

机械工人学习材料

机床挂轮的近似算法

张耀卿 编著

机械工业出版社

内容提要 挂轮对金属切削工人来说,在工作中要经常遇到。这本小册子从理论上说明了为什么要以近似的计算方法来挂轮的道理。总结了多年来机械工人所积累的近似挂轮计算法的经验,有系统地介绍计算近似分数的四种方法,即单纯计算法、查表法、查表计算法、计算尺法,并对各种计算法作了比较,最后具体地分述了怎样从分数求算挂轮齿数,其中谈到了机床挂轮的种类,因数的分解法,单列、复列挂轮与因数个数,因数选择,求算挂轮齿数,啮合可能性的校核等。

本书可供金属切削工人阅读。

本书是1965年出版的。为了适应目前广大读者的需要,我们根据原纸型重印,内容未作改动。书中的标准,请读者以新标准为准。

机床挂轮的近似计算法

张耀卿 编 著

机械工业出版社出版 (北京阜成门外百万庄南街一号)

(北京市书刊出版业营业登记证出字第117号)

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

开本 $787 \times 1092^{1/32}$ ·印张 $2^{1/8}$ ·字数50千字

1965年6月北京第一版·1973年4月北京第二次印刷

印数40,001—190,000·定价0.20元

统一书号, T15033·3693

目 次

一 引言	1
二 有关的算术基础	3
1 比、比值、小数、分数和除法的关系(3)——2 速比(傳动比)(3) ——3 因数、质数和大质数(4)——4 分数的特性(5)——5 分 数积的特性(6)	
三 怎样求算近似分数	7
1 单纯計算法(7)——2 查表法(19)——3 查表計算法(20) ——4 計算尺法(30)——5 各种方法的比較(31)	
四 怎样从分数求算挂輪齿数	33
1 机床挂輪齿数的种类(33)——2 因数分解法(34)——3 单 列、复列挂輪与因数个数(37)——4 因数选择(38)——5 求 算挂輪齿数(39)——6 嚙合可能性的校核(40)	
附表	
附表1 小数与分数对照表	43
附表2 因数表(1~10,000)	45

一 引言

很多机床在加工螺紋或齒輪等工作中都需要掛輪。例如車床車各種螺紋、銑床分度頭差動分度、銑螺旋綫或斜齒圓柱齒輪及滾齒機、插齒機和圓錐齒輪刨齒機等齒輪加工机床的分度、徑向進給、軸向進給或圓周進給等都需要掛輪。這些工作的掛輪計算，都有它的專門計算公式。這些計算公式，在各種机床工作法、手冊、机床說明書和其他有關「活葉」中都有，這裡不去談它。有了這些公式，只要把已知數據代入公式就能求出掛輪速比 i 的數值來。 i 的數值有時是個簡單的分数形式，例如 $i = \frac{2}{3}$ ，這就很方便，只要上下各乘上一個相同的倍數就可以得到掛輪齒數，例如乘上 20 即得： $i = \frac{2 \times 20}{3 \times 20} = \frac{40}{60}$ 。則主動輪 40 齒，從動輪 60 齒。有時 i 的分子和分母數值較大，它既不符合掛輪齒數又不能乘上某個倍數使它變為掛輪齒輪，這時可以分解因數後再化成掛輪齒數。例如， $i = \frac{21}{26} = \frac{3 \times 7}{2 \times 13} = \frac{3 \times 20}{2 \times 20} \times \frac{7 \times 5}{13 \times 5} = \frac{60}{40} \times \frac{35}{65}$ 。用雙列掛輪，齒數各為 60、40、35 和 65 齒。以上這兩種情況是最理想的，計算既簡便，結果又精確，理論上毫無誤差，這種掛輪計算我們叫它做精確計算。

但是，在很多情況下不可能是以上兩種情況，也就是說無法得到精確計算。一般有以下兩種形式：

(1) i 是分数，但分子或分母的質因數太大。例如， $i = \frac{31}{43}$ ，如果机床掛輪齒數是 100 以內 5 的倍數，那麼 31 和 43 都不是掛輪齒數，如果各乘上 5 將得到 $i = \frac{31 \times 5}{43 \times 5} = \frac{155}{215}$ ，都超過 100，沒有這麼大齒數的掛輪，無法工作。這時就要設法用其他

