全国电力高职高专“十二五”规划教材

公共基础课系列教材

中国电力教育协会审定

高等数学

（理工类适用）

全国电力职业教育教材编审委员会 组编

廖 虎 史成堂 主编

中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

全国电力高职高专"十二五"规划教材
公共基础课系列教材

中国电力教育协会审定

高等数学

（理工类适用）

全国电力职业教育教材编审委员会 组 编
廖 虎 史成堂 主 编
张明智 余庆红 王 琨 李 丽 吴小兰 副主编
霍小江 主 审

中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

内 容 提 要

本书为全国电力高职高专“十二五”规划教材 公共基础课系列教材。本书的目标是结合我国电力行业的发展，为培养发电厂及电网系统高素质、技能型专门人才和技术应用型人才，改革所需的数学课程教学体系和教学模式，探索行动导向、任务驱动式教学模式，提高学生分析问题、应用数学知识解决专业课程和工程实践中实际问题的能力。本书内容将突出能力培养为核心的教学理念，引入国家标准、行业标准和职业规范，科学合理设计任务或项目，充分考虑学生认知规律，充分体现任务驱动的特征，充分调动学生学习积极性；组织以“双师型”教师为主体、企业技术人员共同参与的教材研究、编审组，打造中国电力职业教育精品教材。

本书可作为全国高职高专院校、成人高校及本科院校举办的二级职业技术学院理工类各专业的高等数学教材，也可作为其他各类院校学生的自学用书。

图书在版编目（CIP）数据

高等数学：理工类适用/廖虎，史成堂主编；全国电力职业教育教材编审委员会组编. —北京：中国电力出版社，2012.12

全国电力高职高专“十二五”规划教材. 公共基础课系列教材

ISBN 978-7-5123-3789-3

Ⅰ. ①高… Ⅱ. ①廖… ②史… ③全… Ⅲ. ①高等数学—高等职业教育—教材 Ⅳ. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2012）第 286232 号

中国电力出版社出版、发行

（北京市东城区北京站西街 19 号 100005 http://www.cepp.sgcc.com.cn）

北京市同江印刷厂印刷

各地新华书店经售

*

2013 年 5 月第一版 2013 年 5 月北京第一次印刷

787 毫米×1092 毫米 16 开本 21 印张 510 千字

定价 **38.00** 元

全国电力职业教育教材编审委员会

参 与 院 校

山东电力高等专科学校　　西安电力高等专科学校
山西电力职业技术学院　　保定电力职业技术学院
四川电力职业技术学院　　哈尔滨电力职业技术学院
三峡电力职业学院　　安徽电气工程职业技术学院
武汉电力职业技术学院　　福建电力职业技术学院
江西电力职业技术学院　　郑州电力高等专科学校
重庆电力高等专科学校　　长沙电力职业技术学院

公共基础课专家组

组　　长　王宏伟

副 组 长　文海荣

成　　员　（按姓氏笔画排序）

马敬卫　孔　洁　兰向春　任　剑　刘家玲　吴金龙
宋云希　郑晓峰　倪志良　郭连英　霍小江　廖　虎
樊新军

本 书 编 写 组

组　　长　廖　虎

副 组 长　史成堂

组　　员　张明智　余庆红　王　琨　李　丽　吴小兰　李晓晓
徐红英　吴丽鸿　陈翔英　郑建南

序

为深入贯彻《国家中长期教育改革和发展规划纲要（2010—2020）》精神，落实鼓励企业参与职业教育的要求，总结、推广电力类高职高专院校人才培养模式的创新成果，进一步深化“工学结合”的专业建设，推进“行动导向”教学模式改革，不断提高人才培养质量，满足电力发展对高素质技能型人才的需求，促进电力发展方式的转变，在中国电力企业联合会和国家电网公司的倡导下，由中国电力教育协会和中国电力出版社组织全国14所电力高职高专院校，通过统筹规划、分类指导、专题研讨、合作开发的方式，经过两年时间的艰苦工作，编写完成本套系列教材.

全国电力高职高专“十二五”规划教材分为电力工程、动力工程、实习实训、公共基础课、工科基础课、学生素质教育六大系列. 其中，公共基础课系列汇集了电力行业高等职业院校专家的力量进行编写，各分册主编为该课程的教学带头人，有丰富的教学经验. 教材以行动导向形式编写而成，既体现了高等职业教育的教学规律，又融入电力行业特色，适合高职高专的公共基础课教学，是难得的行动导向式精品教材.

