

高等学校学科创新引智计划(B07009)

工程结构 不确定优化设计技术

邱志平 王晓军 许孟辉 编著



科学出版社

工程结构不确定 优化设计技术

邱志平 王晓军 许孟辉 编著

科学出版社
北京

内 容 简 介

本书以工程结构(或结构系统)优化设计为背景,针对材料属性、结构参数、载荷环境及工程经验等方面存在的随机性、模糊性、非概率凸集不确定性以及混合不确定性,基于可靠性设计与鲁棒性设计思想,定量计及结构功能或性能的不确定性效应,系统地阐述现有不确定优化设计模型/算法的基本原理及相关应用。本书是作者多年研究的成果,力求深入浅出,重点阐述不确定环境下工程结构优化设计的基本理念与思路,以期达到“授之以渔”的目的。本书不仅可以帮助读者了解与掌握工程结构不确定优化设计理论基础与应用技巧,而且可以启发读者在各自领域按照不确定优化的基本理念创新性地提出更具价值的研究方法。

本书适合高等院校航空航天、结构力学、固体力学及机械工程等相关专业高年级本科生以及研究生阅读,在工程实践中也具有参考价值。

图书在版编目(CIP)数据

工程结构不确定优化设计技术/邱志平,王晓军,许孟辉编著. —北京:科学出版社, 2013

ISBN 978-7-03-039025-7

I. ①工… II. ①邱… ②王… ③许… III. ①工程结构-结构设计-最优设计
IV. ①TU318

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 257766 号

责任编辑:余 丁 高慧元 / 责任校对:朱光兰

责任印制:张 倩 / 封面设计:陈 敬

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

文林印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2013 年 11 月第一 版 开本:B5(720×1000)

2013 年 11 月第一次印刷 印张:33 1/2

字数: 651 000

定价: 148.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

感谢以下相关科研项目的资助：

高等学校学科创新引智计划(B07009)

国防基础科研计划(A2120110001)

国防基础科研计划(B2120110011)

前　　言

结构分析和设计技术发展至今,一方面要求提高计算精度和计算效率,对此设计人员可以通过改善工程结构的建模技术和构造高效率算法来解决;另一方面,科学技术的发展已由过去的“确定论”(即已知系统的初始条件,通过物理定律,便可确定系统以后的运动状况)发展到今天的“选择论”或“不确定论”(系统的初始条件未必已知或精确已知,通过物理定律,可确定系统的多种或不确定的运动形式)。确定性的描述仅反映了事物共性或普遍性的一面,而不确定性的描述则是要刻画事物个性或特殊性的一面,人们认识事物不但要认识它的共性,更重要的是要认识事物的个性或特殊性,以便全面地认识和改造事物。优化本质上表现为决策过程,广泛应用于工业、农业、工程、交通等诸多领域。优化技术对于结构或结构系统性能提高、资源合理配置、能量低耗散及经济效益增长均具有明显的作用。传统工程问题的分析和优化一般基于确定性的系统参数和优化模型,并借助经典的确定优化方法进行模型的求解。然而,在许多实际的工程问题中,不可避免地存在着材料特性、结构几何参数、边界条件、初始条件、测量误差等不确定性。虽然这些不确定性数值一般较小,但系统非线性及多系统耦合效应则会造成结构或结构系统性能产生较大的波动而无法发挥其规定作用,甚至会造成极其严重的后果。不确定环境下工程结构的优化设计逐渐得到了学者和工程师的重视和青睐。面对这种需求,发展相对完整的面向工程结构的不确定优化设计技术成为必然。

本书尽可能为读者提供不确定优化设计技术相对清晰的框架,逐步向读者展示这个研究领域涉及的主要内容,安排如下。

第1章呈现了工程结构不确定性分析与优化的基本框架,包括不确定性产生的根源及相应的分类方法、不确定优化基本理论。通过典型的含有不确定性的工程结构等领域的问题实例,使读者对不确定性形成直观的印象。这一章扼要地讨论了后面各章将深入展开的不确定优化问题。

第2章介绍了工程结构设计的基本方法:可靠性设计和稳健性设计,对两种从不同角度处理不确定性的设计方法的基本概念与原理进行较为详细的阐述。针对大型结构或结构系统可靠性或稳健性分析的复杂性,本章详细列举了现有代理模型方法。同时,针对优化模型求解困难的问题,以智能优化算法为重要内容对部分优化算法的基本原理及流程进行了说明。

