1+1 大课堂

Da Ketang

小学数学

六年级 上

黄宝国 主编

东北师范大学出版社

1+1 大课堂

Da Ketang

小学数学

六年级 上

黄宝国 主编

东北师范大学出版社
长春

□主　　编：刘存宝
□副 主 编：刘　颖　王文涛
□编　　者：王文涛　刘　颖　郑　军　刘瑞海
张志远　宋丙军　张东彪　刘淑玲
刘　春　何晓杯　黄佳慧　朱晓宇
杨　朔　赵毅
□本册主编：刘存宝

图书在版编目(CIP)数据

1+1大课堂．小学数学．六年级．上/刘存宝主编．
长春：东北师范大学出版社，2002.5
ISBN 7-5602-3053-9

Ⅰ.1...　Ⅱ.刘...　Ⅲ.数学课—小学—教学参考资料
Ⅳ.G624

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第019480号

□出 版 人：贾国祥　□总策划：第三编辑室
□责任编辑：张含鋆　□封 面 设 计：魏国强
□责任校对：王　卓　□责 任 印 制：张允豪

东北师范大学出版社出版发行
长春市人民大街138号(130024)
电话：0431—5695744　5688470
传真：0431—5695744　5695734
网址：http://www.nnup.com
电子函件：sdcbs@mail.jl.cn
东北师范大学出版社激光照排中心制版
长春新华印刷厂印刷
2002年5月第1版　2002年5月第1次印刷
开本：787 mm×1092 mm 1/16　印张：6.5　字数：140千
印数：00 001—10 000册

定价：7.00元

出版说明

培养中小学生的创新精神、创造性思维方式，提高创造性地运用知识解决实际问题的能力，是国家九五重点研究的课题，是中小学教师在教学过程中不断追求的目标，更是我们编写《1+1大课堂》的主旨。今天，我们将这套书作为一份厚礼，奉献给广大同学。

走进大课堂，新理念、新思维、新方法、新视觉使你目不暇接，流连忘返。

走进大课堂，巩固课内，拓展课外，定使你收获匪浅。

走进大课堂，创新题型、应用题型、竞赛题型，会培养你的创造性思维方式、多角度的探索精神、综合运用知识的能力。

让我们一起走进大课堂：

《**1+1大课堂**》吸收“九五”国家重点课题“面向21世纪中国基础教育课程教材改革实验”的最新研究成果，重视中小学课程一体化理论的应用，无论是内容和方法都具有超前性和实用性。

《**1+1大课堂**》按最新课程标准设计内容，依托人民教育出版社最新版本教材，又不局限于教材，具有很强的灵活性和指导性。

《**1+1大课堂**》既注意课内知识的学习，又兼顾课外能力的培养，包括竞赛能力及综合素质的训练。作为少有的一套与教材同步的竞赛辅导书，既是对中小学课程教材的丰富，又是中小学生双休日、寒暑假课外活动的极好辅助读物。

《**1+1大课堂**》与人民教育出版社教材相配套，即一本教材配一本辅导书（上、下册配上、下册，全一册配全一册），分小学语文、数学，中学语文、外语、数学、物理、化学，共69册，其中秋季版41册。每册由**知识链接**、**学法扫描**、**例题引路**、**分层体验**、**实际应用**、**答案放映**六部分

组成。

知识链接：在阐述本章与前后内容联系的同时，对知识点进行归纳总结，帮助学生从整体知识角度，理清知识脉络，构建科学的知识结构。

学法扫描：对本章知识点进行学习方法指导，针对学生学习所遇到的问题和困难，介绍学习策略，分析规律技巧，拓展发散思维空间。

例题引路：除对接近教材中典型习题加以分析外，还根据中小学教材内容增加竞赛内容，精选近年中、高考试题和作者多年教学积累的典型题目。通过例题分析，引导学生形成解题思路，掌握科学思维方法。

分层体验：精编基本题和提高题。基本题围绕重点、难点选题，旨在学好课本，巩固知识；提高题则以近年中、高考题和学科内综合题、跨学科综合题为主，意在培养学生综合运用所学知识分析和解决实际问题，提高创新能力。

实际应用：侧重理论联系实际，扩展学生知识视野，把生活中的具体问题知识化，从而提升学生的科学观念和素质。

答案放映：每章练习题均有答案，并配有提示与解题思维指导，使学生知其然也知其所以然，同时便于学生复习使用。

《**1+1大课堂**》由全国重点中小学特级和高级教师编写，大部分教师是参加教育部“面向21世纪教育振兴行动计划——跨世纪园丁工程”的骨干教师，具有很高的权威性。

《**1+1大课堂**》充分体现了求实、求新、求活的教育理念，它必将成为教辅书海中的又一颗璀璨明珠！望天下学子，走进我们的大课堂，跨知识海洋，攀科学高峰！

东北师大出版社第三编辑室

2002年5月

目　录

第一单元 分数乘法

★知识链接

本章是对分数加减法知识的进一步延伸，又为进一步学习分数除法，分数、小数四则混合运算和应用题等奠定基础。

1. 理解分数乘法的意义。
2. 会进行分数乘法的计算。
3. 会应用乘法运算定律及其他运算性质进行简算。
4. 会根据分数乘法的意义解答求一个数的几分之几是多少的应用题。
5. 理解倒数的意义，会求整数(0除外)、小数、分数的倒数。
6. 会用裂项公式进行简算。
7. 会进行估算。

★学法扫描

1. 怎样理解分数乘法的意义？

我们在掌握整数乘法的意义和分数意义的基础上，应从两个方面来理解分数乘法的意义。第一，分数乘以整数的意义与整数乘法的意义相同，就是求几个相同加数和的简单运算，只不过相同的加数是分数。第二，一个数(可以是整数、小数和分数)乘以分数的意义与整数乘法的意义不同，由于分数处在乘数的位置上，不再表示相同加数的个数。它的意义就是求这个数的几分之几是多少。我们理解了分数乘法的意义，既了解到乘法意义的扩展，又为进一步解答分数乘法应用题打下较好的基础。

