

普通高等教育规划教材

工程力学

ENGINEERING MECHANICS

主 编 钱双彬
副主编 方秀珍 刘玉丽



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

普通高等教育规划教材

工 程 力 学

主 编	钱双彬	
副主编	方秀珍	刘玉丽
参 编	王国安	王青春
	岳素贞	武 颖
主 审	董 军	



机械工业出版社

本书根据“高等学校工科本科工程力学基本要求”，并结合新建本科院校定位，精简内容、突出重点，力求使所需介绍的知识简单清晰；在淡化理论推导的同时，引入力学模块拆解、重组的教学新理念；注意与相关课程的贯通、融合与渗透，以适应广大新建本科院校对工程力学课程的教学要求，满足高校应用型人才培养的要求。

全书分静力学与材料力学两篇。静力学篇包括静力学公理和物体的受力分析、平面力系、空间力系 3 章；材料力学篇包括材料力学的基本概念、轴向拉伸与压缩、扭转、弯曲、应力状态分析与强度理论及压杆稳定 6 章。本书在每章后都配有要点总结、思考题和习题。

全书概念严密、简明扼要、语言流畅易懂。与同类其他教材相比，本书最大的特点是着眼于培养学生应用力学知识解决工程实际问题的综合素质和能力。

本书可作为高等学校工科非机械、非土建类各专业中、少学时工程力学课程的教材，也可供高职、高专与成人高校师生及有关工程技术人员参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

工程力学/钱双彬主编. —北京: 机械工业出版社, 2013. 12

普通高等教育规划教材

ISBN 978 - 7 - 111 - 44637 - 8

I. ①工… II. ①钱… III. ①工程力学—高等学校—教材
IV. ①TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 258522 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑: 林 辉 责任编辑: 林 辉 王保家

版式设计: 常天培 责任校对: 纪 敬

封面设计: 陈 沛 责任印制: 李 洋

三河市国英印务有限公司印刷

2014 年 1 月第 1 版第 1 次印刷

184mm × 260mm · 16.25 印张 · 396 千字

标准书号: ISBN 978 - 7 - 111 - 44637 - 8

定价: 33.00 元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心: (010) 88361066

教材网: <http://www.cmpedu.com>

销售一部: (010) 68326294

机工官网: <http://www.cmpbook.com>

销售二部: (010) 88379649

机工官博: <http://weibo.com/cmp1952>

读者购书热线: (010) 88379203

封面无防伪标均为盗版

前 言

教材作为保证和提高教学质量的重要支柱和基础，作为体现教学内容和教学方法的知识载体，在当前培养应用型人才中的作用是显而易见的。探索、建设适应新世纪我国高校应用型人才体系需要的教材已成为当前我国高校教学改革和教材建设工作面临的一项十分重要的任务。目前，教材建设工作中存在的问题很多，大而全、难而偏的教材很多，而适用于新建本科应用型人才培养的优秀教材还很少，大部分教材对一般院校，尤其是新建本科院校来说，存在起点较高，难度较大，内容较多，对学生的既往知识与后续学习能力的要求苛刻，这与应用型目标的定位差距很大，难以适应一般院校的实际教学需要，与新建本科院校日益强化学生实践能力的培养要求相矛盾。因此，在实际教学过程中，我校力学教学课程组充分吸收已有的优秀教学改革成果，并和教学实际结合起来，认真讨论和研究教学内容和课程体系的改革，组织教研室学术水平高、教学经验丰富、实践能力较强的教师，编写了这本有特色、适应性强的教材以及与其配套的电子教案，以满足应用型人才对于工程中力学素质培养的需要。

本书最大的亮点是强调力学模块拆解、重组的教学新理念，例如，在静力学部分以三大基本模型（简支梁、悬臂梁和三铰拱）为基本拆解模块，辅之以基本附属结构知识，立足于“还原论”和“整体论”观点，讲解结构的构造和拆解原理。与同类其他教材相比，本书最大的特点是着眼于培养学生应用力学知识解决工程实际问题的综合素质和能力。

本书分静力学与材料力学两篇。静力学篇包括静力学公理和物体的受力分析、平面力系、空间力系3章；材料力学篇包括材料力学的基本概念、轴向拉伸与压缩、扭转、弯曲、应力状态分析与强度理论及压杆稳定6章。为便于学生学习，本书在每章后均有要点总结，同时还配有大量的思考题和不同类型的习题，并在附录中给出了习题答案。

本书由钱双彬主编，由钱双彬（第1、2、6章及附录I、II、III、IV）、王青春（第3、5章）、岳素贞、武颖（第4章）、方秀珍（第7章）、刘玉丽（第8章）、王国安（第9章）执笔，全书由钱双彬统稿。

