织全部校订和编辑，付出了很多的精力。在此，我代表刘辽教授对他们的付出表示诚挚的感谢。

在将两本讲义合并整理成书的过程中，我首先要感谢赵峥教授花了大量时间将《弯曲时空量子场论》的英文讲义译成中文，在这一过程中，裴寿镛教授、刘文彪教授协助做了许多工作，翟忠旭、周史薇、刘显明、曾晓雄、丁翰、李赤喆、鹿鹏举、吕璐峰、王应林、姜馨等同学帮助录入，整理成中文讲义。作者在此对上述协助参与本书写作的同仁深表感谢。

最后，在本书的整个编写过程中，得到赵峥教授的鼎力相助。李立新教授为本书提出了宝贵意见。北京师范大学相对论组邀请我参加 2012 年底在北京师范大学召开的学术会议，并在会上对书稿的整理提出了宝贵意见。在此，我要表达我对赵峥、李立新、马永革、朱建阳、高思杰、吕宏、周彬等诸位教授以及凌意、吴小宁等研究员的衷心感谢。

本书从讲义的编写到成书的过程中，作者长期得到国家自然科学基金的资助，特别是在成书过程中得到国家自然科学基金 (10975141，11275207) 的资助，本书的

出版又得到中国科学院科学出版基金 (2012 年 009 号) 的部分资助，并得到科学出版社的大力支持，在此一并致谢。

由于我个人水平有限，加之刘辽教授已无力参与对书中内容的讨论，书中难免会有这样或那样的错误，欢迎读者批评指正。

黄超光

2012 年 12 月

符号约定

书中向量场、张量场等都用黑体，而它们的分量则不用黑体。本书不采用文献 [5]、[6] 使用的抽象指标。书中的黎曼曲率张量、里奇曲率张量采用如下定义，即

$$R^{\mu}{}_{\nu\lambda\sigma} = \Gamma^{\mu}{}_{\nu\lambda,\sigma} - \Gamma^{\mu}{}_{\nu\sigma,\lambda} + \Gamma^{\mu}{}_{\tau\sigma}\Gamma^{\tau}{}_{\nu\lambda} - \Gamma^{\mu}{}_{\tau\lambda}\Gamma^{\tau}{}_{\nu\sigma},$$

$$R_{\mu\nu} = R^{\lambda}{}_{\mu\lambda\nu}。$$

除"量子宇宙学"一章度规采用号差 $(-,+,+,+)$ 外，其余部分度规都采用号差 $(+,-,-,-)$。用文献 [7] 中的述语就是，在书中绝大部分采用 $(-,-,-)$，而在"量子宇宙学"一章中采用 $(+,-,-)$，其中第一个符号表示号差的符号，第二个符号表示黎曼曲率张量定义的符号，第三个符号是爱因斯坦方程中 $T_{\mu\nu}$ 前系数的符号。书中大多时候采用 $c=\hbar=G=1$ 的自然单位制，但在"量子宇宙学"一章中采用 $c=\hbar=16\pi G=1$ 的自然单位制。$t_{\rm p}$、$l_{\rm p}$、$M_{\rm p}$、$T_{\rm p}$ 等是相应自然单位中普朗克时间、普朗克长度、普朗克质量、普朗克温度等。

书中尽可能用不同的符号表示不同的物理量，但因字母有限，而物理量较多，不免有些量采用相同的符号。下面列出一些容易混淆的符号:

f	函数
k	① 动量的大小
	② 虫洞几率幅与 4 体积之比
k	FRW 度规中的空间曲率
K	外曲率的迹
$k_{\rm B}$	玻尔兹曼常量
M	星体的质量
$\mathcal{M}$	流形
m	粒子的质量
$m(\tau)$	探测器在 τ 时刻的单极算子
m	磁量子数
P^{μ}	逆变守恒流
P_0	P^{μ} 相应的守恒量
s	① 弧长
	② 粒子的旋
	③ DS 展开中的参数
T	温度
$\mathcal{T}$	克鲁斯卡时间坐标
ϕ	标量场
φ	① 方位角
	② (流形间的) 映射
	③ 重新标度后的标量场 $(\sqrt{2}\pi\sigma\phi)$
κ	① 爱因斯坦场方程中 $T_{\mu\nu}$ 前系数的大小
	② 镜子运动中的参数
$\kappa_{\rm E}$	欧化的、归一化、外曲率的迹
$\kappa_{\rm G}$	黑洞表面引力
μ	① 化学势
	② 重整化中的能量标度
ξ	标量场与引力场的耦合常数
$\boldsymbol{\xi}$	基灵矢量
ξ^{μ}	基灵矢量的分量