本套教材的设计思路及特点主要体现在以下几方面.

（1）按照“项目导向、任务驱动、理实一体、突出特色”的原则，以岗位分析为基础，以课程标准为依据，充分体现高等职业教育教学规律，在内容设计上突出能力培养为核心的教学理念，引入国家标准、行业标准和职业规范，科学合理设计任务或项目.

（2）在内容编排上充分考虑学生认知规律，充分体现“理实一体”的特征，有利于调动学生学习积极性，是实现“教、学、做”一体化教学的适应性教材.

（3）在编写方式上主要采用任务驱动、项目导向等方式，包括学习情境描述、教学目标、学习任务描述、任务准备、相关知识等环节，目标任务明确，有利于提高学生学习的专业针对性和实用性.

（4）在编写人员组成上，融合了各电力高职高专院校骨干教师和企业技术人员，充分体现院校合作优势互补，校企合作共同育人的特征，为打造中国电力职业教育精品教材奠定了基础.

本套教材的出版是贯彻落实国家人才队伍建设总体战略，实现高端技能型人才培养的重要举措，是加快高职高专教育教学改革、全面提高高等职业教育教学质量的具体实践，必将对课程教学模式的改革与创新起到积极的推动作用.

本套教材的编写是一项创新性的、探索性的工作，由于编者的时间和经验有限，书中难免有疏漏和不当之处，恳切希望专家、学者和广大读者不吝赐教.

全国电力职业教育教材编审委员会

前　言

根据高等职业教育人才培养目标和电力行业人才需求，按照“项目导向、任务驱动、理实一体、突出特色”的原则，以岗位分析为基础，以课程标准为依据，充分体现高等职业教育教学规律，由电力系统七所高职高专学校合作研究、编写本教材.

“高等数学”课程的任务是使学生能掌握“高等数学”的基本知识、基本原理、方法，并了解在专业课程学习、工作岗位中的应用.

目前，电力、动力类高职高专学校的“高等数学”课程大多仍沿用传统的知识体系和教学模式，是工科本科院校《高等数学》课程教学内容、模式的缩影，在课程体系上存在“教的内容用不上，用的内容没有教”的问题，在教学模式上延续了“课堂听课，课下作业，期末考试”的单一模式.

本教材突出以服务于专业课程需要，满足工程实践对高等数学的知识需求，着眼于高职高专学生后期发展，使教师在基础课程的教学中融入关联的专业知识.

本教材将工程实践问题引入基本概念，用数学逻辑验证定理、结论、公式；用学到的知识解决工程中的具体问题；对需提高的学生留有拓展知识的空间.

“高等数学”经过漫长的历史发展，使其具有以下两个显著特征.

一是内容相当丰富. 这就要求学生不能简单地停留在书本上学习，而要用较高的观点，系统、全面和有重点地去掌握其基本理论，要融会贯通、记忆深刻、综合运用.

二是理论体系中结构复杂、层次繁多. 任何一个数学体系都有其内在层次与外在层次的区别. 所谓外在层次，指的是形式的、表面的、局部性的数量关系及其联系. 在其内在层次中，由于理论的展开是由简单到复杂、内容由个别到一般，由基础性概念到抽象更高的一般性概念，一环套一环地发展着的，所以又表现出多层次结构的特征. 这样一种固有的多层次结构，只有在对其知识系统的挖掘与剖析中才能看清楚.

本教材对每个部分的内容从章节、例题、练习的精选都是按照步步启发的模式设计安排的，有利于施教者在教学过程中的发挥. 教材每章的开头有提示，每章末有内容小结、章节自测题，理出知识内在联系并测试该章知识掌握情况，从而在教与学中把握住知识侧重点，也便于记忆.

突出应用、注意能力的培养是本书最大的特点，从实际问题抽象出数学概念，再用相关知识解决实际问题，做到深入浅出. 采用分散与集中相结合的形式选排了有特点、有代表性、有应用价值的例题、习题，并将习题分为 A、B 两组，A 组为必作巩固、B 为选作提高之用，使应用和能力的培养贯穿于整个教学过程中.