本书承北京建筑大学董军教授审阅，他提出了许多精辟而中肯的意见。谨在此表示诚挚的感谢，对他辛勤的付出表示由衷的敬意。

由于编者水平有限，书中难免存在一些不足之处，希望读者批评指正。

编 者

目 录

前言

第1篇 静力学

第1章 静力学公理和物体的受力

分析 1

1.1 刚体和力的概念 1

1.2 静力学公理 2

1.3 约束和约束力 4

1.4 物体的受力分析和受力图 7

要点总结 11

思考题 11

习题 12

第2章 平面力系 14

2.1 平面汇交力系 14

2.2 平面力对点的矩·平面力偶 19

2.3 平面任意力系的简化 24

2.4 平面任意力系的平衡条件和平衡 方程 29

2.5 物体系统的平衡·静定和静不定 问题 34

2.6 平面简单桁架的内力计算 38

要点总结 42

思考题 44

习题 45

第3章 空间力系 50

3.1 力在空间直角坐标轴上的投影 50

3.2 力对点的矩和力对轴的矩 51

3.3 空间任意力系的简化与平衡 54

要点总结 57

思考题 58

习题 59

第2篇 材料力学

第4章 材料力学的基本概念 61

4.1 变形固体的基本假设 61

4.2 内力、截面法和应力的概念 62

4.3 变形和应变的概念 63

4.4 杆件变形的基本形式 64

要点总结 65

思考题 65

习题 65

第5章 轴向拉伸与压缩 66

5.1 拉伸与压缩时的内力、应力 66

5.2 材料在拉伸与压缩时的力学性能 70

5.3 拉伸与压缩时的强度计算 75

5.4 拉伸与压缩的变形计算 77

5.5 拉伸与压缩时的静不定问题 81

5.6 应力集中的概念 84

5.7 连接件的实用计算 85

要点总结 89

思考题 90

习题 91

第6章 扭转 95

6.1 扭矩与扭矩图 96

6.2 薄壁圆筒的扭转 99

6.3 圆轴扭转时的应力和变形 101

6.4 圆轴扭转时的强度和刚度条件 105

6.5 矩形截面杆的扭转 110

要点总结 112

思考题 113

习题 114

第7章 弯曲 117

7.1 平面弯曲的概念和工程实例 117

7.2 梁的计算简图 118

7.3 梁的剪力与弯矩 118

7.4 梁的剪力图和弯矩图 122

7.5 弯曲正应力 129

7.6 弯曲切应力 135

7.7 梁的强度条件 139

7.8 弯曲变形 142

7.9 超静定梁 151

要点总结 153

思考题 154

习题	156	9.2 细长压杆临界力的欧拉公式	201
第 8 章 应力状态分析与强度理论	162	9.3 欧拉公式的适用范围及经验公式	204
8.1 概述	162	9.4 压杆的稳定计算	206
8.2 平面应力状态下的应力分析	164	9.5 提高压杆稳定性的措施	211
8.3 空间应力状态分析简介	171	要点总结	213
8.4 广义胡克定律	173	思考题	213
8.5 强度理论	176	习题	214
8.6 组合变形	181	附录	216
要点总结	191	附录 I 截面的几何性质	216
思考题	194	附录 II 常用材料性能参数	228
习题	195	附录 III 型钢规格表	230
第 9 章 压杆稳定	200	附录 IV 习题答案	242
9.1 压杆稳定的概念	200	参考文献	251

第 1 篇 静力学

第 1 章 静力学公理和物体的受力分析

静力学的基本概念、公理及物体的受力分析是研究静力学的基础。本章将介绍刚体和力的概念、静力学公理、约束和约束力，最后介绍物体的受力分析和受力图。

1.1 刚体和力的概念

1. 刚体的概念

所谓刚体是指在力的作用下不变形的物体，即刚体内部任意两点间的距离始终保持不变。在实际问题中，任何物体在力的作用下或多或少都会产生变形，如果物体变形不大或变形对所研究的问题没有实质性影响，则可将物体抽象为刚体。由于静力学主要以刚体为研究对象，故也称为刚体静力学，它是研究变形体力学的基础。

2. 力的概念

力是物体间相互的机械作用，这种作用使物体的机械运动状态发生变化。

物体间相互的机械作用，大致可分为两类：一类是物体直接接触的作用，如机车牵引车厢的拉力、物体间的挤压力等；另一类是通过场的作用，如地球引力场对物体的引力、电场对电荷的引力或斥力等。尽管各种物体间相互作用力的来源和性质不同，但在力学中将撇开力的物理本质，只研究各种力的共同表现，即力对物体的作用效应。力对物体的作用效应主要有两方面：一方面是物体运动状态的改变，如物体运动速度的大小和方向的改变，这种效应称为力的外效应（或运动效应）；另一方面是物体形状的改变，如梁的弯曲，弹簧的伸长，这种效应称为力的内效应（或变形效应）。力对物体作用产生的这两种效应是同时出现的。静力学只研究力的运动效应，即研究力使刚体发生移动或转动的效应。

实践表明，力对物体的作用效应取决于力的三个要素：①力的大小；②力的方向；③力的作用点。

我们可用如图 1-1 所示的一个矢量来表示力的三个要素。矢量的长度（ AB ）表示力的大小；矢量的方向表示力的方向；矢量的始端（点 A ）表示力的作用点；矢量 $\overrightarrow{AB}$ 所沿的直线（图 1-1 中的虚线）表示力的作用线。我们常用黑体字母 $\mathbf{F}$ 表示力的矢量，而用明体字母 F 表示力的大小。在国际单位制中，力的单位是牛顿（N），

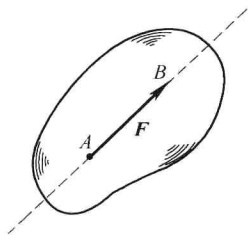


图 1-1 力的矢量表示

工程应用中,也常以千牛(kN)为计量单位。

1.2 静力学公理

公理是人们在生活和生产实践中长期积累的经验总结,又经过实践反复检验,被确认是符合客观实际的最普遍、最一般的规律。

公理1 力的平行四边形规则

作用在物体上同一点的两个力,可以合成为一个合力。合力的作用点也在该点,合力的大小和方向,由这两个力为边构成的平行四边形的对角线确定,如图1-2a所示。合力矢等于这两个力矢的矢量和,即 $\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$ 。