目　　录

第 1 章　导　论

20 世纪 40 年代末，人们已经成功地在平直时空中把各种物质场量子化，于是，就很自然地提出如下课题：

(1) 如何在弯曲时空中把物质场量子化？

(2) 如何把引力场本身量子化？

对于问题 (2)，在许多引力或时空的量子化方案中存在一个深层次的概念性困难：我们几乎不可能对引力场 $g_{\mu\nu}(x)$ 引进量子化条件。

我们把度规张量写作

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \tag{1.1}$$

式中，$\eta_{\mu\nu}$ 是闵可夫斯基 (Minkowski) 度规。在弱场线性近似下，真空爱因斯坦 (Einstein) 方程可以写作

$$\Box h_{\mu\nu} = 0, \tag{1.2}$$

这是一个洛伦兹 (Lorentz) 不变的场方程。其中，二阶张量场 $h_{\mu\nu}$ 是洛伦兹群的一个表示，二次量子化后，$h_{\mu\nu}$ 场表示自旋为 2 的无质量粒子。这就是引力场的微扰量子化。但是，一般说来，如果我们想量子化 $g_{\mu\nu}(x)$，则二次量子化意味着算符 $\hat{g}_{\mu\nu}(x)$ 应该在类空间隔上满足一定的对易关系。然而，在搞清楚作为 C 数的 $g_{\mu\nu}(x)$ 或度规之前，类空间隔无法定义，上述对易关系也就没有意义。但是，这个 C 数度规又要由量子化后的 $\langle g_{\mu\nu}(x)\rangle$ 来定义，上述逻辑上的困难使得我们缺乏关于 $\hat{g}_{\mu\nu}(x)$ 及其量子条件的切实可行的定义。

虽然建立自洽的量子引力理论遇到巨大的困难，但是这并不妨碍人们在弯曲时空中建立量子场论。在弯曲时空量子场论中，时空背景仍是经典的。而物质场则是量子化的。经典时空与量子化的物质场由半经典的爱因斯坦方程

$$G_{\mu\nu} = -\kappa\langle T_{\mu\nu}\rangle \tag{1.3}$$

联系起来，其中 $|\ \rangle$ 表示某种量子物质的态矢量。我们首先要澄清上述方程的适用范围。从式 (1.3) 可知，物质场的量子涨落将导致引力场的量子涨落。在什么情况下可以忽略后者，保持时空的经典性质呢？如图 1.1 所示，令 B 为引力场中某点的平均黎曼曲率，$\dfrac{1}{\sqrt{B}}$ 是这点的平均曲率半径，在该点的半

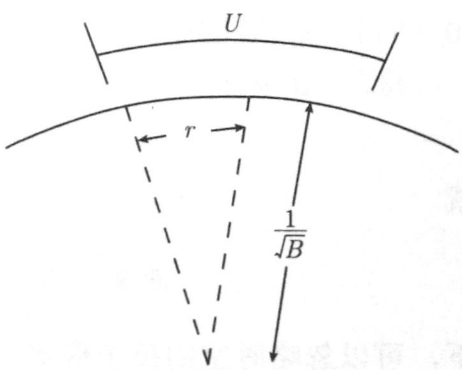

图 1.1　平均黎曼曲率

径为 r 的邻域 U 中引进一个近似的局部惯性系，可以在此近似的局部惯性系中定义物质场的正能解，即

$$f_\omega \sim \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}, \tag{1.4}$$

式中，t 是局部惯性系的时间坐标。

假定引力场足够强，或者说 B 足够大，$B^{-\frac{1}{2}}$ 足够小，则我们应该考虑不确定关系

$$\omega B^{-\frac{1}{2}} \sim 1。 \tag{1.5}$$

这里，我们已采用普朗克 (Planck) 单位制，即

$$G = \hbar = c = 1,$$

$$\begin{aligned}
&\text{普朗克长度:} \quad && l_{\mathrm{p}} = (G\hbar c^{-3})^{\frac{1}{2}} = 1(= 1.616 \times 10^{-33}\mathrm{cm}), \\
&\text{普朗克时间:} \quad && t_{\mathrm{p}} = (G\hbar c^{-5})^{\frac{1}{2}} = 1(= 5.39 \times 10^{-44}\mathrm{s}), \\
&\text{普朗克质量:} \quad && M_{\mathrm{p}} = (G^{-1}\hbar c)^{\frac{1}{2}} = 1(= 10^{-5}\mathrm{g}),
\end{aligned} \tag{1.6}$$

并假定 ω 自身与它的不确定量 $\Delta\omega$ 同量级 (当 $B^{-\frac{1}{2}}$ 很小或者 $\Delta\omega$ 很大时，这是可能的)。式 (1.5) 相应于 $B^{-\frac{1}{2}}$ 的能量不确定值为 $\Delta\omega \sim \omega \sim B^{\frac{1}{2}}$。

在 $\omega \sim \omega + \mathrm{d}\omega$ 的间隔内，态密度 $\propto \omega^2\mathrm{d}\omega$，局部物质能量密度的不确定度为

$$\int_0^{B^{\frac{1}{2}}(\Delta\omega)} \omega \cdot \omega^2 \mathrm{d}\omega \sim B^2。 \tag{1.7}$$