本书由西安电力高等专科学校廖虎、郑州电力高等专科学校史成堂主编，四川电力职业

技术学院张明智、西安电力高等专科学校余庆红、山西电力职业技术学院王琨、山东电力高等专科学校李丽、福建电力职业技术学院吴小兰副主编，山东电力高等专科学校李晓晓、四川电力职业技术学院徐红英、山西电力职业技术学院吴丽鸿、郑州电力高等专科学校陈翔英、福建电力职业技术学院郑建南参编. 其中，王琨、吴丽鸿编写第一章，廖虎编写第二章，张明智、徐红英编写第三章，余庆红编写第四章，李丽、李晓晓编写第五章，吴小兰、郑建南编写第六章，史成堂、陈翔英编写第七章. 全书由廖虎统稿，由郑州电力高等专科学校霍小江主审.

由于时间和水平所限，书中难免有疏漏之处，恳请各位专家、学者及广大读者批评指正.

编　者

2012 年 9 月

目　录

第一章　函数　极限　连续

【学习目的】

1. 理解函数的定义、性质和基本初等函数，会求函数的定义域，掌握复合函数与初等函数的概念.

2. 理解极限的概念，了解极限的性质，熟练掌握求极限的方法.

3. 理解、掌握极限的运算法则，熟练掌握两个重要极限.

4. 理解无穷小与无穷大的概念，了解无穷小的性质，知道无穷小的比较，会利用等价无穷小求极限.

5. 理解函数的连续性概念，会求间断点并判断其类型.

6. 了解闭区间上连续性函数的性质.

第一节　函　　数

【学习目标】

1. 理解函数的概念、性质.

2. 掌握基本初等函数的图形特征.

3. 会求函数的定义域.

4. 掌握复合函数与初等函数的概念.

函数是研究量与量之间相依关系的一种工具，“高等数学”的主要研究对象就是函数. 极限是贯穿“高等数学”始终的一个重要概念，也是“高等数学”中最重要的一种数学思想，它是这门课程的基本推理工具. 连续则是函数的一个重要性态，连续函数是高等数学研究的主要对象. 本章将介绍函数、极限与连续的基本知识，为以后的学习奠定必要的基础.

一、函数的概念

读者在中学里已经学过有关函数的基本知识，为了以后更好地学习高等数学，我们把有关的内容系统地复习一下，希望可以深化对函数概念的理解.

1. 函数的定义

定义 1.1.1　设 D 是一个由实数组成的非空集合，如果对于数集 D 中的每一个确定的数 x，按照某种对应规则 f，都有唯一的确定的实数 y 与之对应，则称 y 是定义在集合 D

上的关于 x 的函数，记为 $y=f(x)$. 其中，集合 D 称为函数的定义域，x 称为自变量，y 称为因变量，f 称为对应法则.

如果对于自变量 x 的某个确定的值 x_0 ，因变量 y 能够得到一个确定的值，那么就称该函数在 x_0 处有定义，其因变量的值就称为函数在 x_0 处的函数值，记为

$$y\Big|_{x=x_0}\ ,\ f(x_0)\text{ 或 }f(x)\Big|_{x=x_0}$$

当 x 遍取数定义域 D 的各个数值时，对应的函数值的全体组成的数集

$$W=\{y\,|\,y=f(x),x\in D\}$$

称为函数的值域.

【例 1-1】 设函数 $f(x)=x^3-2x+3$ ，求 $f(1)$ ，$\dfrac{1}{f(c)}$ ，$f\left(-\dfrac{1}{a}\right)$ ，$[f(b)]^2$ ，$f(t^2)$（其中 $a\neq 0$ ，$f(c)\neq 0$ ）.

解 $f(1)=1^3-2\times1+3=2$；$\dfrac{1}{f(c)}=\dfrac{1}{c^2-2c+3}$ ；

$f\left(-\dfrac{1}{a}\right)=\left(-\dfrac{1}{a}\right)^3-2\left(-\dfrac{1}{a}\right)+3=\dfrac{3a^3+2a^2-1}{a^3}$ ；$[f(b)]^2=(b^3-2b+3)^2$ ；

$f(t^2)=(t^2)^3-2(t^2)+3=t^6-2t^2+3$.