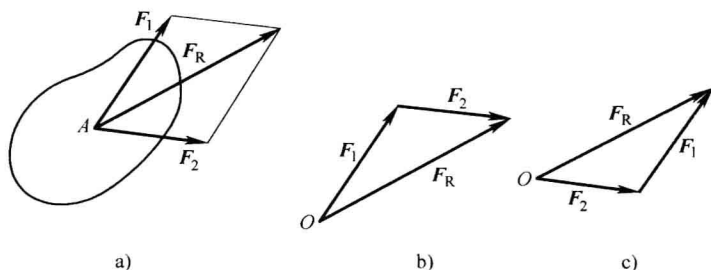


图1-2 力的平行四边形规则

应用此公理求两汇交力合力的大小和方向(即合力矢)时,可由任一点 O 起,另作一力三角形,如图1-2b、c所示。力三角形的两个边分别为力矢 $\mathbf{F}_1$ 和 $\mathbf{F}_2$,第三边为合力矢 $\mathbf{F}_R$,而合力的作用点仍在汇交点 A 。这个公理表明了最简单力系的简化规律,它是复杂力系简化的基础。

公理2 二力平衡条件

作用在刚体上的两个力,使刚体保持平衡的必要和充分条件是这两个力的大小相等,方向相反,且作用在同一直线上,如图1-3所示,即 $\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2$ 。

这个公理表明了作用于刚体上的最简单的力系平衡时所必须满足的条件。

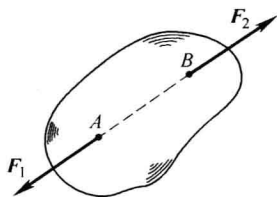


图1-3 二力平衡条件

公理3 加减平衡力系原理

在已知力系上加上或减去任意的平衡力系,并不改变原力系对刚体的作用。就是说,如果两个力系只相差一个或几个平衡力系,则它们对刚体的作用是相同的,可以等效替换。这个公理是研究力系等效替换的重要依据。

根据上述公理可以导出下列推论:

推论1 力的可传性

作用于刚体上某点的力,可以沿着它的作用线移到刚体内任意一点,并不改变该力对刚体的作用。

证明: 设有力 $\mathbf{F}$ 作用在刚体上的点 A ,如图1-4a所示。根据加减平衡力系原理,可在力的作用线上任取一点 B ,并加上两个相互平衡的力 $\mathbf{F}_1$ 和 $\mathbf{F}_2$,使 $\mathbf{F} = \mathbf{F}_2 = -\mathbf{F}_1$,如图1-4b

所示。由于力 F 和 F_1 也是一个平衡力系，故可除去；这样只剩下一个力 F_2 ，如图 1-4c 所示。于是，原来的这个力 F 与力系 (F, F_1, F_2) 以及力 F_2 均等效，即原来的力 F 沿其作用线移到了点 B 。

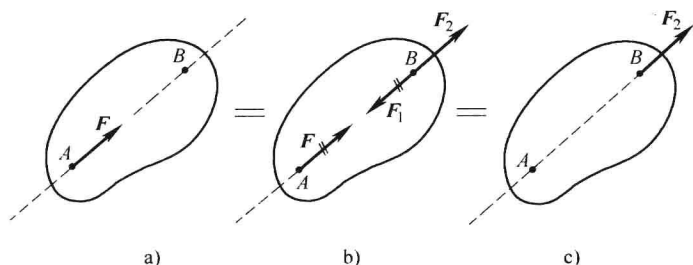


图 1-4 力的可传性

由此可见，对于刚体来说，力的作用点已经不是决定力的作用效应的要素，它已为作用线所代替。因此，作用于刚体上的力的三要素是：力的大小、方向和作用线。

推论 2 三力平衡汇交定理

刚体在三个力作用下平衡时，若其中两个力的作用线汇交于一点，则此三力必在同一平面内，且第三个力的作用线通过汇交点。

证明：如图 1-5 所示，在刚体的 A 、 B 、 C 三点上，分别作用有三个力 F_1 、 F_2 、 F_3 ，使刚体平衡。根据力的可传性，将 F_1 和 F_2 移到汇交点 O ，根据力的平行四边形规则，得合力 F_{12} ；那么， F_3 应与 F_{12} 平衡。因为两个力平衡必须共线，所以， F_3 必定与 F_1 和 F_2 共面，且通过 F_1 与 F_2 的交点 O 。

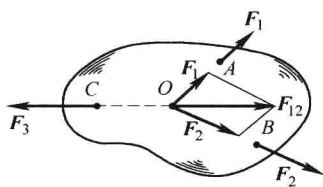


图 1-5 三力平衡汇交

公理 4 作用和反作用定律

作用力和反作用力总是同时存在，两力的大小相等、方向相反，沿着同一直线，分别作用在两个相互作用的物体上。若用 F 表示作用力， F' 表示反作用力，则 $F = -F'$ 。

这个公理概括了物体间相互作用的关系，表明作用力和反作用力总是成对出现的。必须强调的是，由于作用力与反作用力分别作用在两个物体上，因此，不能认为作用力与反作用力相互平衡，即不能将其视为平衡力系。

公理 5 刚化原理

变形体在某一力系作用下处于平衡，如将此变形体刚化为刚体，其平衡状态保持不变。

这个公理提供了把变形体看作为刚体模型的条件。如图 1-6 所示，柔性绳在等值、反向、共线的两个拉力作用下处于平衡，如将柔性绳刚化成刚性杆，其平衡状态保持不变。若柔性绳在两个等值、反向、共线的压力作用下并不能平衡，这时柔性绳就不能刚化为刚性杆。但刚性杆在上述两种力系的作用下都是平衡的。由此可见，刚体的平衡条件是变形体平衡的必要条件，而非充分条件。在刚体静力学的基础上，考虑变形体的特性，可进一步研究变形体的平衡问题。

