



8

續坐標系

2

8.1 兩點間的距離	3
8.2 直線的斜率	12
8.3 平行綫和垂直綫的斜率	21
本章重點	29
複習題 8	30

9

圓、長方體、角柱體和圓柱體

34

9.1 圓周	35
9.2 圓弧的長度	41
9.3 圓的面積	48
9.4 扇形的面積	54
9.5 角柱體	60
9.6 圓柱體	69
本章重點	78
複習題 9	80

10 百分數的應用 86

10.1 單利息.....	87
10.2 複利息.....	92
10.3 定期存款.....	97
本章重點.....	101
複習題 10.....	102

11 聯立二元一次方程 104

11.1 聯立二元一次方程及其圖解法.....	105
11.2 代入法.....	111
11.3 消元法.....	114
11.4 簡易應用問題.....	117
11.5 相依方程及矛盾方程.....	122
本章重點.....	127
複習題 11.....	127

綜 合練習三 130



第四部分

12 代數恆等式 140

12.1 簡易恆等式.....	141
12.2 兩平方的差.....	146
12.3 二項式的平方.....	151
本章重點.....	157
複習題 12.....	157

13 三角函數間的關係 160

- 13.1 特殊角 30° 、 45° 及 60° 的三角比..... 162
- 13.2 作直角三角形求三角比 169
- 13.3 三角恆等式..... 172
- 13.4 互為餘角的三角比 181
- 13.5 有關三角恆等式的證明 186
- 本章重點..... 191
- 複習題 13 192

14 頻數分佈及其圖示 196

- 14.1 頻數分佈表及組織圖 198
- 14.2 頻數多邊形及曲綫 205
- 14.3 累積頻數多邊形及曲綫 210
- 本章重點..... 218
- 複習題 14 219

綜合練習四 223

附錄：度量衡表 232

答案 234

續坐標系
圓、長方體、角柱體和圓柱體

圓、長方體、角柱體和圓柱體

聯立二元一次方程

綜合練習三

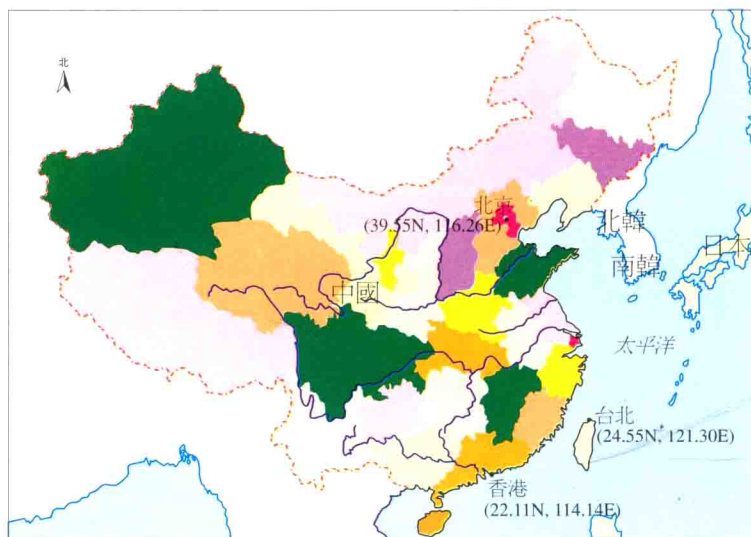


續坐標系



設問

在地圖上，香港的位置為北緯 22.11° (22.11N)，東經 114.14° (114.14E)，而台北的位置為北緯 24.55° (24.55N)，東經 121.30° (121.30E)。假設對於這兩處地方，緯綫 1° 的距離相當於 111 km ，而經綫 1° 的距離相當於 103 km ，問香港與台北相距多遠？



學習目的

通過學習本章，同學將學會

1. 平面上任意兩點間的距離公式。
2. 斜率的概念及斜率公式。
3. 直綫的傾斜角的概念。
4. 直綫的斜率與傾斜角之間的關係。
5. 平行綫的斜率的關係。
6. 垂直綫的斜率的關係。



備忘錄

1. 直角坐標系

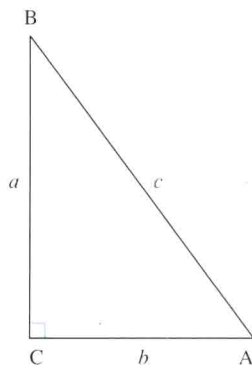
平面上兩條互相垂直的數綫構成直角坐標平面，其中水平數綫稱為 x 軸（或橫軸），而鉛垂數綫稱為 y 軸（或縱軸）。 x 軸及 y 軸統稱為坐標軸。