2. 如何计算分数乘法？

分数乘法的计算包括以下四类：

(1) 分数乘以整数：用分数的分子与整数相乘的积做分子，分母不变。

(2) 整数乘以分数：整数乘以分数的计算法则与分数乘以整数的计算法则相同。在计算过程中，分子、分母能约分的，可以先约分，再计算。计算结果是假分数的，要化成带分数或整数。

(3) 分数乘以分数：用分子相乘的积做分子，用分母相乘的积做分母。因为整数可以看做分母是1的分数，小数可以化成分数，所以分数乘以分数的计算法也可以说是分数乘法的统一计算法则。

(4) 带分数乘法：分数乘法中有带分数，通常把带分数化成假分数，然后再乘。

3. 在分数乘法中怎样进行简便计算？

在整数乘法中，我们学习了乘法的运算定律，但没有规定什么数，而只叫乘法的交换律、结合律和分配律。因此，这个“数”以及用字母所表示的数不仅局限于整数、小数，还包括分数。在计算分数乘法时，我们应当先观察题中所给数目中是否符合乘法运算定律及相关运算性质。如有，则对其应用，可以使计算比较简便。

4. 怎样解答分数乘法应用题？

解答求一个数的几分之几是多少的应用题，关键是找准单位“1”表示的量。怎样找单位“1”表示的量呢？一般情况下我们可以根据题目中所给关键字或关键词来确定，如“是”、“占”、“比”、“相当于”等。确定单位“1”表示的量，我们就可以根据一个数乘以分数的意义，用乘法来解答求一个数的几分之几是多少的应用题。

5. 怎样理解倒数的意义？如何求一个数的倒数？

当两个数相乘的积等于1时，其中的一个数叫做另一个数的倒数，这两个数互为倒数。

倒数是指两个数的关系而言的，它们是相互依存的，必须说一个数是另一个数的倒数，不能孤立地说某一个数是倒数。

0没有倒数，根据倒数的意义，任意数与0相乘都不会等于1。

在倒数意义中的两个数并没有具体指哪一种数，它包括非零整数、小数和分数。

求倒数的方法：求一个数(0除外)的倒数，只要把这个数的分子、分母调换位置即可。

求真分数的倒数——直接调换分子、分母的位置；

求带分数的倒数——先将带分数化成假分数，然后调换分子分母的位置；

求整数的倒数——先将整数看做分母是1的假分数，然后调换分子、分母的位置；

求小数的倒数——先把小数化成分数，再求小数的倒数。

6. 如何利用裂项法进行简算？

在计算分数的加、减法时，将其中一些分数都拆开，使得拆开后的一些分数可以互相抵消，从而达到简算的目的，我们把这种方法称为拆项法或裂项法。

下面介绍裂项法的几个公式：当 n,d,k 都是任意自然数时，有

(1) $\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$

(2) $\frac{d}{n(n+d)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+d}$

(3) $\frac{1}{n(n+d)}=\frac{1}{d}\times\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+d}\right)$

(4) $\frac{1}{n(n+1)(n+2)}=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{n(n+1)}-\frac{1}{(n+1)(n+2)}\right)$

(5) $\frac{1}{n(n+k)(n+2k)}=\frac{1}{2k}\times\left[\frac{1}{n(n+k)}-\frac{1}{(n+k)(n+2k)}\right]$

7. 怎样进行估算？

估算的常用方法有：

(1) 省略尾数取近似值。

(2) 用扩大或缩小的方法来确定某个数或某个算式的取值范围进行估算。

★例题引路

例1　计算：$148\times\frac{148}{149}$。

[分析一]　通过观察发现148比较接近分母149，因此可以把148看做(149－1)，再利用乘法分配律进行计算比较简便。

解　$148\times\frac{148}{149}=(149-1)\times\frac{148}{149}=149\times\frac{148}{149}-\frac{148}{149}=148-\frac{148}{149}=147\frac{1}{149}$

[分析二]　通过观察发现$\frac{148}{149}$与1接近，可以把$\frac{148}{149}$变成$1-\frac{1}{149}$，这样就可以运用乘法分配律

达到简算的目的。

解　$148\times\frac{148}{149}=148\times\left(1-\frac{1}{149}\right)=148-\frac{148}{149}=147\frac{1}{149}$

例 2　计算下面各题。

(1) $\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\cdots+\frac{1}{9\times10}$

(2) $\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{42}+\frac{1}{56}+\frac{1}{72}+\frac{1}{90}$

(3) $1\frac{1}{2}+3\frac{1}{6}+5\frac{1}{12}+7\frac{1}{20}+9\frac{1}{30}+11\frac{1}{42}+13\frac{1}{56}+15\frac{1}{72}+17\frac{1}{90}$

(4) $1+\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\frac{1}{1+2+3+4}+\frac{1}{1+2+3+\cdots+10}$

(5) $\frac{1}{4}+\frac{1}{12}+\frac{1}{24}+\frac{1}{40}+\cdots+\frac{1}{19800}$

(6) $1\frac{1}{3}-\frac{7}{12}+\frac{9}{20}-\frac{11}{30}+\frac{13}{42}-\frac{15}{56}$

[分析]　(1)这道题中加数很多，共 10 个，如果先通分，后计算，公分母肯定非常大，计算比较烦琐。通过观察发现，分母都是两个相邻自然数的乘积，分子都是 1。我们可以利用分拆的方法，把一个单位分数拆成两个单位分数之差，即$\frac{1}{1\times2}=1-\frac{1}{2}$；$\frac{1}{2\times3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$；$\frac{1}{3\times4}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\cdots$，分拆后发现，前一个分数拆成的两个分数中的减数，正好是后一个分数拆成的两个分数中的被减数，然后根据对消法，可以使计算简便。

解　$\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\cdots+\frac{1}{9\times10}=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{9}-\frac{1}{10}=1-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$