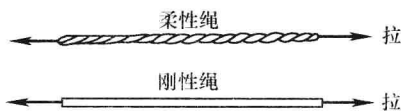


图 1-6 刚化原理

1.3 约束和约束力

工程中的一些物体可以在空间自由运动, 获得任意方向的位移, 这些物体位移不受限制称为自由体, 如飞行的飞机、炮弹和火箭等。相反有些物体在空间的位移却要受到一定的限制, 这些物体称为非自由体或受约束体, 如轨道上的机车、电机中的转子、钢索悬挂的重物等。加在非自由体上使其位移受到一定限制的条件称为约束。约束一般是通过非自由体周围的物体来实现的, 因此, 把这些对非自由体的某些位移起限制作用的周围物体也称为约束。例如, 铁轨是机车的约束, 轴承是电机转子的约束, 钢索是重物的约束等。约束与非自由体接触产生了相互作用力, 约束作用于非自由体上的力称为约束力。约束力的方向总是与该约束所限制的非自由体的位移方向相反。除约束力以外, 作用于非自由体上的力统称为主动力, 如重力、推力等。

研究非自由体的平衡问题时, 主动力一般是已知力, 而约束力往往是未知力, 约束力需要通过平衡条件或其他物理定律来确定。然而, 不同类型的约束具有不同的特征, 约束力的特征可根据约束的特征来确定。下面介绍在工程中常遇到的几种简单的约束类型并分析其约束力的特征。

1.3.1 光滑支承面

物体与约束的接触面如果是光滑支承面 (即可以忽略它们间的摩擦), 此时, 约束不能阻止物体沿接触面任何切线方向的位移, 而只能限制沿接触点处公法线方向且指向约束方向的位移。所以, 光滑支承面约束力沿该公法线且指向物体。例如, 当忽略摩擦时, 支承物体的固定面 (见图 1-7a、b)、啮合齿轮的齿面 (见图 1-8) 等。这种约束力称为法向反力, 通常用 F_N 表示, 如图 1-7 所示的 F_{NA} 、 F_{NB} 和图 1-8 所示的 F_{NC} 等。

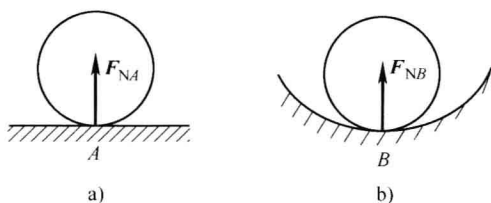


图 1-7 支承物体的固定面

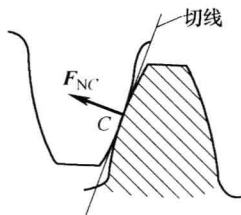


图 1-8 啮合齿轮的齿面

1.3.2 柔索

由柔软的绳索、链条、传动带、钢丝绳等所构成的约束统称为柔索。柔索的特点是柔软易变形, 不能抵抗弯曲和压力, 只能承受拉力, 只能限制物体沿伸长方向的位移。柔索的约束力作用在与物体的连接点上, 作用线沿柔索, 作用方向背离物体, 通常采用 F 或 F_T 表示。如图 1-9 所示, 细绳悬挂重物, 由于柔软的绳索本身只能承受拉力, 所以, 它给物体的约束力也只能是拉力。

链条或传动带的约束力如图 1-10 所示, 对轮子的约束力的作用方向沿轮缘的切线方向。

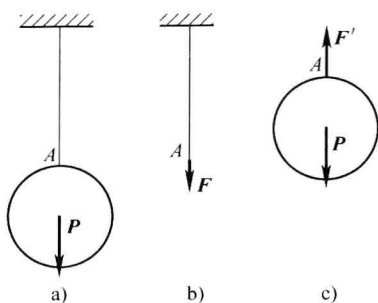


图 1-9 柔索的约束力

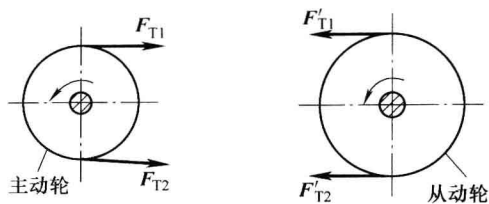


图 1-10 链条或传动带的约束力

1.3.3 光滑铰链约束

这类约束有向心轴承、圆柱形铰链和固定铰链支座等。

1. 向心轴承（径向轴承）

图 1-11a、b 所示为向心轴承，其简图如图 1-11c 所示。轴可在孔内任意转动，也可沿孔的中心线移动；但向心轴承阻碍着轴沿径向向外的移动。忽略摩擦，当轴和轴承在某点 A 光滑接触时，轴承对轴的约束力 F_A 作用在接触点 A ，且沿公法线指向轴心（见图 1-11a）。

随着轴所受的主动力不同，轴和孔的接触点的位置也随之不同。所以，当主动力未确定时，约束力的方向预先不能确定，但它的作用线必垂直于轴线并通过轴心。不能预先确定方向的约束力，通常可用通过轴心的两个大小未知的正交分力 F_{Ax} 、 F_{Ay} 来表示，如图 1-11b、c 所示， F_{Ax} 、 F_{Ay} 的指向暂可任意假定。

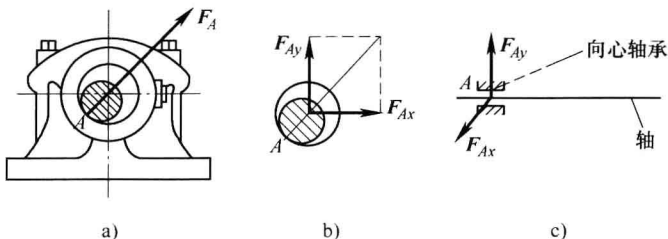


图 1-11 向心轴承约束及其约束力

2. 圆柱形铰链和固定铰链支座

图 1-12a 所示的拱形桥由两个拱形构件通过圆柱形铰链 C 以及固定铰链支座 A 和 B 连接而成。圆柱形铰链 C 是由销钉将两个钻有同样大小孔的构件连接在一起而形成的（见图 1-12c），其简图如图 1-12a 的铰链 C 。如果铰链连接中有一个固定在地面或机架上作为支座，则这种约束称为固定铰链支座，简称固定铰支，如图 1-12c 中所示的支座 A 和 B ，其简图如图 1-12a 所示的固定铰链支座 A 和 B 。