从爱因斯坦方程可知，此物质能量密度的不确定度将导致时空曲率之同量级的不确定度 B^2，如果 $B < 1$，则 $B^2 \ll 1$，这时时空的量子涨落可以忽略。

条件 $B < 1$ 意味着曲率半径大于普朗克长度，即 $B^{-\frac{1}{2}} > (G\hbar c^{-3})^{\frac{1}{2}} = 1.616 \times 10^{-33}\mathrm{cm} \equiv l_{\mathrm{p}}$ (普朗克长度)。

总之，在条件

$$\text{曲率半径} > l_{\mathrm{p}} = (G\hbar c^{-3})^{\frac{1}{2}} \tag{1.8}$$

或

$$\text{曲率} < K_{\mathrm{p}} = G^{-1}\hbar^{-1}c^3 = 10^{66}\mathrm{cm}^{-2} \tag{1.9}$$

下，可以忽略时空的量子涨落，保持时空的经典意义，保证弯曲时空量子场论成立。

例 1　大爆炸宇宙

弯曲时空量子场论仅在普朗克时间之后才成立，或者说，我们不可能给出演化宇宙在普朗克时间之前的时空描述。

例 2　施瓦西 (Schwarzschild) 黑洞

在黑洞内部有一个半径为 l_{p} 的普朗克球，经典时空的概念只能用于此球的外部，所以位于普朗克球之内的、从经典广义相对论推演出的奇点可能没有意义。另外，考虑黑洞温度

$$T=\frac{\hbar c^3}{8\pi k_{\mathrm{B}}G}\frac{1}{M}=(G^{-1}\hbar c)^{\frac{1}{2}}(G^{-1}\hbar c^5 k_{\mathrm{B}}^{-2})^{\frac{1}{2}}\frac{1}{M}=M_{\mathrm{p}}T_{\mathrm{p}}\frac{1}{M}=\frac{M_{\mathrm{p}}}{M}T_{\mathrm{p}}, \tag{1.10}$$

假如普朗克温度是温度的上限，M_{p} 则应是黑洞质量的下限。这就是说，不可能用任何方法把一个黑洞的质量约化到普朗克质量以下。

斯莫林 (Smolin) 等在 1987 年指出[8]，蒸发的施瓦西黑洞的质量一旦趋于普朗克质量，它就会转化为超弦态。

2004 年，刘辽和裴寿镛[9] 通过量子化施瓦西黑洞也指出，蒸发的施瓦西黑洞有一个普朗克尺度的残留的基态 (见第 9.7 节)。

第 2 章　时空结构与彭罗斯图

2.1　时 空 结 构

我们感兴趣的时空结构被限制为:

(1) 它是一个 4 维、实连通的、C^∞ 的豪斯多夫 (Hausdorff) 流形，在其上可以定义一个 C^r 的、非退化的、洛伦兹型的对称度规张量 g，而且时空具有足够好的因果性。

(2) 此时空应该是爱因斯坦引力场方程的解，或者说仅考虑广义相对论描述的时空。

几点注释:

(1) 4 维。经验表明，我们生活的时空是 4 维 (空间 3 维，时间 1 维) 的，否则静电学的平方反比定律 (库仑 (Coulomb) 定律) 将不成立。研究表明，对于 n 维空间中的 $(n-1)$ 维超曲面，从球对称和高斯 (Gauss) 定律可知 $E \sim q/r^{n-1}$。当然，按照超弦理论，时空是 10 维的，但是额外的 6 维应该被紧致到比普朗克尺度更小的范围，或因其他机制而不被我们所察觉。

(2) 实连通。由于我们测量的结果是实的，所以只能通过测量装置认识时空的因果连通部分。

(3) C^∞。我们假定时空流形是足够光滑的，为方便起见，假定它是 ∞ 可微的。

(4) 豪斯多夫空间。如果一个拓扑空间 $\mathcal{M}$ 中，任何两点 $p, q \in \mathcal{M} (p \neq q)$，一定存在 p、q 各自的邻域 U_p 和 U_q，有

$$U_p \cap U_q = \emptyset, \tag{2.1.1}$$

即 $\mathcal{M}$ 中任何两点都可以被区分，这样的流形称为豪斯多夫空间。图 2.1 给出一个非豪斯多夫空间的例子：两条线的 $x = y < 0$ 部分被认同，则 $a(x=0)$ 和 $a'(y=0)$ 两点不能被区分。

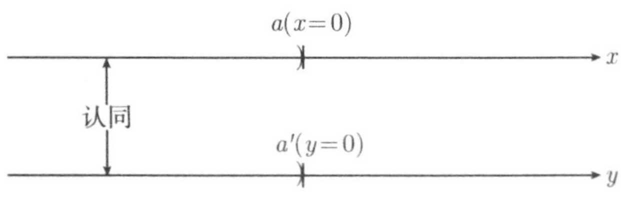

图 2.1　非豪斯多夫空间