通过本题的教学我们可以知道：因为$\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}=\frac{n+1}{n(n+1)}-\frac{n}{n(n+1)}=\frac{1}{n(n+1)}$($n$ 为自然数)，所以有拆项公式$\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$，我们可以直接利用公式计算。

[分析]　(2)根据本题分母的特点，先将各分数的分母分解为两个连续自然数乘积的形式，然后利用拆项公式$\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$进行计算，比较简便。

解　$\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{42}+\frac{1}{56}+\frac{1}{72}+\frac{1}{90}=\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{4\times5}+\frac{1}{5\times6}+\frac{1}{6\times7}+\frac{1}{7\times8}+\frac{1}{8\times9}+\frac{1}{9\times10}=$

$\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{7}-\frac{1}{8}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{9}-\frac{1}{10}=\frac{1}{3}-\frac{1}{10}=\frac{7}{30}$

[分析]　(3)根据本题分数的特点，将各分数的整数部分、分数部分分别相加，整数部分是一个公差为 2 的等差数列，可利用等差数列求和公式进行计算，分数部分可利用拆项公式$\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$来计算。

解　$1\frac{1}{2}+3\frac{1}{6}+5\frac{1}{12}+7\frac{1}{20}+9\frac{1}{30}+11\frac{1}{42}+13\frac{1}{56}+15\frac{1}{72}+17\frac{1}{90}=$

$(1+3+5+7+9+11+13+15+17)+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{42}+\frac{1}{56}+\frac{1}{72}+\frac{1}{90}\right)=$

$(1+17)\times9\div2+\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{7}-\frac{1}{8}+\right.$

$\left.\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{9}-\frac{1}{10}\right)=81+\left(1-\frac{1}{10}\right)=81\frac{9}{10}$

[**分析**]　(4)根据分数中分母的特点，先利用等差数列求和公式将分数的分母化简，即$\frac{1}{1+2}=\frac{1}{\frac{(1+2)\times 2}{2}}=\frac{2}{2\times 3}$；$\frac{1}{1+2+3}=\frac{1}{\frac{(1+3)\times 3}{2}}=\frac{2}{3\times 4}$；$\frac{1}{1+2+3+4}=\frac{1}{\frac{(1+4)\times 4}{2}}=\frac{2}{4\times 5}$；$\frac{1}{1+2+3+\cdots+10}=\frac{1}{\frac{(1+10)\times 10}{2}}=\frac{2}{10\times 11}$。

各项分子都是 2，把 2 提出来，剩余分数根据拆项公式$\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$，将各分数分别拆成两个分数的差，再计算，比较简便。

解　$1+\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\frac{1}{1+2+3+4}+\cdots+\frac{1}{1+2+3+\cdots+10}=$

$1+\frac{1}{\frac{(1+2)\times 2}{2}}+\frac{1}{\frac{(1+3)\times 3}{2}}+\frac{1}{\frac{(1+4)\times 4}{2}}+\cdots+\frac{1}{\frac{(1+10)\times 10}{2}}=$

$\frac{2}{1\times 2}+\frac{2}{2\times 3}+\frac{2}{3\times 4}+\frac{2}{4\times 5}+\cdots+\frac{2}{10\times 11}=$

$2\times\left(\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+\frac{1}{4\times 5}+\cdots+\frac{1}{10\times 11}\right)=$

$2\times\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}\right)=$

$2\times\left(1-\frac{1}{11}\right)=2\times\frac{10}{11}=1\frac{9}{11}$

[**分析**]　(5)本题根据分母的特点，先提取公约数$\frac{1}{2}$，再将各分数的分母分解为两个连续自然数乘积的形式，然后利用拆项公式计算比较简便。

解　$\frac{1}{4}+\frac{1}{12}+\frac{1}{24}+\frac{1}{40}+\cdots+\frac{1}{19800}=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\cdots+\frac{1}{9900}\right)=$

$\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+\frac{1}{4\times 5}+\cdots+\frac{1}{99\times 100}\right)=$

$\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{99}-\frac{1}{100}\right)=\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{1}{100}\right)=\frac{99}{200}$

[**分析**]　(6)通过观察发现，除第一个分数外，其余各分数的分母都可以分解成两个连续自然数的积，而分子恰是这两个连接自然数的和。因此把每个分数拆成两个单位分数之和，再根据减法的运算性质，一个数减去两个数的和等于这个数分别减去这两个数，使算式中间部分全部对消，只剩下首末两项相减。

解　$1\frac{1}{3}-\frac{7}{12}+\frac{9}{20}-\frac{11}{30}+\frac{13}{42}-\frac{15}{56}=$

$1+\frac{1}{3}-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)-\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{7}\right)-\left(\frac{1}{7}+\frac{1}{8}\right)=$

$1+\frac{1}{3}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}-\frac{1}{7}-\frac{1}{8}=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

例 3　计算下面各题。

(1) $\frac{2}{1\times 3}+\frac{2}{3\times 5}+\frac{2}{5\times 7}+\frac{2}{7\times 9}+\frac{2}{9\times 11}$　　(2) $\frac{1}{5\times 8}+\frac{1}{8\times 11}+\frac{1}{11\times 14}+\cdots+\frac{1}{98\times 101}$

(3) $1-\frac{2}{1\times(1+2)}-\frac{3}{(1+2)\times(1+2+3)}-\frac{4}{(1+2+3)\times(1+2+3+4)}-\cdots-$

$\dfrac{16}{(1+2+3+\cdots+15)\times(1+2+3+\cdots+16)}$

［分析］　(1)通过观察我们发现，分母中相乘的两个因数差都是2，而分子也都是2。我们先来看第一个分数$\dfrac{2}{1\times3}=2\times\dfrac{1}{1\times3}=2\times\dfrac{1}{2}\times\left(1-\dfrac{1}{3}\right)=1-\dfrac{1}{3}$，而$\dfrac{2}{3\times5}=2\times\dfrac{1}{3\times5}=2\times\dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{5}\right)=\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{5}$，同理，$\dfrac{2}{5\times7}=\dfrac{1}{5}-\dfrac{1}{7}$；$\dfrac{1}{7\times9}=\dfrac{1}{7}-\dfrac{1}{9}$；$\dfrac{1}{9\times11}=\dfrac{1}{9}-\dfrac{1}{11}$，再把它们相加，根据对消方法计算，比较简便。