第3章从确定性数学规划开始,详细地介绍了包括线性与非线性的单目标数

学规划及多目标数学规划的基本理论。在此基础上,对结构优化设计理论发展之初即提出并沿用至今的最优准则法进行了简要的概述,这是结构优化理论发展过程中一个具有重要意义的发展阶段和发展成果。

第4~6章分别从可靠性设计和稳健性设计理念出发,以单一不确定性为对象,根据作者多年从事不确定性分析与设计的经验,总结作者及国内外学者在不确定性分析与设计领域的研究成果,分别对随机型、模糊型和未知然而有界型不确定优化设计的原理、模型及求解方法进行了系统性地讨论。同时,以数值算例或典型工程结构为对象,实现了理论方法的工程应用。本书重点在第5~8章,读者可侧重于对这几章内容的理解。

工程结构不确定性广泛存在,并且不确定性往往以混合形式存在。例如,在机翼结构初始设计阶段,由于试验数据有限,结构几何参数、新型材料参数等往往定量化为区间数或模糊数形式。随着设计过程的进行,部分初始定量化为区间数的参数由于试验数据的增加而获得其概率密度函数,区间数转化为随机数,而其余参数仍为区间数或模糊数,即同时存在随机型、模糊型及区间型三种不同形式的不确定性。第7章在第4~6章的理论基础上,以混合形式不确定性为对象,从结构或结构系统可靠性或稳健性设计出发,系统地讨论了混合不确定环境下结构或结构系统的分析与设计,并实现了理论方法的工程应用。

大型结构系统的分析与设计往往涉及结构、气动、控制等多个不同学科,第8章在确定性多学科优化设计理论和不确定优化理论基础上介绍了不确定多学科优化设计技术的基本框架,总结了现阶段已获得的理论研究成果。对于详细的确定性多学科优化设计技术,读者可参阅相关书籍,本书重点对不确定环境下多学科优化设计技术进行讨论,并实现部分方法的工程应用。

与国内外同类书籍相比,本书的特点包括以下几个方面。

(1) 本书设计对象为工程结构或结构系统,依据不确定性产生的不同根源,从所谓“零阶安全性”的可靠性设计和“一阶安全性”的稳健性设计理念出发,实现工程结构或结构系统分析与优化设计。

(2) 本书涵盖相对完整系统的不确定性理论,包括随机型、模糊型和未知然而有界型三种不确定性,并针对工程结构或结构系统中各种不确定性共存的情况讨论了混合不确定环境下工程结构或结构系统的优化设计。

(3) 本书较为全面地阐述了不确定环境下多学科优化设计的基本原理。不确定性设计技术和多学科优化设计技术分别从对象属性和方法属性的角度为结构或结构系统的设计提供了有益的思路。不确定多学科优化设计技术结合这两种技术的优势,充分体现了设计技术的“杂交优势”,该理论的发展为结构或结构系统的设计提供了可行的研究方向。

(4) 与同类书籍相比,本书实现了理论方法在典型工程结构或结构系统中的

应用,以直观的形象向读者展示了不确定优化设计方法的基本流程。

本书的完成首先要感谢高等学校学科创新引智计划(B07009)、国防基础科研计划(A2120110001、B2120110011)等项目,如果没有这些项目的资助与帮助,作者无法开展系统性不确定优化设计等理论与应用的研究工作。促成本书完成的一个最直接的原因是作者希望建立不确定优化设计技术完整的工程应用框架,为结构分析与设计领域的科研人员、高等学校师生等提供不确定优化设计技术的参考,努力推进理论方法科研价值的经济效益转化。当然,作者十分珍惜与 Elishakoff 教授和 Friswell 教授的密切合作,也特别感谢他们在本书编写过程中提供的宝贵意见与建议。同时,感谢课题组所有研究人员,尤其是尼早、王军、吴迪、祁武超、黄仁、胡永明、王冲、吕峥和仇嵩辰等博士生,扈勇强、李世博、李亚利、于洋、王鹏博、张旭东和杨盛林等硕士生,他们为本书的编写与修改提供了很多帮助。另外,十分感谢在结构不确定优化设计领域奋斗的学者们,本书的部分内容参考了他们具体而艰辛的研究工作。也非常感谢持对立意见的学者,他们善意的批评和建设性的意见使得作者时时反省自己的研究工作,促进了作者研究水平的不断提高。