2. 畢氏定理

在一個直角三角形中，斜邊的平方等於兩直角邊的平方和。

例如，右圖所示的直角 $\triangle ABC$ 中，

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad (\text{畢氏定理})$$



8.1 兩點間的距離

A. 複習

我們在中一的課程中，已學習過以下的內容：

若已知平行於坐標軸的直綫上任意兩點的坐標，就可以求出這兩點間的距離。

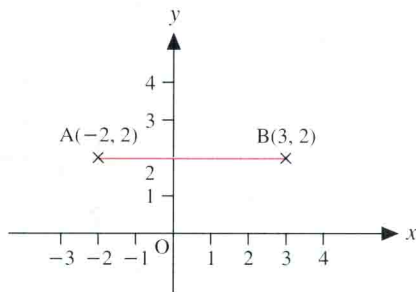
平行於 x 軸的直綫稱為水平綫；而平行於 y 軸的直綫稱為鉛垂綫。

1. 已知平行於 x 軸的直綫上任意兩點 A 、 B 的坐標分別為 $A(x_1, y_1)$ 及 $B(x_2, y_1)$ ，則

當 $x_1 > x_2$ 時， $AB = x_1 - x_2$ ；

當 $x_2 > x_1$ 時， $AB = x_2 - x_1$ 。

如下圖所示，



AB 平行於 x 軸，則 $A(-2, 2)$ 與 $B(3, 2)$ 的距離為

$$AB = 3 - (-2) = 5 \text{ (單位)}$$

在平行於 x 軸的同一直綫上的點，它們的 y 坐標相等。

在平行於 y 軸的同一直綫上的點，它們的 x 坐標相等。

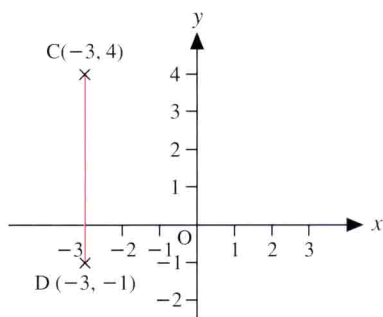


2. 已知平行於 y 軸的直線上任意兩點 C 、 D 的坐標分別為 $C(x_1, y_1)$ 及 $D(x_1, y_2)$ ，則

當 $y_1 > y_2$ 時， $CD = y_1 - y_2$ ；

當 $y_2 > y_1$ 時， $CD = y_2 - y_1$ 。

如下圖所示，



CD 平行於 y 軸，則 $C(-3, 4)$ 與 $D(-3, -1)$ 的距離為

$$CD = 4 - (-1) = 5 \text{ (單位)}$$

B. 任意兩點間的距離



課堂活動

1. 如右圖所示， O 為原點，點 A 的坐標為 $(4, 3)$ ，求 OA 的距離。

過點 A 作 $AM \perp x$ 軸，則點 M 的坐標為(_____, 0)。

$$\therefore OM = \underline{\hspace{2cm}} - 0 = \underline{\hspace{2cm}},$$

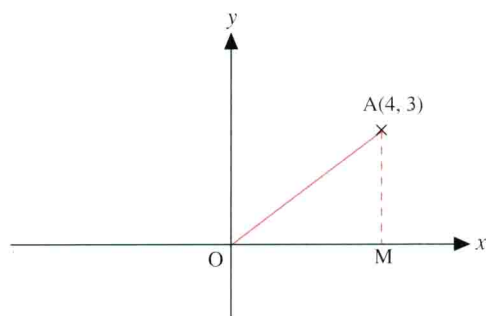
$$AM = 3 - \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$\therefore \triangle AOM$ 為一直角三角形，

$$\therefore OA^2 = OM^2 + AM^2 \quad (\text{畢氏定理})$$

$$OA = \sqrt{\underline{\hspace{2cm}}}$$

$$OA = \underline{\hspace{2cm}}$$



2. 如右圖所示，點 P 及 Q 的坐標分別為 (2, 2) 及 (-2, -1)，求 PQ 的距離。

分別過點 P 及 Q 作平行於 x 軸及 y 軸的直線，兩綫交於點 R，則點 R 的坐標為(_____, _____)。

$$\therefore PR = 2 - \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}},$$