解　$\dfrac{2}{1\times3}+\dfrac{2}{3\times5}+\dfrac{2}{5\times7}+\dfrac{2}{7\times9}+\dfrac{2}{9\times11}=$

$$1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\frac{1}{9}-\frac{1}{11}=1-\frac{1}{11}=\frac{10}{11}$$

通过计算我们知道，$\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+k}=\dfrac{n+k}{n(n+k)}-\dfrac{n}{n(n+k)}=\dfrac{k}{n(n+k)}$（$n,k$均为自然数），所以计算时可以根据拆项公式$\dfrac{k}{n(n+k)}=\dfrac{1}{k}-\dfrac{1}{n+k}$直接计算。

［分析］　(2)这道题与上题有相似之处，即分母中两个因数的差都是3，只是分子是1而不是3。因为$\dfrac{1}{5\times8}=\left(\dfrac{1}{5}-\dfrac{1}{8}\right)\times\dfrac{1}{8-5}=\left(\dfrac{1}{5}-\dfrac{1}{8}\right)\times\dfrac{1}{3}$；$\dfrac{1}{8\times11}=\left(\dfrac{1}{8}-\dfrac{1}{11}\right)\times\dfrac{1}{3}$；$\dfrac{1}{11\times14}=\left(\dfrac{1}{11}-\dfrac{1}{14}\right)\times\dfrac{1}{3}$…所以此题也可利用拆项公式计算。

解　$\dfrac{1}{5\times8}+\dfrac{1}{8\times11}+\dfrac{1}{11\times14}+\cdots+\dfrac{1}{98\times101}=$

$$\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{8}\right)\times\frac{1}{3}+\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{11}\right)\times\frac{1}{3}+\left(\frac{1}{11}-\frac{1}{14}\right)\times\frac{1}{3}+\cdots+\left(\frac{1}{98}-\frac{1}{101}\right)\times\frac{1}{3}=$$

$$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{8}+\frac{1}{8}-\frac{1}{11}+\frac{1}{11}-\frac{1}{14}+\cdots+\frac{1}{98}-\frac{1}{101}\right)=$$

$$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{101}\right)=\frac{1}{3}\times\frac{96}{505}=\frac{32}{505}$$

［分析］　(3)通过观察我们知道，每个分数分母的后一个因数与前一个因数的差与这个分数的分子相同，所以我们可以根据拆项公式$\dfrac{k}{n(n+k)}=\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+k}$进行计算，在计算中，还需利用减法的运算性质，一个数减去两个数的差，等于这个数减去差里的被减数再加上差里的减数，这部分数相互对消，使计算简便。

解　$1-\dfrac{2}{1\times(1+2)}-\dfrac{3}{(1+2)\times(1+2+3)}-\dfrac{4}{(1+2+3)\times(1+2+3+4)}-\cdots-$

$$\frac{16}{(1+2+3+\cdots+15)\times(1+2+3+\cdots+16)}=$$

$$1-\left(1-\frac{1}{1+2}\right)-\left(\frac{1}{1+2}-\frac{1}{1+2+3}\right)-\left(\frac{1}{1+2+3}-\frac{1}{1+2+3+4}\right)-\cdots-$$

$$\left(\frac{1}{1+2+3+\cdots+15}-\frac{1}{1+2+3+\cdots+16}\right)=$$

$$1-1+\frac{1}{1+2}-\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}-\frac{1}{1+2+3}+\frac{1}{1+2+3+4}-\cdots-$$

$$\frac{1}{1+2+3+\cdots+15}+\frac{1}{1+2+3+\cdots+16}=\frac{1}{1+2+3+\cdots+16}=\frac{1}{136}$$

例4　计算下面各题。

(1) $\frac{1}{2\times3\times4}+\frac{1}{3\times4\times5}+\frac{1}{4\times5\times6}$

(2) $\frac{1}{2\times4\times6}+\frac{1}{4\times6\times8}+\frac{1}{6\times8\times10}+\cdots+\frac{1}{96\times98\times100}$

(3) $\frac{1}{6}+\frac{1}{24}+\frac{1}{60}+\frac{1}{120}+\frac{1}{210}+\frac{1}{336}+\frac{1}{112}$

(4) $\frac{1}{1\times2\times3\times4}+\frac{1}{2\times3\times4\times5}+\frac{1}{3\times4\times5\times6}+\cdots+\frac{1}{17\times18\times19}$

(5) $\frac{5}{1\times2\times3\times4}+\frac{7}{2\times3\times4\times5}+\frac{9}{3\times4\times5\times6}+\cdots+\frac{77}{37\times38\times39\times40}$

[**分析一**] (1)此题我们可以用 $2\times3\times4\times5\times6$ 做公分母,先通分,再按同分母分数加法的计算法则来计算。

解 $\frac{1}{2\times3\times4}+\frac{1}{3\times4\times5}+\frac{1}{4\times5\times6}=\frac{5\times6}{2\times3\times4\times5\times6}+\frac{2\times6}{2\times3\times4\times5\times6}+\frac{2\times3}{2\times3\times4\times5}=$

$\frac{48}{2\times3\times4\times5\times6}=\frac{1}{15}$

[**分析二**] (1)观察发现,这三个分数的分子都是1,分母都是三个连续自然数的积,利用公式 $\frac{1}{n(n+1)(n+2)}=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{n(n+1)}-\frac{1}{(n+1)(n+2)}\right)$ 进行计算比较简便。

解 $\frac{1}{2\times3\times4}+\frac{1}{3\times4\times5}+\frac{1}{4\times5\times6}=$

$\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2\times3}-\frac{1}{3\times4}\right)+\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{3\times4}-\frac{1}{4\times5}\right)+\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{4\times5}-\frac{1}{5\times6}\right)=$