分数来代替 $\frac{31}{43}$ 。例如用 $\frac{13}{18}$ 代替 $\frac{31}{43}$ ，这个代替分数 $\frac{13}{18}$ 就叫做近似分数。因为 $\frac{31}{43}=0.721$ ，而 $\frac{13}{18}=0.722$ ，相差0.001。而 $\frac{13}{18}=\frac{13 \times 5}{18 \times 5}=\frac{65}{90}$ ，则65和90符合机床挂轮齿数。

(2) i 是小数。例如， $i=0.3927$ ，如果化成分数 $i=\frac{3927}{10000}$ ，不可能有这么大的挂轮齿数，这时也要想办法找个简单的分数代替它。例如我们找到了 $\frac{11}{28}$ 代替 $\frac{3927}{10000}$ ，而 $\frac{11}{28}=0.3928$ 仅相差0.0001。至于为什么会出现小数呢？一般有这么两个原因：1) 公式中多含有小数值定数，三角函数及圆周率 π 等，计算结果自然会保留有小数。在齿轮加工方面这种情况比较普遍。2) 车制特殊螺距的螺纹。例如蜗杆，它的螺距不是整数；又如英制车床车公制螺纹及模数蜗杆，公制车床车英制螺纹及径节蜗杆都含有25.4及 π ，计算结果都必然是小数比值。此外，有时因为机床丝杆不准确或磨损后车出工件螺距不准确需要修正计算，这时丝杆实际螺距应该用小数值表示；或者考虑到工件热处理后螺距变化，通过实际试验确定热处理前的工件螺距应该是多位的小数值，所以挂轮比值也会出现小数值。

因此，各种机床挂轮计算方面存在着一个共同的问题，就是如何计算近似分数。也就是说，如何把复杂的小数化成简单的分数。如果我们没有学会这种计算方法，当运用那些专用公式求出的比值是小数或大质数的分数值时，也无法求出挂轮齿数，在生产上不能解决问题。所以我们将在这本「活叶」里着重谈谈把小数（或分数）化成近似分数的各种方法。最后再谈一下如何把分数化成挂轮齿数。

当然近似挂轮有它的使用范围，如车床车各种螺纹和铣床铣螺旋线或斜齿圆柱齿轮的挂轮计算、滚齿机差动轮系计算和各种

齒輪加工机床的各种进給（軸向、徑向和圓周等）都可以使用近似挂輪計算。而且除車床車螺紋外都必須采用近似計算。但也有些挂輪不能使用近似計算，如分度頭差動分度、各种齒輪加工机床的分度挂輪。不过这些挂輪也不需要近似計算，因为分度頭差動分度的挂輪計算一般不会也可以做到不会出现小数比值，而各种齒輪加工机床的备有挂輪較多，一般质数齿数都具备。

二 有关的算术基础

1 比、比值、小数、分数和除法的关系

一对齒輪的主动輪齿数 $z_1=20$ ，从动輪齿数 $z_2=50$ ，我們說它的齿数比是 $20:50$ 。 20 和 50 当中的符号 $[:]$ 是 [比] 的符号。符号前面的 20 叫前項，后面的 50 叫后項。[前項 $\div$ 后項] 得到的商，我們叫它做比值，即 $20:50=20\div50=0.4$ 。如果前項小于后項，比值将是純小数(小于 1 的小数)；反之，如果前項大于后項，比值将是整数或带小数(大于 1 的小数)。例如 $40:20=40\div20=2$ (整数)； $50:20=2.5$ (带小数)。

比还可以用分数来表示，即 $20:50=\frac{20}{50}=\frac{2}{5}$ 。这里我們可以看出前項即分子，后項即分母。如果前項小于后項，比值将是眞分数(即分子小于分母)；反之，如果前項大于后項，比值将是整数或假分数(分子大于分母)。

綜上所述，我們得出这样的关系：

$$\text{比} = \text{前項} : \text{后項} = \text{前項} \div \text{后項} = \frac{\text{前項}}{\text{后項}}。$$

前項 = 被除数 = 分子；

后項 = 除数 = 分母。

2 速比（傳动比）

在傳动計算和挂輪計算中速比（傳动比）习惯上定义为：

$$\text{速比 } i = \frac{n_{\text{从}}}{n_{\text{主}}} = \frac{z_{\text{主}}}{z_{\text{从}}} \ominus。$$