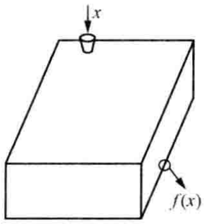


图 1-1

由上例我们可以体会到：函数定义中的对应规则 f ，就像是一台机器，定义域中的任何一个 x 值进入这台机器后，即以同样的程序加工为值域内的一个函数值 $f(x)$ ，如图 1-1 所示.

2. 函数的两个要素

定义域 D 和对应法则 f 唯一确定函数 $y=f(x)$ ，故定义域与对应法则称为函数的两个要素，函数的两个要素是区分不同函数的唯一依据. 因此，对于两个函数来说，当且仅当它们的定义域和对应法则都分别相同时，才表示同一函数 . 而与自变量及因变量用什么字母表示无关，例如函数 $y=x^2$ 和函数 $v=t^2$ 其实是同一个函数.

正因为如此，我们在给出一个函数时，一般都应标明其定义域，它就是自变量取值的允许范围，例如 $y=x^2$ 的定义域为 $(-\infty,\ +\infty)$. 在实际问题中，函数的定义域是根据问题的实际意义确定的 . 若不考虑函数的实际意义，而抽象的研究用解析式表达的函数，则规定函数的定义域是使解析式有意义的一切实数值.

通常求函数的定义域应注意以下几点.

（1）当函数是多项式时，定义域是 $(-\infty,\ +\infty)$；

（2）分式函数的分母不能为零；

（3）偶次根式的被开方式必须大于零；

（4）对数函数的真数必须大于零；

（5）反正弦函数与反余弦函数的定义域为 $[-1,\ +1]$；

（6）如果函数表达式中含有上述几种函数，则应取各部分定义域的交集；

（7）分段函数的定义域为各段定义区间的并集.

人们通常用不等式、区间或集合形式表示定义域 . 其中有一种不等式，以后会常遇到，满足不等式 $|x-x_0|<\delta$（其中 δ 为大于 0 的常数）的一切 x 称为点 x_0 的 δ 邻域，记为

$U(x_0,\delta)$. 它的几何意义表示：以 x_0 为中心，δ 为半径的开区间（$x_0-\delta$，$x_0+\delta$）即 $x_0-\delta<x<x_0+\delta$，如图 1-2（a）所示.

对于不等式 $0<|x-x_0|<\delta$ 称为点 x_0 的 δ 去心邻域，记为 $U(\hat{x}_0,\delta)$，如图 1-2（b）所示.

图 1-2

函数 $y=f(x)$ 的对应法则 f 也可以用 φ，h，F 等表示，相应的函数就记为 $\varphi(x)$，$h(x)$，$F(x)$.

【例 1-2】 判断下列函数是否是相同的函数.

（1）$y=1$ 与 $y=\dfrac{x}{x}$；　　（2）$y=|x|$ 与 $y=\sqrt{x^2}$.

解 （1）不是同一个函数. 因为函数 $y=1$ 的定义域为（$-\infty$，$+\infty$），而函数 $y=\dfrac{x}{x}$ 的定义域为（$-\infty$，0）$\cup$（0，$+\infty$）.

（2）两个函数的定义域和对应法则都相同，故是同一个函数.

【例 1-3】 确定函数 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-2x-3}}$ 的定义域.

解 显然，其定义域是满足不等式 $x^2-2x-3>0$ 的 x 值的全体，解此不等式，则得其定义域为 $x<-1$ 或 $x>3$，即：（$-\infty$，-1）$\cup$（3，$+\infty$）. 也可以用集合形式表示为 $D=\{x|x<-1$ 或 $x>3\}$.

【例 1-4】 确定函数 $f(x)=\sqrt{3+2x-x^2}+\ln(x-2)$ 的定义域.

解 该函数的定义域应满足不等式组 $\begin{cases}3+2x-x^2\geqslant 0\\ x-2>0\end{cases}$ 的 x 值的全体，解此不等式组，得其定义域为 $2<x\leqslant 3$，即 $(2,3]$. 也可以用集合形式表示 $D=\{x|2<x\leqslant 3,x\in \mathrm{R}\}$.