$\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2\times3}-\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{3\times4}-\frac{1}{4\times5}+\frac{1}{4\times5}-\frac{1}{5\times6}\right)=$

$\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2\times3}-\frac{1}{5\times6}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{2}{15}=\frac{1}{15}$

[**分析**] (2)观察可以发现,这些分数的分母不是连续自然数的乘积,而是相邻两个因数的差是2的三个因数的积,我们可以看出,利用公式 $\frac{1}{n(n+k)(n+2k)}=\frac{1}{2k}\left[\frac{1}{n(n+k)}-\frac{1}{(n+k)(n+2k)}\right]$ 来进行计算比较简便。

解 $\frac{1}{2\times4\times6}+\frac{1}{4\times6\times8}+\frac{1}{6\times8\times10}+\cdots+\frac{1}{96\times98\times100}=$

$\frac{1}{2\times2}\times\left(\frac{1}{2\times4}-\frac{1}{4\times6}\right)+\frac{1}{2\times2}\times\left(\frac{1}{4\times6}-\frac{1}{6\times8}\right)+\frac{1}{2\times2}\times\left(\frac{1}{6\times8}-\frac{1}{8\times10}\right)+\cdots+$

$\frac{1}{2\times2}\times\left(\frac{1}{96\times98}-\frac{1}{98\times100}\right)=$

$\frac{1}{4}\times\left(\frac{1}{2\times4}-\frac{1}{4\times6}+\frac{1}{4\times6}-\frac{1}{6\times8}+\frac{1}{6\times8}-\frac{1}{8\times10}+\cdots+\frac{1}{96\times98}-\frac{1}{98\times100}\right)=$

$\frac{1}{4}\times\left(\frac{1}{2\times4}-\frac{1}{98\times100}\right)=\frac{153}{4900}$

[**分析**] (3)通过观察可以发现,前六个分数的分母可以写成三个连续自然数的乘积,即 $6=1\times2\times3$;$24=2\times3\times4$;$60=3\times4\times5$;$120=4\times5\times6$;$210=5\times6\times7$;$336=6\times7\times8$;最后一个分子的分母 $112=2\times7\times8$。因此可以根据拆项公式 $\frac{1}{n(n+1)(n+2)}=\frac{1}{2}\times\left[\frac{1}{n(n+1)}-\frac{1}{(n+1)(n+2)}\right]$ 来计算比例简便。

解 $\frac{1}{6}+\frac{1}{24}+\frac{1}{60}+\frac{1}{120}+\frac{1}{210}+\frac{1}{336}+\frac{1}{112}=$

$\frac{1}{1\times2\times3}+\frac{1}{2\times3\times4}+\frac{1}{3\times4\times5}+\frac{1}{4\times5\times6}+\frac{1}{5\times6\times7}+\frac{1}{6\times7\times8}+\frac{1}{2\times7\times8}=$

$\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{1\times2}-\frac{1}{2\times3}\right)+\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2\times3}-\frac{1}{3\times4}\right)+\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{3\times4}-\frac{1}{4\times5}\right)+\frac{1}{2}\times$

$\left(\frac{1}{5\times6}-\frac{1}{6\times7}\right)+\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{6\times7}-\frac{1}{7\times8}\right)+\frac{1}{2}\times\frac{1}{7\times8}=$

$\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{1\times2}-\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{2\times3}-\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{3\times4}-\frac{1}{4\times5}+\frac{1}{4\times5}-\frac{1}{5\times6}+\frac{1}{5\times6}-\frac{1}{6\times7}+\right.$

$\left.\frac{1}{6\times7}-\frac{1}{7\times8}+\frac{1}{7\times8}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{1\times2}=\frac{1}{4}$

［**分析**］　(4)这道题与(2)有相似之处，因为$\frac{1}{1\times2\times3\times4}=\left(\frac{1}{1\times2\times3}-\frac{1}{2\times3\times4}\right)\times\frac{1}{4-1}=\left(\frac{1}{1\times2\times3}-\frac{1}{2\times3\times4}\right)\times\frac{1}{3}$，同理：$\frac{1}{2\times3\times4\times5}=\left(\frac{1}{2\times3\times4}-\frac{1}{3\times4\times5}\right)\times\frac{1}{3}$；$\frac{1}{3\times4\times5\times6}=\left(\frac{1}{3\times4\times5}-\frac{1}{4\times5\times6}\right)\times\frac{1}{3}$；…；把公因数$\frac{1}{3}$提出来，再根据对消方法计算比较简便。

解　$\frac{1}{1\times2\times3\times4}+\frac{1}{2\times3\times4\times5}+\frac{1}{3\times4\times5\times6}+\cdots+\frac{1}{17\times18\times19}=$

$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{1\times2\times3}-\frac{1}{2\times3\times4}\right)+\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2\times3\times4}-\frac{1}{3\times4\times5}\right)+\frac{1}{3}\times$

$\left(\frac{1}{3\times4\times5}-\frac{1}{4\times5\times6}\right)+\cdots+\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{17\times18\times19}-\frac{1}{18\times19\times20}\right)=$

$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{1\times2\times3}-\frac{1}{2\times3\times4}+\frac{1}{2\times3\times4}-\frac{1}{3\times4\times5}+\frac{1}{3\times4\times5}-\frac{1}{4\times5\times6}+\cdots+\right.$

$\left.\frac{1}{17\times18\times19}-\frac{1}{18\times19\times20}\right)=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{1\times2\times3}-\frac{1}{17\times18\times19}\right)=\frac{484}{8721}$

［**分析**］　(5)通过观察发现，本题中的每一项的分子恰为该分母中奇数之积与偶数之积的差，所以$\frac{5}{1\times2\times3\times4}=\frac{1}{1\times3}-\frac{1}{2\times4}$；$\frac{7}{2\times3\times4\times5}=\frac{1}{2\times4}-\frac{1}{3\times5}$；$\frac{9}{3\times4\times5\times6}=\frac{1}{3\times5}-\frac{1}{4\times6}$；…；$\frac{77}{37\times38\times39\times40}=\frac{1}{37\times39}-\frac{1}{38\times40}$，然后根据对消法计算，比较简便。