式中 $n_{\text{从}}$ ——从动輪每分钟轉数；

$n_{\text{主}}$ ——主动輪每分钟轉数；

$z_{\text{从}}$ ——从动輪齿数；

$z_{\text{主}}$ ——主动輪齿数。

一般书籍对于各种机床專門的挂輪公式都是这种形式，但在挂輪近似計算中，有时为了計算上的需要（指以后將談到的查表法和查表計算法），取 $i < 1$ ，即 i 的小数值是純小数或是眞分数。如果按挂輪公式計算得到的比值 $i > 1$ ，在計算近似挂輪之前，先求它的倒数 $i' = \frac{1}{i}$ ，就会小于 1。如 $i = 1.0566 > 1$ ，則取 $i' = \frac{1}{i} = \frac{1}{1.0566} = 0.9461 < 1$ 。根据 i' 求出近似分数 $\frac{a'}{b'}$ ，則 i 的近似分数是 $i = \frac{1}{i'} = \frac{b'}{a'}$ 。

3 因数、质数和大质数

一个整数化成另外几个数的相乘积，这几个数就叫做**該整数的因数**。例如， $6 = 3 \times 2$ ，則 3 和 2 都是 6 的因数。6 可以分解出 3 和 2 的因数，而 3 和 2 就不能再分解为另外两个数的相乘积，或者說只能分解为 1 和「本身」的相乘积，这种数（3 和 2）叫做**质因数**，或簡称**质数**。在挂輪計算中遇到的最大质因数是 127，因为超过 127 的质数齿数挂輪是沒有的。在 127 以內的质因数共 32 个，即：

⊖ 在机械零件設計計算中，速比 i 的定义与此相反，即 $i = \frac{n_{\text{主}}}{n_{\text{从}}} = \frac{z_{\text{从}}}{z_{\text{主}}}$ 。为了

研究上的方便起見，有的书定义为 $i = \frac{z_{\text{大}}}{z_{\text{小}}} > 1$ 。对于蝸杆蝸輪傳动却是

普遍定义为 $i = \frac{z_{\text{輪}}}{z_{\text{杆}}} > 1$ 。

1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127。

遇到这些数是无法分解的，我們就不必去分解它。

各种机床的挂輪組齿数不同，如果质因数不是挂輪齿数或乘上某个数后也不可能得到挂輪齿数的話，这个质数就叫它做**大质数**。大质数不是绝对的，如車床挂輪齿数是 5 的倍数，那么质数 37 对于車床挂輪来讲是大质数，因为 37 不是挂輪齿数，如果乘上 5 将是 $37 \times 5 = 185$ ，車床沒有这么大的挂輪，而 37 对于滚齿机来讲就不是大质数，因为滚齿机挂輪有 37 齿的。我們在以后求近似分数中就要避免出现大质数，含有大质数的近似分数是不适用的。

4 分数的特性

挂輪速比 i 用分数来表示它，如 $i = \frac{a}{b}$ 。分数的分子和分母各乘上或除以同一个数，則速比 i 的值不变。如：

$$i = \frac{a}{b} = \frac{2}{3} = \frac{2 \times 10}{3 \times 10} = \frac{20}{30} ; \text{又如:}$$

$$i = \frac{a}{b} = \frac{15}{25} = \frac{15 \div 5}{25 \div 5} = \frac{3}{5} \circ$$

在挂輪計算中我們就是要应用分数的这个特性，这个特性要牢牢記住。但必須指出，要注意两个条件：（1）如果分子乘，分母也应该乘；如果分子除，分母也应该除。（2）要乘或除相同的数。以上讲分子和分母可以各乘或各除同一个数，那么是否可以各加或各减同一个数呢？不可以的。我們举个例子来讲吧：

$$i = \frac{1}{2} = 0.5, \text{如果上下各加 1 就变成:}$$

$$i' = \frac{1+1}{2+1} = \frac{2}{3} = 0.667, \text{相差很多, 显然 } i' \neq i \circ$$

又如: $i = \frac{3}{4} = 0.75$, 如果上下各減掉 2, 則得:

$i' = \frac{3-2}{4-2} = \frac{1}{2} = 0.5$, 同樣 $i' \neq i$ 。因此這種做法是不對的。

但是如果分數的分子和分母數字很大, 如 $i = \frac{2500}{5000} = 0.5$, 我們各加上一個很小的數, 如 ± 1 , 則得:

$i' = \frac{2501}{5001} = 0.500099$ 。可以看出 i 和 i' 相差很微小, 可以認為 $i = i'$ 。

在掛輪的近似計算中我們將應用這個性質。當分子、分母數值很大時, 我們把它們各加或各減一個很小的數, 其比值 i 幾乎不變。即 $i = \frac{a(\text{很大})}{b(\text{很大})} \approx \frac{a \pm n}{b \pm n}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)。

如果分子、分母數字愈大, 加或減的數愈小, 則誤差愈小。因此, 我們盡量在分子和分母數字很大時加或減接近 1 的整數, 那麼誤差就比較小。一般來說, 上下 $\pm n$ 應該等值而且同號, 這樣誤差較小, 但有時為了分子、分母能夠簡約, 也可以使上下的 n 不相等或不同號, 不過誤差稍大些, 例如 $i = \frac{913}{1188} = \frac{913-3}{1188+2} = \frac{910}{1190} = \frac{91}{119} = \frac{13}{17}$ 。

5 分數積的特性

(1) 一個分數的分子和分母只要有一個不是質數, 就可以分解為兩個分數的乘積。

$$\text{如 } \frac{15}{38} = \frac{3 \times 5}{2 \times 19} = \frac{3}{2} \times \frac{5}{19};$$

$$\text{又如 } \frac{5}{16} = \frac{5 \times 1}{8 \times 2} = \frac{5}{8} \times \frac{1}{2}; \quad \frac{1}{6} = \frac{1}{3 \times 2} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \text{ 等是。}$$

(2) 幾個分數的乘積, 其分母同分母可以對換, 分子與分子也可以對換, 其結果不變。

如 $i = \frac{3}{2} \times \frac{5}{19} = \frac{3}{19} \times \frac{5}{2}$; 又如 $i = \frac{3}{5} \times \frac{7}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{5} \times \frac{3}{8} \times \frac{7}{2}$ 等是。

以上这两个特性在挂輪計算中都要用到。

三 怎样求算近似分数

1 单纯計算法

单纯計算法可以不查任何表格，在現場不备手冊、书本的情况下能解决问题。常用的单纯計算法有三种：

(1) 直接化成法

如果小数是 n 位，则可以化成以 10^n 为分母的分数形式。假使分子末位是 5 或是偶数的話，就可以先約簡以后再观察。如：

$$i = 0.935 = \frac{935}{1000} = \frac{187}{200} = \frac{17 \times 11}{20 \times 10} = \frac{85}{100} \times \frac{55}{50}, \text{这就成了精确}$$

計算，毫无誤差。当然这种情况比較少，不过我們还是應該这样先試一下，如果能化成精确分数的就不必去計算近似分数。有时虽然不能約簡，但可以把分子士 n (n 越小越好)，使它湊成和分母可簡約的数。这种計算方法比較簡便，不过誤差稍微大些，如果 n 占原分子的比例越小，那末誤差越小。現举例說明如下：

〔例 1〕 $i = 0.8503$ ，求它的近似分数。

$$\text{解 } i = \frac{8503}{10000} = \frac{8503-3}{10000} = \frac{8500}{10000} = \frac{85}{100} = 0.85。$$

$$\text{誤差 } \Delta = 0.8503 - 0.85 = 0.0003。$$

〔例 2〕 $i = 1.6149$ ，求它的近似分数。

$$\text{解 } i = \frac{16149}{10000} = \frac{16149+1}{10000} = \frac{16150}{10000} = \frac{323}{200} = \frac{19 \times 17}{20 \times 10} = \frac{95}{100} \times \frac{85}{50}。$$

〔例 3〕 $i = 0.6314$ ，求它的近似分数。

$$\begin{aligned}\text{解 } i &= \frac{6314}{10000} = \frac{3157}{5000} = \frac{3157-7}{5000} = \frac{315}{500} = \frac{63}{100} = 0.63 = \frac{7 \times 9}{10 \times 10} \\ &= \frac{70}{100} \times \frac{45}{50} = \frac{70}{50} \times \frac{45}{100}.\end{aligned}$$

$$\text{誤差 } \Delta = 0.6314 - 0.63 = 0.0014.$$

这种直接化成法不是所有小数都能应用，要看分子尾数情况而定。有些尾数很小，就把它略掉不計(如例 1 和例 3)；有些尾数很大，可以凑成 10 而进一位，这时就可与分母相約(如例 2)。因此，采用加还是减，加或减多少都是根据尾数情况而定。这样进行的结果所得到的分数如果没有大质数，那就达到目的。不然就需要更改加减的数值及符号再試。有的题目可以試成功，但有的就試不成功。