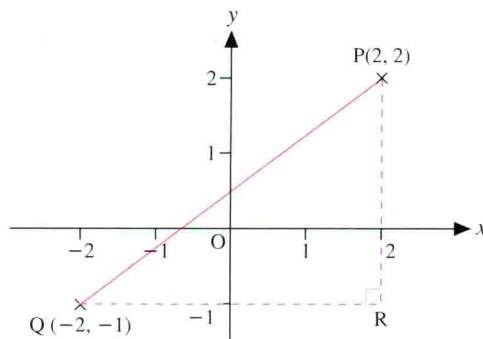
$$QR = \underline{\hspace{1cm}} - (-2) = \underline{\hspace{1cm}}。$$

$\therefore \triangle PQR$ 為一直角三角形，

$$\therefore PQ^2 = PR^2 + QR^2 \quad (\text{畢氏定理})$$

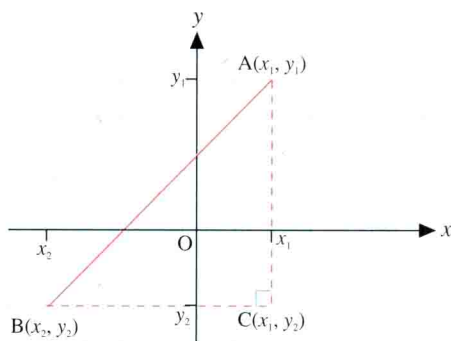
$$PQ = \sqrt{\underline{\hspace{2cm}}}$$

$$PQ = \underline{\hspace{2cm}}$$



有了以上的經驗，我們可以根據畢氏定理求出任意兩點間的距離公式。

設 $A(x_1, y_1)$ 及 $B(x_2, y_2)$ 為直角坐標平面上的任意兩點。過點 A 及 B 分別作平行於 x 軸及 y 軸的直綫 (即水平綫及鉛垂綫)，而兩綫交於點 C。所得的 $\triangle ABC$ 顯然為一直角三角形，而點 C 的坐標為 (x_1, y_2) 。



由上圖可得

$$AC = y_1 - y_2 \text{ 及 } BC = x_1 - x_2。$$

在直角三角形 ABC 中，

$$AB^2 = BC^2 + AC^2 \quad (\text{畢氏定理})$$

$$= (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$$

$$\therefore AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

以上就是 $A(x_1, y_1)$ 及 $B(x_2, y_2)$ 兩點間的距離公式。

由於 $(x_1 - x_2)^2 = (x_2 - x_1)^2$ 及 $(y_1 - y_2)^2 = (y_2 - y_1)^2$ ，

$\therefore$ 上述的距離公式也可以寫成

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}。$$

上圖中， $y_1 > y_2$ ， $x_1 > x_2$ 。

$$\begin{aligned} (a - b)^2 &= [-(b - a)]^2 \\ &= (-1)^2(b - a)^2 \\ &= (b - a)^2 \end{aligned}$$

例題 8-1

求下列各題中兩點間的距離。

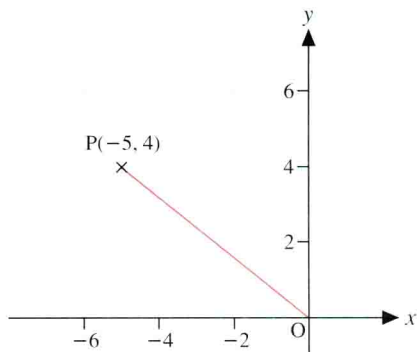
(a) $O(0, 0)$, $P(-5, 4)$

(b) $A(-3, 1)$, $B(2, -1)$

(答案保留平方根號“ $\sqrt{\quad}$ ”。

解

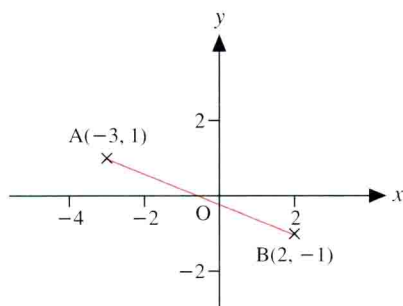
(a)



$$\begin{aligned} OP &= \sqrt{(-5 - 0)^2 + (4 - 0)^2} \\ &= \sqrt{(-5)^2 + 4^2} \\ &= \sqrt{41} \end{aligned}$$

註：原點 O 的坐標為 $(0, 0)$ 。

(b)



$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(-3 - 2)^2 + [1 - (-1)]^2} \\ &= \sqrt{(-5)^2 + 2^2} \\ &= \sqrt{29} \end{aligned}$$

註：遇到負數減法的運算時須特別小心，例如
 $1 - (-1) = 1 + 1 = 2$ 。



課堂練習

求下列各題中兩點間的距離。

(a) $O(0, 0)$, $P(-5, 12)$

(b) $A(-2, 2)$, $B(1, -3)$