解　$\frac{5}{1\times2\times3\times4}+\frac{7}{2\times3\times4\times5}+\frac{9}{3\times4\times5\times6}+\cdots+\frac{77}{37\times38\times39\times40}=$

$\frac{1}{1\times3}-\frac{1}{2\times4}+\frac{1}{2\times4}-\frac{1}{3\times5}+\frac{1}{3\times5}-\frac{1}{4\times6}+\cdots+\frac{1}{37\times39}-\frac{1}{38\times40}=$

$\frac{1}{1\times3}-\frac{1}{38\times40}=\frac{1517}{4560}$

例 5　计算下题。

$\frac{1}{2}+\frac{2}{2\times3}+\frac{3}{2\times3\times4}+\frac{4}{2\times3\times4\times5}+\frac{5}{2\times3\times4\times5\times6}$

［**分析**］　根据观察我们知道，这是一道比较综合的分数技巧题，在做题过程中，根据1和任何数相乘都等于这个数本身和拆项公式的推广可知$\frac{2}{2\times3}=\frac{2}{1\times2\times3}=\frac{1}{1\times2}-\frac{1}{2\times3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2\times3}$；$\frac{3}{2\times3\times4}=\frac{3}{1\times2\times3\times4}=\frac{1}{1\times2\times3}-\frac{1}{2\times3\times4}=\frac{1}{2\times3}-\frac{1}{2\times3\times4}$；$\frac{4}{2\times3\times4\times5}=\frac{4}{1\times2\times3\times4\times5}=\frac{1}{1\times2\times3\times4}-\frac{1}{2\times3\times4\times5}=\frac{1}{2\times3\times4}-\frac{1}{2\times3\times4\times5}$；$\frac{5}{2\times3\times4\times5\times6}=\frac{5}{1\times2\times3\times4\times5\times6}=\frac{1}{1\times2\times3\times4\times5}-\frac{1}{2\times3\times4\times5\times6}=\frac{1}{2\times3\times4\times5}-\frac{1}{2\times3\times4\times5\times6}$，然后根据对消方法，计算起来比

较简便。

解 $\frac{1}{2}+\frac{2}{2\times3}+\frac{3}{2\times3\times4}+\frac{4}{2\times3\times4\times5}+\frac{5}{2\times3\times4\times5\times6}=$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{2\times3}-\frac{1}{2\times3\times4}+\frac{1}{2\times3\times4}-\frac{1}{2\times3\times4\times5}+\frac{1}{2\times3\times4\times5}-$

$\frac{1}{2\times3\times4\times5\times6}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{2\times3\times4\times5\times6}=\frac{719}{720}$

例 6 比较$\frac{15}{19}$,$\frac{4}{9}$,$\frac{12}{25}$,$\frac{20}{37}$这四个分数的大小。

[**分析**] 这四个分数的分母任意两个都互质,如果通分,计算麻烦。而分子15,4,12,20的最小公倍数是60,因此可以根据分数的基本性质,把这四个分数转化成分子相同的分数再比较大小,较为简便。

解 $\frac{15}{19}=\frac{15\times4}{19\times4}=\frac{60}{76}$ $\frac{4}{9}=\frac{4\times15}{9\times15}=\frac{60}{135}$ $\frac{12}{25}=\frac{12\times5}{25\times5}=\frac{60}{125}$ $\frac{20}{37}=\frac{20\times3}{37\times3}=\frac{60}{111}$

因为 $\frac{60}{76}>\frac{60}{111}>\frac{60}{125}>\frac{60}{135}$,所以 $\frac{15}{19}>\frac{20}{37}>\frac{12}{25}>\frac{4}{9}$。

例 7 比较大小。

(1) $\frac{9}{10}$和$\frac{9+3}{10+3}$ (2) $\frac{9}{10}$和$\frac{9-3}{10-3}$

[**分析**] 观察可以知道,第二个分数是把第一个真分数分子分母同时加上3,先化简,再比较。

解 $\frac{9+3}{10+3}=\frac{12}{13}$ 因为 $\frac{9}{10}<\frac{12}{13}$,所以 $\frac{9}{10}<\frac{9+3}{10+3}$。

通过比较可知,一个真分数的分子和分母同时加上一个自然数,所得的新分数比原分数大。

[**分析**] (2)观察可以知道,第二个分数是把第一个真分数的分子分母同时减3,先化简,再比较。

解 $\frac{9-3}{10-3}=\frac{6}{7}$ 因为 $\frac{9}{10}>\frac{6}{7}$,所以 $\frac{9}{10}>\frac{9-3}{10-3}$。

通过比较可知,一个真分数的分子、分母都减去同一个自然数(这个自然数小于真分数的分子),所得新分数比原分数小。

例 8 比较大小。

(1) $\frac{6}{5}$和$\frac{6+2}{5+2}$ (2) $\frac{6}{5}$和$\frac{6-2}{5-2}$

[**分析**] (1)观察可以知道,第二个分数是由第一个假分数的分子和分母同时加上2而得到的新分数,先化简,再比较。

解 $\frac{6+2}{5+2}=\frac{8}{7}$ 因为 $\frac{6}{5}>\frac{8}{7}$,所以 $\frac{6}{5}>\frac{6+2}{5+2}$。

通过比较可知,一个分子、分母不相同的假分数,分子、分母同时加上一个相同的自然数,所得新分数比原分数小。

[**分析**] (2)观察可以知道,第二个分数是由第一个假分数的分子、分母同时减去2而得到的新分数。先化简,再比较。

解 $\frac{6-2}{5-2}=\frac{4}{3}$ 因为 $\frac{6}{5}<\frac{4}{3}$,所以 $\frac{6}{5}<\frac{6-2}{5-2}$。