由于作者水平有限,书中难免存在不妥之处,恳请读者批评指正。

· 作　者

2013 年 3 月

目 录

前言

第1章 绪论	1
1.1 引言	1
1.2 不确定性源及差异	2
1.3 含不确定性的某些实际问题	6
1.3.1 含随机不确定性的实际问题	6
1.3.2 含模糊不确定性的实际问题	9
1.3.3 含未可知而有界性实际问题	11
1.4 不确定优化	12
1.4.1 基于随机模型的优化方法	12
1.4.2 基于模糊模型的优化方法	14
1.4.3 基于非概率凸模型的优化方法	15
1.5 本章结论	16
参考文献	16
第2章 工程设计方法	19
2.1 可靠性设计	19
2.1.1 可靠性设计的重要性	20
2.1.2 可靠性设计原理	21
2.1.3 可靠性关系	23
2.2 稳健性设计	24
2.2.1 产品质量特性	25
2.2.2 稳健设计基本原理	28
2.2.3 稳健设计分类	31
2.2.4 稳健设计模型	33
2.2.5 稳健设计理论框架	37
2.3 代理模型	38
2.3.1 Kriging 函数模型	39
2.3.2 径向基函数模型	41
2.3.3 多项式响应面模型	42
2.3.4 神经网络近似模型	43

2.3.5 试验设计	45
2.4 优化算法	50
2.4.1 非光滑优化算法	50
2.4.2 遗传算法	53
2.4.3 NSGA-II 算法	55
2.4.4 蚁群优化算法	58
2.4.5 模拟退火算法	61
2.4.6 粒子群优化算法	64
2.5 本章结论	68
参考文献	68
第3章 数学规划与结构优化	72
3.1 线性规划	72
3.1.1 数学模型与性质	72
3.1.2 单纯形求解算法	74
3.2 非线性规划	77
3.2.1 数学模型与性质	77
3.2.2 无约束规划求解	78
3.2.3 二次规划模型与算法	86
3.3 多目标规划	88
3.3.1 数学模型	88
3.3.2 求解算法	90
3.4 其他数学规划	97
3.4.1 整数规划	97
3.4.2 目标规划	99
3.4.3 动态规划	101
3.4.4 多层规划	102
3.5 结构优化设计的最优准则法	103
3.5.1 满应力法	105
3.5.2 齿行法	106
3.5.3 满位移法	107
3.5.4 满应变能法	110
3.6 本章结论	111
参考文献	112
第4章 随机优化设计方法	115
4.1 数学基础	115

4.1.1 随机变量及其分布	115
4.1.2 随机变量的数字特征	118
4.1.3 随机过程	121
4.1.4 随机场	126
4.2 随机结构可靠度计算方法	132
4.2.1 一次二阶矩法	132
4.2.2 点估计法	138
4.2.3 Monte Carlo 模拟法	142
4.2.4 重要抽样法	143
4.3 随机结构可靠性优化模型	145
4.3.1 目标函数含随机变量的优化问题	145
4.3.2 约束函数含随机变量的优化问题	145
4.3.3 分布问题	145
4.3.4 机会约束优化	147
4.3.5 二阶段带补偿问题	147
4.4 随机结构鲁棒性优化模型	148
4.4.1 鲁棒性优化模型	148
4.4.2 随机参数独立有界	150
4.4.3 随机参数单边有界	151
4.5 随机结构静力可靠度分析	151
4.5.1 嵌入式算法	151
4.5.2 分离式算法	155
4.6 随机结构动力可靠度分析	155
4.6.1 动力可靠度分析基础	155
4.6.2 基于跨越分析的方法	156
4.6.3 拟静力分析方法	159
4.7 随机结构系统可靠性优化设计	163
4.7.1 随机结构系统可靠性优化模型	163
4.7.2 随机结构系统可靠性优化求解途径	165
4.8 工程应用	171
4.8.1 结构可靠度计算	171
4.8.2 结构鲁棒性优化	173
4.8.3 随机结构系统可靠性优化	174
4.9 本章结论	177
参考文献	177