(2) 繁分数法

这个方法的原理是应用两个数(分子和分母)輾轉相除得到繁分数形式，再把繁分数簡化为簡分数。由于繁分数所取的层数多少不同，就可以得到一系列的近似分数。层数取得愈多，其誤差愈小，但分子、分母数值也愈大，往往就会出现大质数。現举例說明如下：

〔例 4〕 $i = \frac{1}{1.8639}$ ，試求它的近似分数。

$$\begin{aligned}\text{解 } i &= \frac{1}{1.8639} = \frac{1}{1 + \frac{8639}{10000}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{10000}{8639}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1361}{8639}}} \\ &= \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{8639}{1361}}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{6 + \frac{473}{1361}}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{6 + \frac{1}{\frac{1361}{473}}}}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{6 + \frac{1}{2 + \frac{415}{473}}}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{6 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{473}{415}}}}}} \\
 &= \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{6 + \frac{1}{2 + \frac{58}{415}}}}} = \dots\dots
 \end{aligned}$$

还可以继续做下去，每一个等式里都有尾数，如 $\frac{58}{415}$ ， $\frac{415}{473}$ ， $\frac{473}{1361}$ ……如果我们略去这些尾数，则这个繁分数式可以化成一个比较简单的分数，就是我们所求的近似分数，去掉不同的尾数就可以得到不同的近似分数，去掉层数愈多的尾数（如 $\frac{58}{415}$ ）比起层数愈少的尾数（如 $\frac{415}{473}$ ）所得到的近似分数愈精确。现在如果我们去掉 $\frac{58}{415}$ ，就得到：

$i = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{6 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1}}}}}$ 。这时我们再把它化成简分数：

$$\begin{aligned}
 i &= \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{6 + \frac{1}{3}}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{19}{3}}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{3}{19}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{22}{19}}} \\
 &= \frac{1}{1 + \frac{19}{22}} = \frac{1}{\frac{41}{22}} = \frac{22}{41}。
 \end{aligned}$$

这 $\frac{22}{41}$ 就是近似分数。但 41 对于一般机床挂輪来说是 大质数，所以要另外再求别的近似分数。如果我们去掉 $\frac{415}{473}$ ，用 以上同样方法把繁分数化成簡分数，就得到：

$$i = \frac{15}{28} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{7} = \frac{30}{40} \times \frac{50}{70}。$$

以上这种求法我們觉得很麻煩，要把原分数（或小数）化成繁分数，以后要得到一个近似分数，还要把繁分数去掉一个尾数再逐步化成簡分数。不能一下把所有近似分数都求出来，以便选择。为此，我們总结出来一套计算方法；不必列出繁分数形式，先用輾轉相除法求出商数，以后代入一个表格里就把所有近似分数一下子求出来。現在仍然用例 4 这个题目，說明它的计算方法如下：

$i = \frac{1}{1\ 8639}$ 。因为要輾轉相除，需要分子和分母进行相除，所以上式 i 不必化成小数形式。同时为了計算上方便，应先去掉其中的小数点，即上下各乘上 10000 得： $i = \frac{10000}{18639}$ 。現在开始輾轉相除。就是把分子和分母两个数当中比較大的（18639）当被除数，較小的（10000）当除数，相除得第一个商数 [1]，注以①1（見格式 A）。[商数] 1 乘 [除数] 10000 写在 [被除数] 18639 下面，相减得余数 8639。以后以余数 8639 当除数，原来的除数 10000 当被除数，相除得第 2 个商数 [1]，注以②1（見格式 B）。相减得余数 1361。以后每次总是以格式最下面两个数相除。如格式 B 中最下面两数 $8639 \div 1361 = 6$ （見格式 C）。再以格式 C 中最下面的两数相除，即 $1361 \div 473 = 2$ （見格式 D）。同样再以格式 D 最下面两数相除得：