有时会遇到给定 x 值，对应的 y 值有多个的情形，为了叙述方便称之为多值函数，而符合定义 1.1.1 的函数称为单值函数. 对于多值的情形，我们可以限制 y 的值域使之成为单值再进行研究. 例如：$y=\arcsin x$，则可限制 $y\in\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$，而使它转化为单值函数.

注意，常值函数 $y=c$（c 为常数）的定义域为（$-\infty$，$+\infty$），这时不论自变量取何值，对应的函数值均为 c.

3. 函数的表示方法

函数的表示法通常有三种：公式法（解析法）、图示法和表格法.

（1）以数学式子表示函数的方法叫做函数的公式表示法. 上述例子中的函数都是以公式表示的，公式法的优点是便于理论推导和计算.

在高等数学中，表示函数主要用公式法，以下几种函数也属于公式法表示的函数关系.

1）分段函数. 在定义域的不同范围内用不同的解析式表示的函数称为分段函数. 应该注意的是：不管一个分段函数用几个解析式表示，都表示的是一个函数. 分段函数的定义域

是各段定义区间的并集，求分段函数的函数值，应将自变量的值代入其所属区间的对应表达式，进行计算.

【例 1-5】 形如 $f(x)=\begin{cases}-1, & x<0\\ 0, & x=0\\ 1, & x>0\end{cases}$ 的函数称为符号函数，一般记为 $\operatorname{sgn}x$.

（1）画出符号函数的图像；

（2）求出符号函数的定义域；

（3）求 $f\left(-\frac{1}{2}\right)$, $f(0)$, $f\left(\frac{5}{2}\right)$ 的值.

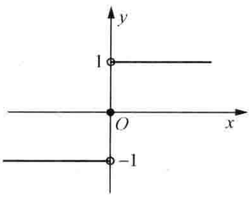


图 1-3

解 （1）其图像如图 1-3 所示.

（2）$f(x)=\operatorname{sgn}x$ 的定义域为 $(-\infty,0)\cup\{0\}\cup(0,+\infty)=(-\infty,+\infty)$.

（3）$f(-\frac{1}{2})=-1$, $f(0)=0$, $f(\frac{5}{2})=1$.

【例 1-6】 电子技术中的一种脉冲波如图 1-4 所示，试用公式法表示图中电压 u 和时间 t 的函数关系.

解 由图可知，这是一个分段函数，电压 u 和时间 t 的关系为

$$u=\begin{cases}0, & t<-\frac{\tau}{2}\\ u_0, & -\frac{\tau}{2}\leqslant t\leqslant\frac{\tau}{2}\\ 0, & t>\frac{\tau}{2}\end{cases}.$$

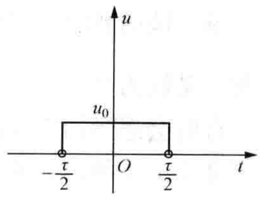


图 1-4

2）隐函数．如果自变量与函数的对应关系是用一个含 x,y 的方程 $F(x,y)=0$ 确定的，则这种函数关系称为隐函数．例如方程 $x^2+y^2=4$, $xy=e^{x+y}$ 中均隐含着 y 是 x 的函数.

以前我们学习的函数大都是函数 y 直接地用 x 的解析式表示出来，即 $y=f(x)$ ，这种函数就称为显函数.

3）参数方程确定的函数．如果自变量与函数的对应关系是用含某一参数的方程组来确定，则

$$\begin{cases}x=\varphi(t)\\ y=\psi(t)\end{cases}\quad(\alpha\leqslant t\leqslant\beta),$$

其中 t 为参数，这种函数称为由参数方程确定的函数．例如，圆心在原点半径为 R 的圆的参数方程为

$$\begin{cases}x=R\cos t\\ y=R\sin t\end{cases}\quad(0\leqslant t<2\pi).$$

（2）以图形表示函数的方法叫做函数的图示法．这种方法在工程技术上应用较普遍，图示法的优点是直观形象，且可看到函数的变化趋势.

(3) 以表格形式表示函数的方法叫做函数的表格表示法．它是将自变量的值与对应的函数值列为表格，如三角函数表、对数表、企业历年产值表等，都是以这种方法表示．表格法的优点是所求的函数值容易查得，变量的取值按照离散形式分布.