第 5 章 模糊优化设计方法	182
5.1 模糊数学理论	182
5.1.1 模糊集合	182
5.1.2 可能性理论	185
5.1.3 模糊变量	187
5.1.4 隶属度函数	188
5.1.5 模糊概率	191
5.1.6 模糊数及模糊数排序	193
5.2 模糊规划模型	200
5.2.1 模糊线性规划	200
5.2.2 模糊非线性规划	204
5.3 模糊优化设计模型	208
5.3.1 模糊期望值模型	208
5.3.2 模糊机会约束模型	208
5.3.3 模糊相关机会规划	211
5.4 模糊稳健优化设计模型	213
5.4.1 模糊稳健优化设计的模糊事件概率法	213
5.4.2 模糊稳健优化设计的物理规划法	216
5.4.3 模糊稳健优化设计的最优水平截集法	217
5.4.4 模糊稳健优化设计的公差设计法	222
5.5 模糊可靠性优化设计模型	224
5.5.1 模糊事件概率型可靠性分析	224
5.5.2 区间能度型可靠性分析	226
5.5.3 模糊能双型可靠性分析	230
5.5.4 等效概率型可靠性分析	232
5.5.5 结构模糊可靠性优化设计	233
5.6 结构系统模糊可靠性分析	234
5.6.1 模糊概率可靠性分析法	235
5.6.2 区间能度可靠性分析法	239
5.7 工程应用	241
5.7.1 模糊综合评判	241
5.7.2 模糊优化设计	243
5.8 本章结论	247
参考文献	248

第 6 章 非概率优化设计方法	252
6.1 理论基础	252
6.1.1 不确定性的凸集模型	252
6.1.2 区间数的运算	257
6.1.3 函数的区间扩张	259
6.1.4 区间数排序方法	260
6.2 非概率优化方法概述	265
6.2.1 凸模型优化方法基本框架	266
6.2.2 区间数优化方法基本框架	267
6.3 凸模型优化设计	268
6.3.1 非概率稳健可靠性准则	268
6.3.2 凸模型稳健可靠性指标模型	273
6.3.3 凸模型稳健可靠性设计方法	277
6.4 区间数优化设计	280
6.4.1 区间可靠度模型	280
6.4.2 区间稳健优化模型	291
6.4.3 区间可靠性稳健优化模型	301
6.5 区间优化算法	303
6.5.1 区间结构分析优化算法	303
6.5.2 基于 IP-GA 两层嵌套优化算法	306
6.5.3 基于代理模型的区间优化算法	308
6.5.4 区间多目标优化算法	317
6.6 结构系统区间可靠性分析	323
6.7 工程应用	325
6.7.1 区间可靠度分析与计算	325
6.7.2 结构区间优化设计	327
6.7.3 结构凸模型优化设计	337
6.8 本章结论	340
参考文献	341
第 7 章 工程不确定优化设计方法	345
7.1 概率非概率混合设计方法	345
7.1.1 辅助功能函数分析法	345
7.1.2 随机/区间逐步分析法	348
7.1.3 双环法和连续单环法	349
7.1.4 随机区间混合稳健性设计	353

7.1.5 概率模型含区间参数的可靠性分析	360
7.1.6 结构振动可靠性分析	367
7.2 模糊随机混合设计方法	369
7.2.1 可能性理论与功能度量法	370
7.2.2 模糊随机可靠性分析的转化法	373
7.2.3 概率模型含模糊参数的可靠性分析	376
7.2.4 模糊随机可靠性分析的验算点法	382
7.3 模糊非概率混合设计方法	387
7.3.1 能度可靠性优化设计	387
7.3.2 模糊模型中含区间参数可靠性分析	393
7.4 概率模糊非概率混合设计方法	397
7.4.1 辅助功能函数法	397
7.4.2 随机模糊平均法	400
7.5 工程应用	403
7.5.1 概率非概率分析与设计方法	403
7.5.2 概率模糊分析与设计方法	412
7.5.3 模糊非概率分析与设计方法	419
7.5.4 概率模糊非概率混合可靠性分析与设计	424
7.6 本章结论	426
参考文献	426
第8章 不确定多学科优化设计方法	429
8.1 引言	429
8.2 经典多学科优化设计原理概述	431
8.2.1 学科描述及求解流程	432
8.2.2 耦合因素表现形式分析	433
8.2.3 学科之间相关程度分析	435
8.2.4 相关变量影响性质	436
8.2.5 MDO 的研究内容	439
8.3 单一不确定性多学科优化设计方法	448
8.3.1 多学科概率优化设计方法	448
8.3.2 多学科模糊优化设计方法	459
8.3.3 多学科非概率优化设计方法	465
8.4 混合不确定性多学科优化设计方法	489
8.4.1 序列优化与可靠性评估法	490
8.4.2 安全系数法	493

8.5 工程应用	495
8.5.1 无人机机翼可靠性优化设计	495
8.5.2 跨音速飞机机翼非概率多学科稳健协同优化设计	500
8.5.3 大运机翼非概率可靠性多学科优化设计	504
8.5.4 心脏偶极多学科设计	507
8.5.5 压力容器多学科优化设计	512
8.6 本章结论	513
参考文献	514