在分析铰链 C 处的约束力时，通常把销钉固连在其中任意一个构件上，如构件 II；则构件 I、II 互为约束。显然，当忽略摩擦时，构件 II 上的销钉与构件 I 的结合，实际上是轴与光滑孔的配合问题。因此，它与轴承具有同样的约束性质，即约束力的作用线不能预先定出，但约束力垂直轴线并通过铰链中心，故也可用两个大小未知的正交分力 F_{Cx} 、 F_{Cy} 和

F'_{Cx} 、 F'_{Cy} 来表示, 如图 1-12b 所示, 其中 $F_{Cx} = -F'_{Cx}$, $F_{Cy} = -F'_{Cy}$, 表明它们互为作用与反作用关系。

同理, 把销钉固连在 A 、 B 支座上, 则固定铰支 A 、 B 对构件 I、II 的约束力分别为 F_{Ax} 、 F_{Ay} 与 F_{Bx} 、 F_{By} , 如图 1-12b 所示。

当需要分析销钉 C 的受力时, 才把销钉分离出来单独研究。这时, 销钉 C 将同时受到构件 I、II 上的孔对它的反作用力。 $F_{C1x} = -F'_{C1x}$, $F_{C1y} = -F'_{C1y}$, 为构件 I 与销钉 C 的作用与反作用力; $F_{C2x} = -F'_{C2x}$, $F_{C2y} = -F'_{C2y}$, 则为构件 II 与销钉的作用与反作用力。销钉所受到的约束力如图 1-12d 所示。

当将销钉与构件 II 固连为一体时, F_{C2x} 与 F'_{C2x} , F_{C2y} 与 F'_{C2y} 为作用在同一刚体上的成对的平衡力, 可以消去不画。此时, 力的下角不必再区分为 $C1$ 和 $C2$, 铰链 C 处的约束力仍如图 1-12b 所示。若将销钉与构件 I 固连, 也作类似处理即可。

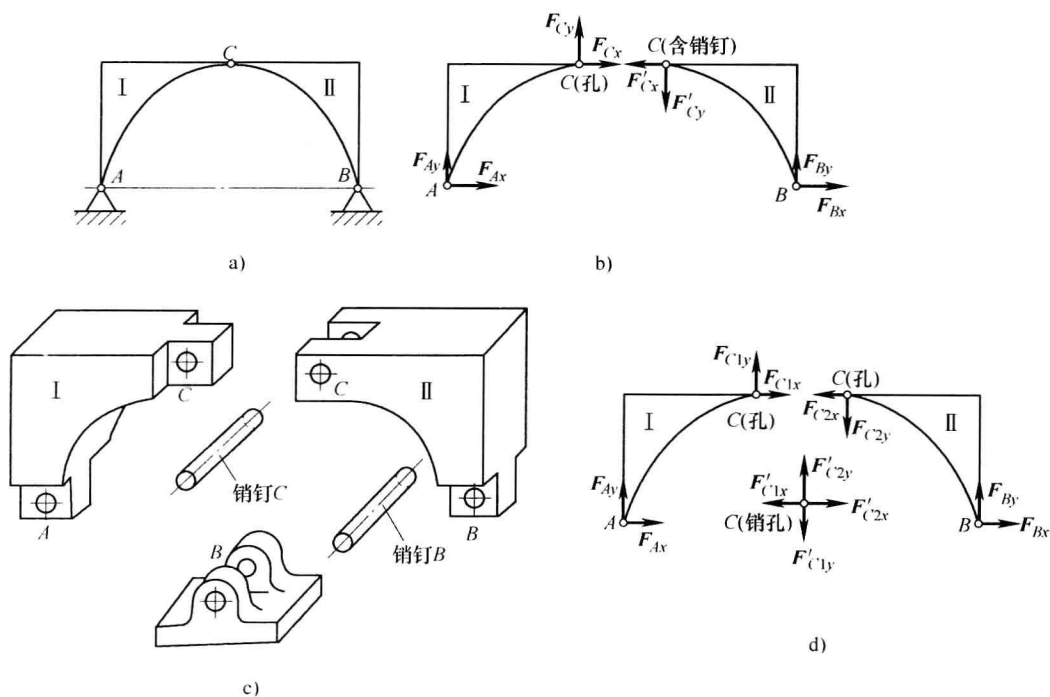


图 1-12 拱形桥的约束分析

光滑铰链约束 (向心轴承、圆柱形铰链和固定铰链支座), 虽然具体结构不同, 但构成约束的性质是相同的, 此类约束的特点是只限制两物体径向的相对移动, 而不限制两物体绕铰链中心的相对转动及沿轴向的位移, 故都可称为光滑铰链约束。

1.3.4 其他约束

1. 滚动支座

在桥梁、屋架等结构中经常采用滚动支座。滚动支座因在铰链支座与光滑支承面之间装有几个辊轴, 故又被称为辊轴支座, 其结构及简图如图 1-13 所示。它可以沿支承面移动,