二、反函数

设 $y=f(x)$ 为定义在 D 上的函数，其值域为 W．若对于数集 W 中的每个数 y，数集 D 中都有唯一的一个数 x 使 $f(x)=y$，这就是说变量 x 是变量 y 的函数，这个函数称为函数 $y=f(x)$ 的反函数，记为 $x=f^{-1}(y)$．其定义域为 W，值域为 D. 函数 $y=f(x)$ 与函数 $x=f^{-1}(y)$ 二者的图形是相同的.

由于人们习惯于用 x 表示自变量，用 y 表示因变量，为了照顾习惯，我们将函数 $y=f(x)$ 的反函数 $x=f^{-1}(y)$ 用 $y=f^{-1}(x)$ 表示．注意，这时人为作了 $(x,y)\leftrightarrow(y,x)$ 调整，二者的图形关于直线 $y=x$ 对称，如图 1-5 所示.

由函数 $y=f(x)$ 求它的反函数的步骤是：由方程 $y=f(x)$ 解出 x，得到 $x=f^{-1}(y)$，将函数 $x=f^{-1}(y)$ 中的 x 和 y 分别换为 y 和 x，这样，得到反函数 $y=f^{-1}(x)$.

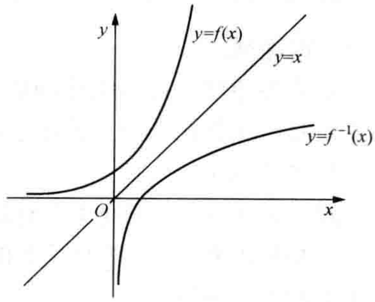


图 1-5

【例 1-7】 求函数 $y=\dfrac{2^x}{2^x+1}$ 的反函数.

解 由 $y=\dfrac{2^x}{2^x+1}$ 可解得 $x=\log_2\dfrac{y}{1-y}$，交换 x 和 y 的位置，即得所求的反函数 $y=\log_2\dfrac{x}{1-x}$，其定义域为 $(0,1)$.

三、函数的基本性态

1. 奇偶性

设函数 $y=f(x)$ 的定义域关于原点对称，如果对于定义域中的任何 x，都有 $f(x)=f(-x)$，则称 $y=f(x)$ 为偶函数；如果有 $f(-x)=-f(x)$，则称 $f(x)$ 为奇函数．不是偶函数也不是奇函数的函数，称为非奇非偶函数.

【例 1-8】 判断函数 $f(x)=x^4\sin x^3$ 的奇偶性.

解 因为 $f(x)=x^4\sin x^3$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$，且有

$$f(-x)=(-x)^4\sin(-x)^3=-x^4\sin x^3=-f(x).$$

所以该函数为奇函数.

2. 周期性

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$，若存在正数 T，使得对于一切实数 x，都有：$f(x\pm T)=f(x)$，则称 $y=f(x)$ 为周期函数.

对于每个周期函数来说，定义中的 T 有无穷多个，这是因为如果 $f(x+T)=f(x)$，那么就有

$$f(x+2T)=f[(x+T)+T]=f(x+T)=f(x)；$$
$$f(x+3T)=f[(x+2T)+T]=f(x+2T)=f(x)$$

等．因此我们规定：若其中存在一个最小正数 a，则规定 a 为周期函数 $f(x)$ 的最小正周期，简称周期.

此外，如果函数 $y=f(x)$ 是以 ω 为周期的周期函数，那么函数 $y=f(ax)(a>0)$ 是以 $\frac{\omega}{a}$ 为周期的周期函数．例如 $y=\sin x, y=\cos x$ 均以 2π 为周期，所以 $y=\sin 2x, y=\cos\frac{x}{2}$ 的周期分别为 π 和 4π.

3. 单调性

设 x_1 和 x_2 为区间 (a,b) 内的任意两个数．若当 $x_1<x_2$ 时，函数 $y=f(x)$ 满足 $f(x_1)<f(x_2)$，则称该函数在区间 (a,b) 内单调递增；若当 $x_1<x_2$ 时有 $f(x_1)>f(x_2)$，则称该函数在区间 (a,b) 内单调递减．例如，$y=\tan x$ 在 $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ 内递增，$y=\cot x$ 在 $(0,\pi)$ 内递减.

函数的递增、递减统称函数是单调的．从几何直观来看，递增或递减，就是当 x 自左向右变大时，函数在图形上升或下降.