第1章 絮 论

科学技术的进步和时代的发展,对各种功能和性能的工程结构系统提出了越来越高的技术要求,而科学技术的精密化和深刻化又使得在工程结构系统分析和设计中需要考虑的因素越来越多,传统分析和设计理论方法已难以适用于这样复杂的工程结构系统的分析和设计问题。要把工程结构系统的分析和设计做得尽量符合要求、符合实际,就要有新的、符合现代化的分析和设计理论方法。

1.1 引 言

近年来,结构静/动力学、材料科学、空气动力学和控制学等学科随着计算机科学的进步得到极大的发展。工程结构与结构系统的设计精度要求逐步提高,这就需要准确地计算或估计出结构系统的实际特性和性能响应的值,以便保证工程结构系统的分析和设计能满足某些指标的要求,如结构系统的固有频率、应力、应变以及位移等不得超过或小于某些规定的许用数值。但是,由于所研究的工程结构系统的复杂性以及我们认识客观世界的水平和手段的限制,用来表示实际工程结构系统的理想化数学模型以及分析和设计的理论方法都不同程度存在着误差和不确定性,这些误差和不确定性都妨碍分析和设计目标的实现。

我们有必要从工程结构系统分析与设计的一开始就认识到实际工程结构系统总是不同程度地存在着各种各样的误差和不确定性^[1-3],而且从辩证法观点来看,确定性是相对的,不确定性是绝对的,如物理的误差和不确定性、统计的误差和不确定性以及数学模型的误差和不确定性。这些误差和不确定性都影响了工程结构系统分析和设计达到预期的目标和效果。实际上,在对复杂工程结构系统进行分析和设计时,必须对这个复杂的工程结构系统建立可供分析和设计的数学模型,这就要对复杂工程结构系统进行简化或理想化,而简化或理想化后的数学模型与实际工程结构系统相比,往往存在误差和不确定性。例如,实际工程结构系统中的某些参数是不能视为不变的或具有无穷小的误差的,实际结构系统工作环境的变化、数学模型的不精确、降阶近似、非线性问题的线性化等均可化为一种参数的误差或不确定性而论。有时工程结构系统会在几个不同工作状况下运行,设计者也把由于不同工况或所对应的参数的差别视为一种误差或不确定性,当然,这种参数的变化只能视为有界不确定性而不是无穷小量级的误差或不确定性。

理想的情况是,工程结构系统的数学模型应当包括所有的实验或测量数据,

即能产生实验或测量观察的输入输出的各种各样的数据(当然,如果它不仅能包含有限次数的实验所观察的数据,而且能产生实际工程结构系统所能产生的一切数据则更好,显然,这是很难做到的)。如果在工程结构系统建模过程中忽略了某些误差或不确定性,而这些误差或不确定性不包含在合理的预期数据中,则不能相信基于这种模型的分析和设计是可以用于实际工程结构系统的。

当前,在广泛的科学和工程研究领域里,很多学者和工程技术人员认识到需要引进不确定性概念,并对其进行研究和分析,部分反映出过去十几年里科学和工程研究中的深刻变化。从不确定性属性来看,大致可以分为两个大类:其一,由于因果律的破坏而造成的随机不确定性;其二,由于排中律的破坏而引起的认知不确定性。从不确定性分析方式上来看,随机不确定性依据概率论和数理统计采用概率密度函数或分布函数对所蕴含的不确定性实现定量化与传播分析,而认知不确定性则以模糊数学理论、可能性理论、非概率凸模型理论等定量化模糊不确定性(隶属度函数)及非概率凸集(超椭球或区间等)等形式的不确定性。例如,在某种产品的设计中,它的主要性能指标 z 是一个随机变量,若对一批产品能满足 $P\{z_{\min} \leq z \leq z_{\max}\} \geq \alpha_0$,则认为产品的质量是合格的。此时,虽然概率 $P\{\cdot\}$ 值是可以计算且是确定的,但性能边界值 $[z_{\min}, z_{\max}]$ 的确定又是十分模糊的,特别是 α_0 如何取值才合理更有模糊性,因而又派生出了更为复杂的所谓模糊概率论问题。当然,这是随机性和模糊性这两种不确定性相互渗透的结果。