允许由于温度变化而引起结构跨度的自由伸长或缩短。显然,滚动支座的约束性质与光滑支承面约束相同,其约束力必垂直于支承面,且通过铰链中心,如图1-13c所示。

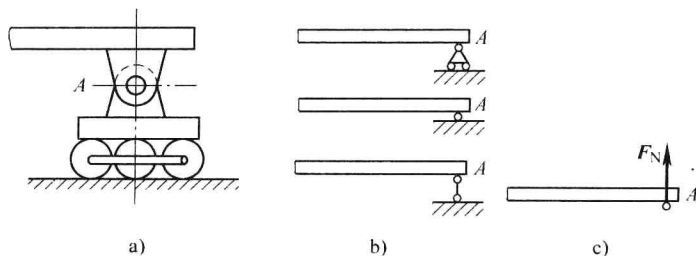


图1-13 滚动支座

2. 球铰链

通过圆球和球壳将两个构件连接在一起的约束称为球铰链,如图1-14a所示。它使构件的球心不能有任何位移,但构件可绕球心任意转动。若忽略摩擦,与圆柱形铰链受力分析相似,其约束力应是通过球心但方向不能预先确定的一个空间力,可用三个正交分力 F_{Ax} 、 F_{Ay} 、 F_{Az} 表示,其简图及约束力如图1-14b所示。

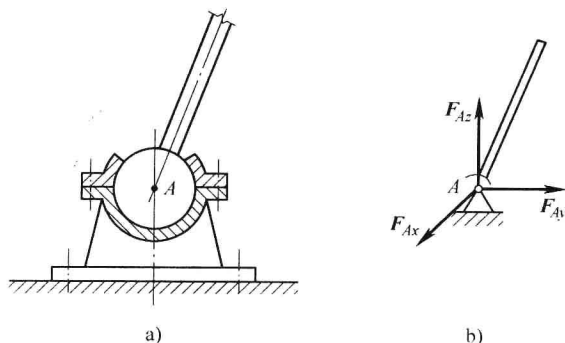


图1-14 球铰链

3. 推力轴承

推力轴承与向心轴承不同,它除了能限制轴的径向位移以外,还能限制轴沿轴向的位移。因此,它比向心轴承多一个沿轴向的约束力,即其约束力有三个正交分量 F_{Ax} 、 F_{Ay} 、 F_{Az} 。推力轴承的简图及其约束力如图1-15所示。

以上内容仅介绍了几种简单的约束,在工程应用中,约束的类型远不止这些,有的约束比较复杂,分析时需要加以简化或抽象化,这将在以后的章节中做进一步介绍。

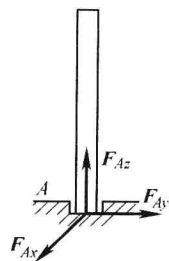


图1-15 推力轴承的简图及其约束力

1.4 物体的受力分析和受力图

求解力学问题时,需要选择某个或某些物体为对象,分析研究其运动或平衡,来求得所需的未知量,这些被选择的物体称为研究对象。对于选出的研究对象,首先要分析其受力情

况, 包括其所受的全部主动力与约束力。为此, 应把研究对象从与它有联系的周围物体中分离出来, 得到解除约束的物体, 称为分离体, 而这一过程称为取分离体。分析分离体的受力情况, 将分离体上所受的全部主动力与约束力用力矢量表示在相应位置的过程就称为物体的受力分析, 所绘制的图形就称为物体的受力图。

对物体作受力分析, 画出其受力图, 是解决静力学和动力学问题的关键。画受力图时必须注意如下几点:

1) 必须明确研究对象。根据求解需要, 可以取单个物体为研究对象, 也可以取由几个物体组成的系统为研究对象。不同研究对象的受力图是不同的。

2) 正确确定研究对象受力的数目。由于力是物体之间相互的机械作用, 因此, 对每一个力都应明确它是哪一个施力物体施加给研究对象的, 决不能凭空产生。同时, 也不可漏掉一个力。一般可先画已知的主动力, 再画约束力; 凡是研究对象与外界接触的地方, 都一定存在约束力。

3) 正确画出约束力。一个物体往往同时受到几个约束的作用, 这时应分别根据每个约束本身的特性来确定其约束力的方向, 而不能凭主观臆测。

4) 当分析两物体间相互的作用力时, 应遵循作用和反作用定律。作用力的方向一经假定, 则反作用力的方向应与之相反。

5) 当画整个系统的受力图时, 由于内力成对出现, 组成平衡力系, 因此不必画出, 只需画出全部外力。

【例 1-1】 用力 F 拉动碾子以压平路面, 重为 P 的碾子受到一石块的阻碍, 如图 1-16a 所示。试画出碾子的受力图。

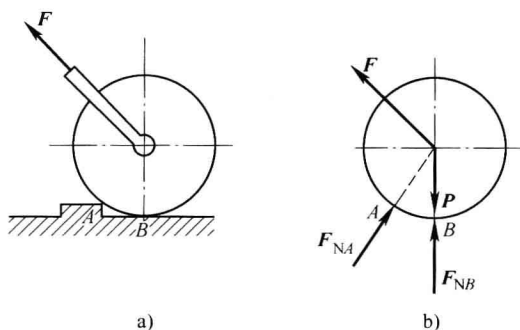


图 1-16 碾子及其受力图

【解】 1) 选取碾子为研究对象 (即取分离体)。

2) 画主动力。有地球的引力 P 和杆对碾子中心的拉力 F 。

3) 画约束力。因碾子在 A 和 B 两处受到石块和地面的约束, 如不计摩擦, 均为光滑表面接触, 故在 A 处受石块的法向反力 F_{NA} 的作用, 在 B 处受地面的法向反力 F_{NB} 的作用, 它们都沿着碾子上接触点的公法线而指向圆心。碾子的受力图如图 1-16b 所示。