通过比较可知,一个分子、分母不相同的假分数,分子、分母同时减去一个相同的自然数(这个自然数小于假分数的分母),所得新分数比原分数大。

例 9 比较$\frac{11}{111}$和$\frac{111}{1111}$的大小。

［分析一］　先求出这两个分数的倒数，哪个分数的倒数越大，原来的分数就越小。

解　$\frac{11}{111}$的倒数是$\frac{111}{11}=10\frac{1}{11}$；$\frac{111}{1111}$的倒数是$\frac{1111}{111}=10\frac{1}{111}$。

因为$10\frac{1}{11}>10\frac{1}{111}$，所以$\frac{11}{111}<\frac{111}{1111}$。

［分析二］　根据分数的基本性质，把$\frac{11}{111}$分子和分母都扩大 10 倍，再根据一个真分数的分子、分母都加上同一个自然数，所得新分数比原分数大进行比较。

解　因为$\frac{11}{111}=\frac{11\times10}{111\times10}=\frac{110}{1110}$，$\frac{110}{1110}<\frac{110+1}{1110+1}=\frac{111}{1111}$，所以$\frac{11}{111}<\frac{111}{1111}$。

例 10　比较$\frac{33332}{33334}$和$\frac{44443}{44445}$的大小。

［分析一］　因为这两个分数的分子、分母比较接近，因此可以与 1 相减，再比较差的大小，进而得出结论。

解　$1-\frac{33332}{33334}=\frac{2}{33334}$　$1-\frac{44443}{44445}=\frac{2}{44445}$

因为$\frac{2}{33334}>\frac{2}{44445}$，所以$\frac{33332}{33334}<\frac{44443}{44445}$。

［分析二］　因为 $44443=33332+11111$；$44445=33334+11111$，所以，可根据一个真分数的分子、分母同时加上同一个自然数，得到的新分数比原分数大，进而得出结论。

解　因为$\frac{33332}{33334}<\frac{33332+11111}{33334+11111}=\frac{44443}{44445}$，所以$\frac{33332}{33334}<\frac{44443}{44445}$。

［分析三］　可利用交叉相乘的方法比较。

$33332\times44445=33332\times(44443+2)=33332\times44443+33332\times2$；

$33334\times44443=(33332+2)\times44443=33332\times44443+44443\times2$。

因为 $33332\times2<44443\times2$，所以$\frac{33332}{33334}<\frac{44443}{44445}$。

比较两个分数大小的方法很多，应用这些方法时要注意根据题中分数的特点进行具体分析，采用哪种方法比较简便，注意灵活运用这些方法，并不断总结出新的方法。

例 11　把下面的数化成分数。

(1) $0.\dot{7}$　(2) $2.\dot{3}2\dot{4}$

［分析］　(1)$0.\dot{7}$是纯循环小数，如何把纯循环小数化成分数呢？要把$0.\dot{7}$化为分数$\frac{B}{A}$($A\neq0$，$B\neq0$)，可以先设法找出 $0.\dot{7}\times A=B$，使其中的 A 和 B 都是自然数。

解

$$0.\dot{7}\times10=7.\dot{7} \quad ①$$
$$-\quad 0.\dot{7}\times1=0.\dot{7} \quad ②$$
$$0.\dot{7}\times(10-1)=7$$

①、②两式相减，正好把算式右边的循环部分减掉了，恰好符合 A，B 为自然数。

所以 $0.\dot{7}=\frac{7}{9}$。

［分析］　(2)这个数中，须要转化的是小数部分，而小数部分又是一个纯循环小数，按照上题的思路，要把循环小数部分都减掉，$0.\dot{3}2\dot{4}$应该扩大 1000 倍，再与原小数部分相减。

解

$$0.\dot{3}2\dot{4}\times1000=324.\dot{3}2\dot{4} \qquad ①$$

$$-\quad 0.\dot{3}2\dot{4}\times1=0.\dot{3}2\dot{4} \qquad ②$$

$$0.\dot{3}2\dot{4}\times(1000-1)=324$$

所以 $0.\dot{3}2\dot{4}\times999=324$，$0.\dot{3}2\dot{4}=\frac{\overset{12}{\cancel{324}}}{\underset{37}{\cancel{999}}}=\frac{12}{37}$，

所以 $2.\dot{3}2\dot{4}=2\frac{12}{37}$。

由①、②可知，一个纯循环小数的小数部分化成分数，这个分数的分子是一个循环节表示的数，分母各位数字都是 9，9 的个数与循环节的个数相同，最后能约分的要约成最简分数。

例 12　计算 $0.\dot{1}\dot{1}+0.\dot{2}\dot{1}+0.\dot{3}\dot{1}+0.\dot{4}\dot{1}+0.\dot{5}\dot{1}+0.\dot{6}\dot{1}+0.\dot{7}\dot{1}+0.\dot{8}\dot{1}+0.\dot{9}\dot{1}$。

［**分析**］　这九个数都是纯循环小数，先按照纯循环小数化分数的方法，把这九个数都化成分数，再计算。

解　$0.\dot{1}\dot{1}+0.\dot{2}\dot{1}+0.\dot{3}\dot{1}+0.\dot{4}\dot{1}+0.\dot{5}\dot{1}+0.\dot{6}\dot{1}+0.\dot{7}\dot{1}+0.\dot{8}\dot{1}+0.\dot{9}\dot{1}=$

$$\frac{11}{99}+\frac{21}{99}+\frac{31}{99}+\frac{41}{99}+\frac{51}{99}+\frac{61}{99}+\frac{71}{99}+\frac{81}{99}+\frac{91}{99}=$$

$$\frac{11+21+31+41+51+61+71+81+91}{99}=\frac{51}{11}=4\frac{7}{11}$$

例 13　把下面的数化为分数。

(1) $0.4\dot{1}\dot{3}$　(2) $0.27\dot{3}$

［**分析**］　(1)这是一个混循环小数，怎样把混循环小数化成分数呢？根据纯循环小数化为分数的方法，要想把循环小数部分去掉，就得使被减数和减数的小数部分都只由循环部分组成。