正是由于理论和工程的需要,不确定性分析及处理方式逐步从最初的一体化估计(如安全系数法)发展到基于不同性质和形式的不确定性精细定量化分析与传播分析阶段。本书主要阐述含有不确定因素的工程结构优化设计原理和方法,主要从三种不同形式不确定性即随机不确定性、模糊不确定性及未知然而有界不确定性^[4]出发,较为系统地对相关数学理论、优化模型及工程应用进行了阐述。书中所列数学理论和数学定理或结论用于帮助读者形成初步的理论框架,相关系统性数学理论及数学证明读者可以参考本书所列的主要参考文献。

1.2 不确定性源及差异

如前所述,不确定性大致可以分为随机不确定性和认知不确定性两大类。随机不确定性是客观的、不可减少的不确定性,且拥有充分的信息和数据对其进行描述,可采用概率方法对其进行建模。实际工程中,飞行器零件的几何尺寸、材料属性等所含有的不确定性属于随机不确定性。认知不确定性是主观的、可以减少的不确定性,是由知识不足、缺乏数据、信息不完全引起的。实际工程中,如在设计初期,一些设计变量(如飞行器载荷、工作环境等)具有一定的不确定性,这种不确定性是由于设计者的知识不足所引起的,但随着对其认识的深入,这种不确定

性是可以减少的。从不确定性这个意义上讲,我们现阶段常说的模糊性与未知然而有界不确定性可以认为均属于认知不确定性的范畴。

工程结构设计是一个探索性的创造过程,即按照一定的设计目标,进行分析、综合、决策、评价与优化的过程。工程实际结构设计的诸多不确定因素耦合在一起可能使结构特性和响应产生较大的偏差或不可预知性,需要如实地考虑并科学地分析。一般而言,工程结构中的主要不确定性可以参考表 1.2.1^[5]。

表 1.2.1 工程结构中的主要不确定性

不确定性分类	不确定性潜在原因
材料参数	制造环境、技术条件、材料多相特征等引起弹性模量、泊松比、质量、密度等不确定
几何尺寸	制造安装误差引起几何尺寸如梁、柱的横截面积、惯性矩、板厚度等不确定
载荷	测量条件、外部环境等引起作用在结构上的载荷不确定
边界条件	结构的复杂性而引起结构与结构的连接、构件与构件连接等边界条件不确定

随机性是人们认识较早、研究成果较多的一种不确定性。随机性是由于条件不充分,条件和事件之间不能出现必然的因果关系,而导致结果的不可预知性。在工程实际结构中,随机性主要表现为结构的材料参数、几何尺寸及载荷的随机性^[6-10],相应的数学方法主要有概率论、数理统计和随机过程。

与随机性有关的不确定性有两种基本型式。第一种型式的随机性是当设计者测量或试验某种物品的物理或力学性质时所获得的数据不确定性。例如,设计某一轴的名义尺寸为 $d=45\text{mm}$,但在实际制造过程中,由于使用机床和操作人员技术水平的差异,不可能精确地加工出直径刚好为 45mm 的轴,于是又以公差的形式规定出这一不确定性的允许界限 $45^{+0.0462}_{-0.0580}$ 。显然,在实际工作中,设计者不能预测某个特定时期生产出来的轴的直径,但用统计学的方法,可任取 $N=300$ 根加工合格的轴,准确地测量出它们的实际尺寸,再将轴径所在的范围 $[44.9430, 45.0462]$ 划分为 17 个等分区间,每个区间的尺寸差 $\Delta d=0.006$,即可统计出 300 根轴中落在每个区间内的轴的根数为 n_i ,并以相对根数(频率) $R_i=n_i/N$ 为纵坐标,直径为横坐标,画出实际尺寸的样本直方图,如图 1.2.1 所示。由图 1.2.1 可见,轴的实际直径是不确定的。此外,对于机械零件和结构元件,由于不可避免地存在制造误差,因而也就不可能得到绝对精确的几何尺寸。严格说,像截面、形状、长度、表面粗糙度等几何量也都是随机的。由此可见,在设计中常用的数据,如弹性模量、抗拉强度、屈服强度、疲劳强度、硬度、冲击韧性、传热系数、膨胀系数、摩擦系数、比热容以及一些几何量等,尽管在各种手册或标准中都以确定量的形式给出它们的数值,但实际上在试验中所获得的数据都具有不确定性。这类随机性主要是由生产过程、工艺过程、质量控制过程的不稳定性引起的。

第二种型式的随机性是由随机过程或偶然因素引起的不确定性。例如,所考