【例 1-2】 图 1-17a 所示屋架。A 处为固定铰链支座, B 处为滚动支座, 搁在光滑的水平面上。已知屋架自重 P 在屋架的 AC 边上承受了垂直于它的均匀分布的风力, 单位长度上承受的力为 q 。试画出屋架的受力图。

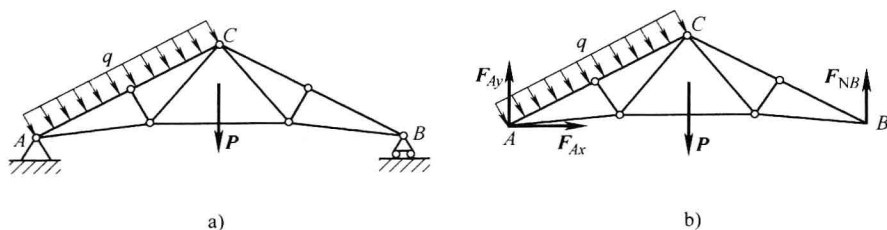


图 1-17 屋架及其受力图

【解】 1) 选取屋架为研究对象。

2) 画主动力。屋架的重力 P 和均匀分布的风力 q 。

3) 画约束力。因 A 处为固定铰链支座，其约束力通过铰链中心 A ，但方向不能确定，可用两个大小未知的正交分力 F_{Ax} 和 F_{Ay} 表示。 B 处为滚动支座，约束力垂直向上，用 F_{NB} 表示。屋架的受力图如图 1-17b 所示。

【例 1-3】 如图 1-18a 所示，水平梁 AB 用斜杆 CD 支撑， A 、 C 、 D 三处均为光滑铰链连接。均质梁重 P_1 ，其上放置一重为 P_2 的电动机。如不计杆 CD 的自重，试分别画出杆 CD 和梁 AB （包括电动机）的受力图。

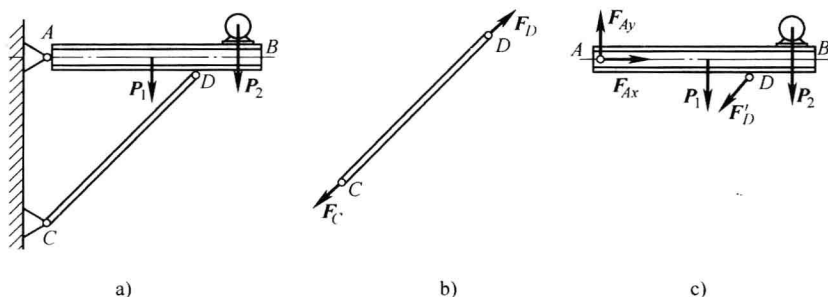


图 1-18 梁杆结构及其受力图

【解】 1) 首先选取斜杆 CD 为研究对象，分析其受力。由于斜杆的自重不计，因此，杆只在铰链 C 、 D 处受有两个约束力 F_C 和 F_D 。根据光滑铰链的特性，这两个约束力必定通过铰链 C 、 D 的中心，方向暂不确定。考虑到杆 CD 只在 F_C 、 F_D 二力作用下平衡，根据二力平衡公理，这两个力必定沿同一直线，且等值、反向。由此可确定 F_C 和 F_D 的作用线应沿铰链中心 C 与 D 的连线，一般先将约束力假设为拉力，其受力图如图 1-18b 所示。若根据平衡方程求得的力为正值，说明原假设力的指向正确；若为负值，则说明实际杆受力与原假设指向相反。

只在两个力作用下平衡的构件，称为二力构件，简称二力杆。它所受的两个力必定沿两力作用点的连线，且等值、反向。

2) 再选取梁 AB （包括电动机）为研究对象，它受有 P_1 、 P_2 两个主动力的作用。梁在铰链 D 处受有二力杆 CD 给它的约束力 F'_D 的作用。根据作用和反作用定律， $F'_D = -F_D$ 。梁在 A 处受固定铰支给它的约束力的作用，由于方向未知，可用两个大小未定的正交分力 F_{Ax} 和 F_{Ay} 表示。梁 AB 的受力图如图 1-18c 所示。

【例 1-4】 如图 1-19a 所示的三铰拱桥，由左、右两拱铰接而成。设各拱自重不计，在

拱 AC 上作用有载荷 P 。试分别画出拱 AC 和 CB 的受力图。

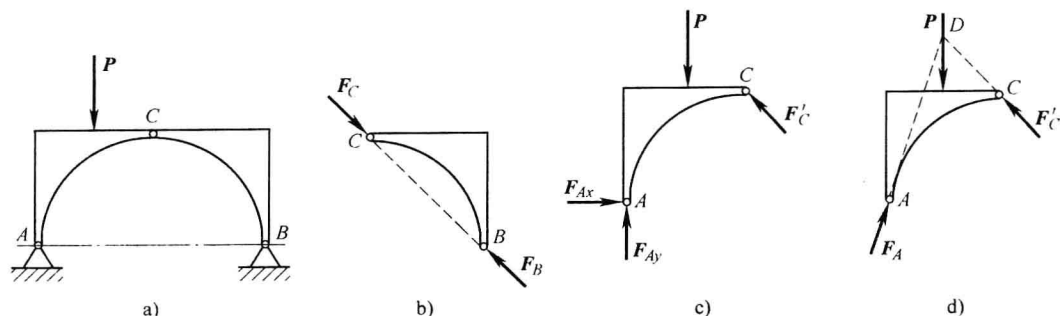


图 1-19 三铰拱桥及其各部分受力图

【解】 1) 首先选取拱 BC 为研究对象, 分析其受力。由于拱 BC 自重不计, 且只在 B 、 C 两处受到铰链约束, 因此, 拱 BC 为二力构件。在铰链中心 B 、 C 处分别受 F_B 、 F_C 两力的作用, 且 $F_B = -F_C$, 这两个力的方向如图 1-19b 所示。