4. 有界性

设函数 $f(x)$ 在区间 I 上有定义，若存在一个整数 M，当 $x\in I$ 时，恒有 $|f(x)|\leqslant M$ 成立，则称函数 $f(x)$ 为在 I 上的有界函数；如果不存在这样的正数 M，则称函数 $f(x)$ 为在 I 上的无界函数.

例如，因为当 $x\in(-\infty,+\infty)$ 时，恒有 $|\sin x|\leqslant 1$，所以函数 $y=\sin x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内是有界函数．又如 $y=\sin\frac{1}{x}$，$y=\arctan x$ 在它们的定义域内是有界的，而 $y=\tan x$ 在 $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ 内是无界函数.

有的函数可能在定义域的某一部分有界，而在另一部分无界．例如 $y=\tan x$ 在 $\left[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{3}\right]$ 上是有界的，而在 $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ 内是无界的．因此我们说一个函数是有界的或者无界的，应同时指出其自变量的相应范围.

四、初等函数

1. 基本初等函数及其图形

幂函数　$y=x^{\mu}$（μ 为常数）

指数函数　$y=a^x(a>0, a\neq 1, a$ 为常数)

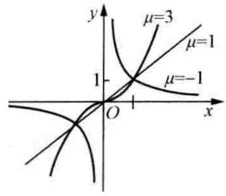
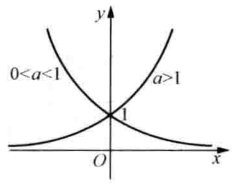
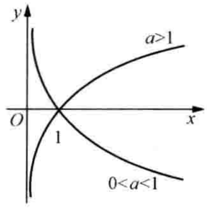
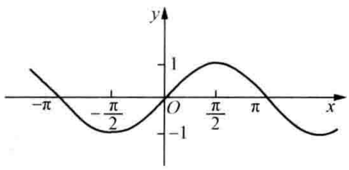
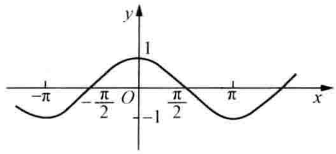
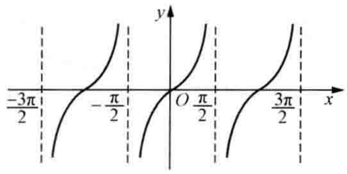
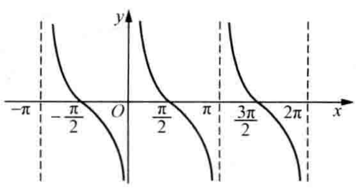
对数函数　$y=\log_a x(a>0, a\neq 1, a$ 为常数)

三角函数　$y=\sin x$，$y=\cos x$，$y=\tan x$，$y=\cot x$，$y=\sec x$，$y=\csc x$

反三角函数　$y=\arcsin x$，$y=\arccos x$，$y=\arctan x$，$y=\operatorname{arccot} x$

以上五类函数统称为基本初等函数，基本初等函数的定义域、值域、图像和性质见表1-1.

表 1-1

函数		定义域和值域	图像	性质
幂函数 $y=x^{\mu}$		定义域 D 随 μ 值不同而不同，但无论 μ 取何值，总有 $D\supset(0,+\infty)$，且图形总过 (1,1) 点．		当 $\mu>0$ 时，函数在第一象限单调递增；当 $\mu<0$ 时，函数在第一象限单调递减
指数函数 $y=a^{x}$ $(a>0,a\neq1)$		$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(0,+\infty)$		过点 (0，1)； 当 $a>1$ 时，单调递增； 当 $0<a<1$ 时，单调递减
对数函数 $y=\log_a x$ $(a>0,a\neq1)$		$x\in(0,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		过点 (1，0)； 当 $a>1$ 时，单调递增； 当 $0<a<1$ 时，单调递减
三角函数	正弦函数 $y=\sin x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[-1,1]$		奇函数，周期为 2π，有界
三角函数	余弦函数 $y=\cos x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[-1,1]$		偶函数，周期为 2π，有界
三角函数	正切函数 $y=\tan x$	$x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数，周期为 π，单调递增
三角函数	余切函数 $y=\cot x$	$x\neq k\pi(k\in\mathbf{Z})$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数，周期为 π，单调递减