解

$$0.4\dot{1}\dot{3}\times1000=413.\dot{1}\dot{3} \qquad ①$$

$$-\quad 0.4\dot{1}\dot{3}\times10=4.\dot{1}\dot{3} \qquad ②$$

$$0.4\dot{1}\dot{3}\times(1000-10)=(413-4)$$

所以 $0.4\dot{1}\dot{3}\times990=409$，所以 $0.4\dot{1}\dot{3}=\frac{409}{990}$。

［**分析**］　(2)这个数是混循环小数，根据上例把混循环小数化成分数的方法，把小数部分变成由纯循环小数组成。

解

$$0.27\dot{3}\times1000=273.\dot{3} \qquad ①$$

$$-\quad 0.27\dot{3}\times100=27.\dot{3} \qquad ②$$

$$0.27\dot{3}\times(1000-100)=273-27$$

所以 $0.27\dot{3}\times900=246$，$0.27\dot{3}=\frac{\overset{41}{\cancel{246}}}{\underset{150}{\cancel{900}}}=\frac{41}{150}$

由以上两例可知，把混循环小数的小数部分化成分数，这个分数的分子是第二个循环节以前的小数部分的数字所组成的数，减去小数部分不循环的数所组成的数而得到的差，分母的头几位是 9，末几位是 0。9 的个数与一个循环节的位数相同，0 的个数与不循环部分的位数相同。能约分的要约成最简分数。

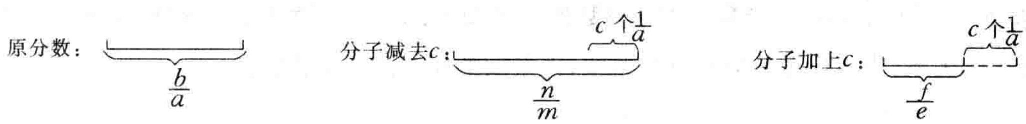
例 14　计算 $0.7\dot{5}\dot{9}+0.\dot{3}\dot{1}-0.7\dot{4}$。

［分析］　这三个数都是循环小数，其中两个是混循环小数，一个是纯循环小数。根据纯循环小数和混循环小数化分数的方法，把这三个数化成分数再进行计算。

解　$0.7\dot{5}\dot{9}+0.\dot{3}\dot{1}-0.7\dot{4}=\frac{752}{990}+\frac{31}{99}-\frac{67}{90}=\frac{752+310-737}{990}=\frac{65}{198}$

例 15　分数 $\frac{b}{a}$ 的分子加上 c（a,b,c 均为自然数）后，约简为 $\frac{n}{m}$；如果分子减 c 后约分为 $\frac{f}{e}$。请分析 $\frac{b}{a}$，$\frac{n}{m}$ 和 $\frac{f}{e}$ 之间的关系。

［分析］　此题是让我们分析一个分数加上或减去同一个自然数后所得到的两个新分数与原分数的关系，可以用线段图帮助分析。



从线段图中可以清楚地看出，$\frac{b}{a}$ 的分子加上 c 后为 $\frac{b}{a}+\frac{c}{a}=\frac{n}{m}$，分子减 c 后为 $\frac{b}{a}-\frac{c}{a}=\frac{f}{e}$。

所以 $\frac{b}{a}$，$\frac{n}{m}$ 和 $\frac{f}{e}$ 之间的关系是：$\frac{n}{m}+\frac{f}{e}=\frac{b}{a}+\frac{c}{a}+\frac{b}{a}-\frac{c}{a}=\frac{b}{a}\times 2$，即 $\left(\frac{n}{m}+\frac{f}{e}\right)\div 2=\frac{b}{a}$。

也就是说，一个分数的分子加上某数后，约简得到一个新分数，这个分数的分子减去同一个数后，约简得到另一个新分数，则原分数是这两个新分数的平均数。

例 16　有一个分数，分子加 3 可约简为 $\frac{5}{6}$，分子减 3 可约简为 $\frac{1}{3}$，求这个分数。

［分析］　这个分数的分子加上或减去的是同一个自然数 3 后得到两个新分数 $\frac{5}{6}$ 和 $\frac{1}{3}$，因此符合上题所得结论，可直接应用上面分析出的规律求出原分数。

解　$\left(\frac{5}{6}+\frac{1}{3}\right)\div 2=\frac{7}{12}$

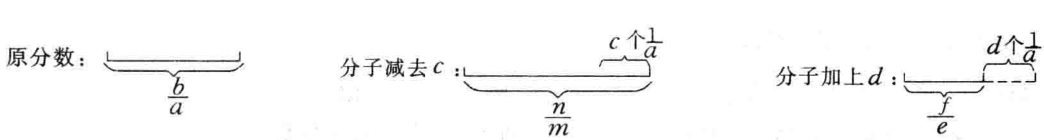
例 17　有一个分数，它的分母加 1 可约简为 $\frac{1}{2}$，分母减 1 可约简为 $\frac{2}{3}$。这个分数是多少？

［分析］　上题是分母不变，分子一加一减；而本题是分子不变，分母一加一减。如果把这个分数的分子和分母调换位置，原题中的分母加 1 或减 1，就变成分子加 1 或减 1，这样就可以求出原分数的倒数，原分数即可求出。

解　$\left(\frac{2}{1}+\frac{3}{2}\right)\div 2=\frac{7}{4}$；$\frac{7}{4}$ 的倒数是 $\frac{4}{7}$。

例 18　一个分数 $\frac{b}{a}$ 的分子加上 c 后就约简为 $\frac{n}{m}$；分子减去 a 后约简为 $\frac{f}{e}$。请分析这两个新分数与原分数的关系（其中 a,b,c,d 都是自然数，且 $c\neq d$）。

［分析］　与例 17 相比，分子加上或减去的不是同一个自然数，我们仍用画线段图的方法进行分析。



先来看两个新分数的和与原分数的关系：