70 齿四个挂輪。現在来看看誤差多大:

$$i = \frac{1}{1.8639} = 0.5365, \quad i' = \frac{15}{28} = 0.5357,$$

$$\text{誤差 } \Delta = i - i' = 0.5365 - 0.5357 = 0.0008.$$

[例 5] $i = 0.3927$, 求它的近似分数。

解 (1) 先化成分数形式再輾轉相除, 即 $i = \frac{3927}{10000}$ 。輾轉相除如下:

$$\begin{array}{r|l}
 \textcircled{1} 2 \times & \begin{array}{r} 3927 \\ -2146 \\ \hline 1781 \\ -1460 \\ \hline 321 \\ -308 \\ \hline 13 \\ -10 \\ \hline 3 \end{array} \\
 \hline
 \textcircled{3} 1 \times & \begin{array}{r} 10000 \\ -7854 \\ \hline 2146 \\ -1781 \\ \hline 365 \\ -321 \\ \hline 44 \\ -39 \\ \hline 5 \end{array} \\
 \hline
 \textcircled{5} 1 \times & \begin{array}{r} 2146 \\ -1781 \\ \hline 365 \\ -321 \\ \hline 44 \\ -39 \\ \hline 5 \end{array} \\
 \hline
 \textcircled{7} 3 \times & \begin{array}{r} 365 \\ -321 \\ \hline 44 \\ -39 \\ \hline 5 \end{array} \\
 \hline
 & \begin{array}{r} 44 \\ -39 \\ \hline 5 \end{array} \\
 \hline
 & \begin{array}{r} 5 \end{array}
 \end{array}$$

得到的商数依次是: 2、1、1、4、1、7、3 和 2。

(2) 列表求近似分数, 把商填入表格計算如下:

		2	1	1	4	1	7	3	2
1	0	1	1	2	9	11	86	269	624
0	1	2	3	5	23	28	219	685	1589

就得一系列近似分数: $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{2}{5}$ 、 $\frac{9}{23}$ 、 $\frac{11}{28}$ 、 $\frac{86}{219}$ 、 $\frac{269}{685}$ 和

$$\frac{624}{1589}$$

$$\text{如果取 } i' = \frac{11}{28} = \frac{11}{7} \times \frac{1}{4} = \frac{55}{35} \times \frac{25}{100} = 0.3928.$$

$$\text{誤差 } \Delta = i' - i = 0.3928 - 0.3927 = 0.0001.$$

〔例 6〕 $i = \frac{31}{43}$ 。因为机床挂輪齿数是 5 的倍数，31 和 43 对此机床來說都是大质数，所以要求近似分数代替 $\frac{31}{43}$ ，試求算之。

解 (1) 輾轉相除：

$$\begin{array}{r|l}
 \textcircled{1} \ 1 & \begin{array}{r} \times \quad 31 \quad 43 \\ -24 \quad -31 \\ \hline \end{array} \\
 \textcircled{3} \ 1 & \begin{array}{r} \times \quad 7 \quad 12 \quad \times \ 2 \textcircled{2} \\ -5 \quad 7 \\ \hline \end{array} \\
 \textcircled{5} \ 2 & \begin{array}{r} \times \quad 2 \quad 5 \quad \times \ 1 \textcircled{4} \\ -2 \quad 4 \\ \hline 0 \quad 1 \quad \times \ 2 \textcircled{6} \end{array}
 \end{array}$$

得商数依次是：1、2、1、1、2 和 2。

(2) 列表求算近似分数：

		1	2	1	1	2	2
1	0	1	2	3	5	13	31
0	1	1	3	4	7	18	43

得到近似分数是： $\frac{2}{3}$ 、 $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{5}{7}$ 、 $\frac{13}{18}$ 和 $\frac{31}{43}$ ($\frac{31}{43}$ 是原分数)。如果取 $i' = \frac{13}{18} = \frac{65}{90} = 0.722$ ，而 $i = \frac{31}{43} = 0.721$ 。

那末誤差 $\Delta = i' - i = 0.722 - 0.721 = 0.001$ 。

〔例 7〕 $i = 2.454$ ，求它的近似分数。

解 (1) 先化成分数形式再輾轉相除。

即 $i = \frac{2454}{1000}$ 。輾轉相除如下：

依次得商数：2、2、4、1、14 和 3。