2) 再选取拱 AC 为研究对象。由于自重不计, 因此, 主动力只有载荷 P 。拱在铰链 C 处受有拱 BC 给它的约束力 F'_C 的作用, 根据作用和反作用定律, $F'_C = -F_C$ 。拱在 A 处受有固定铰支座给它的约束力 F_A 的作用, 由于方向未定, 可用两个大小未知的正交分力 F_{Ax} 和 F_{Ay} 代替。拱 AC 的受力图如图 1-19c 所示。

另外也可对其进行更深入的分析, 由于拱 AC 在 P 、 F'_C 和 F_A 三个力作用下平衡, 故可根据三力平衡汇交定理, 确定铰链 A 处约束力 F_A 的方向。点 D 为力 P 和 F'_C 作用线的交点, 当拱 AC 平衡时, 约束力 F_A 的作用线必通过点 D (见图 1-19d); F_A 的指向可由平衡条件确定。

【例 1-5】 如图 1-20a 所示, 梯子的两部分 AB 和 AC 在点 A 铰接, 又在 D 、 E 两点用水平绳连接。梯子放在光滑水平面上, 若其自重不计, 但在 AB 的中点 H 处作用一铅直载荷 P 。试分别画出绳子 DE 和梯子的 AB 、 AC 部分以及整个系统的受力图。

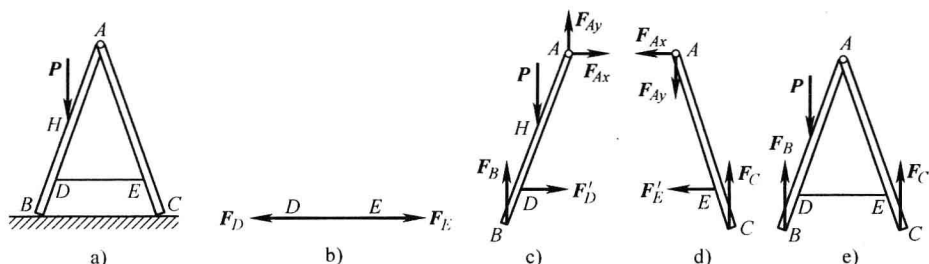


图 1-20 梯子及其受力图

【解】 1) 首先选取绳子 DE 为研究对象。绳子两端 D 、 E 分别受到梯子对它的拉力 F_D 、 F_E 的作用 (见图 1-20b)。

2) 其次选取梯子 AB 部分为研究对象。它在 H 处受载荷 P 的作用, 在铰链 A 处受 AC 部分给它的约束力 F_{Ax} 和 F_{Ay} 的作用。在点 D 受绳子对它的拉力 F'_D (与 F_D 互为作用力和反作用力)。在点 B 受光滑地面对它的法向反力 F_B 的作用。梯子 AB 部分的受力如图 1-20c

所示。

3) 再选取梯子 AC 部分为研究对象。在铰链 A 处受 AB 部分对它的作用力 F'_{Ax} 和 F'_{Ay} (分别与 F_{Ax} 和 F_{Ay} 互为作用力和反作用力)。在点 E 受绳子对它的拉力 F'_E (与 F_E 互为作用力和反作用力)。在 C 处受光滑地面对它的法向反力 F_C 。梯子 AC 部分的受力如图 1-20d 所示。

4) 最后选取整个系统为研究对象。当选整个系统为研究对象时, 可把平衡的整个结构刚化为刚体。内力不画, 外力有载荷 P 和约束力 F_B 、 F_C 。整个系统的受力如图 1-20e 所示。

要点总结

1. 力是物体间相互的机械作用, 这种作用使物体的机械运动状态发生变化 (包括变形)。力的效应主要有运动效应和变形效应。

2. 静力学公理是力学的最基本、最普遍的客观规律。

公理 1 力的平行四边形规则。

公理 2 二力平衡条件。

以上两个公理, 阐明了作用在一个物体上最简单的力系的合成规则及其平衡条件。

公理 3 加减平衡力系原理。这个公理是研究力系等效替换的依据。

公理 4 作用和反作用定律。这个公理阐明了两个物体相互作用的关系。

公理 5 刚化原理。这个公理阐明了变形体抽象成刚体模型的条件, 并指出刚体平衡的必要和充分条件只是变形体平衡的必要条件。

3. 约束和约束力

限制非自由体某些位移的周围物体, 称为约束, 如绳索、光滑铰链、滚动支座、二力构件、球铰链及推力轴承等。约束对非自由体施加的力称为约束力。约束力的方向与该约束所能阻碍的位移方向相反。画约束力时, 应分别根据每个约束本身的特性确定其约束力的方向。

4. 物体的受力分析和受力图是研究物体平衡和运动的前提。

画物体受力图时, 首先要明确研究对象 (即取分离体)。物体受的力分为主动力和约束力。当分析多个物体组成的系统受力时, 要注意分清内力与外力, 内力成对可不画; 还要注意作用力与反作用力之间的相互关系。

思考题

(1) 力对物体的作用效应一般分为外效应和内效应, 平衡力系对刚体的作用效应是什么?

(2) 若物体受到两个等值、反向、共线的力的作用, 此物体是否一定平衡?

(3) 四根无重杆件铰接如图 1-21 所示。在 B 、 D 两点加一对等值、反向、共线的力。此系统是否能够平衡? 为什么?

(4) 如图 1-22 所示刚体上 A 点受力 F 作用, 问能否在 B 点加一个力使刚体平衡? 为什么?