

new shortcut way



NEW

SHORTCUT WAY

新捷径

总主编

江苏省教育厅教研室数学教研员, 高级教师

万庆炎

主 编

镇江市教育局教研室数学教研员, 特级教师

周 凯



高中数学

二年级分册



东北师范大学出版社



高中数学

二年级分册

[总主编]

江苏省教育厅教研室数学教研员、高级教师 万庆炎

[主 编]

镇江市教育局教研室数学教研员、高级教师 周 凯

东北师范大学出版社

长 春

图书在版编目(CIP)数据

新捷径 高中数学. 二年级/万庆炎,周凯主编. —长春:东北师范大学出版社,2003. 6

ISBN 7-5602-3393-7

I. 新... II. ①万... ②周... III. 数学课—高中—教学参考资料 IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 030155 号

- | | |
|------------------------------------|------------------------------------|
| ☐ 策划创意: 贾国祥 | ☐ 制作统筹: 唐峻山 |
| ☐ 责任编辑: 刘忠谊 | ☐ 责任校对: 宗 谊 |
| ☐ 封面设计: 魏国强 | ☐ 责任印制: 栾喜湖 |
| ☐ 电脑制图: 宋 超 | ☐ 电脑制作: 战 歌 |

东北师范大学出版社出版发行

长春市人民大街 5268 号 邮政编码: 130024

电话: 0431—5695744 5688470 传真: 0431—5695734

网址: WWW.NNUP.COM 电子函件: SDCBS@MAIL.JL.CN

广告许可证: 吉工商广字 2200004001001 号

东北师范大学出版社激光照排中心制版

沈阳新华印刷厂印装

沈阳市铁西区建设中路30号 邮政编码: 110021

2003 年 6 月第 1 版 2003 年 6 月第 1 次印刷

幅面尺寸: 148 mm × 210 mm 印张: 8.75 字数: 265 千

印数: 00 001 — 50 000 册

定价: 22.00 元

如发现印装质量问题, 影响阅读, 可直接与承印厂联系调换

总有一种捷径 让我们梦寐以求



选择《新捷径》的5种理由

首先感谢您选择了《新捷径》丛书！作为一套面向二十一世纪的教辅图书，《新捷径》丛书从灵活实用的内容体例到淡雅清丽的视觉形式，都凝聚着《新捷径》丛书所有编创人员对学习方式和方法所进行的有益尝试和极有价值的总结。相信自己的眼光和感觉，因为对于学习而言，总有一种捷径让我们梦寐以求……

1. 权威编写 专家审订

《新捷径》丛书所有参与撰稿的作者均为长期工作在一线教学岗位的资深教师。为保证丛书的高起点和高品质，又特别聘请了相应学科的著名专家对丛书内容进行了全面审订。权威编写，专家审订，品质自然与众不同。

2. 以学生的眼光梳理知识

教材是以知识的逻辑讲解着你应该掌握的知识。而《新捷径》丛书则着力于从学生能够理解和掌握的角度，来建立自己的讲解逻辑。这样做的好处在于能够针对大多数学生的学习状态，弥补教材的不足，从而使得知识的理解更便利。

3. 学习的诀窍灵活实用

《新捷径》丛书正文两侧所附的图表、边文辅助说明文字均来自一线教师对其多年教学经验的感受和总结，这些看上去不过是三言两语的文字，有时便是你豁然开朗的捷径。

4. 应试技能技巧全面汇总

我们无法逃避考试。所以，《新捷径》丛书更是突出面对考试的知识总结和要点归纳，并附以相应训练，以期更快地提高你的学习水平和应试能力。

5. 视野开阔 全面兼容

《新捷径》丛书的编写紧紧依据教育部最新教学大纲和考试大纲的内容要求和顺序，在注重人教版九年制义务教育教材的同时，也注意到对其他教材如沪版、内地版教材内容的兼容，这极大地拓展了本书的适用地域。

NEW SHORTCUT WAY

本书 使用说明

1. 各章的最前面有图表形式的要点总整理, 易读易记.
2. 每节的内容围绕节的要点展开, 分为提高实战能力的指导、例题解法与同类题同步训练.
3. 章末附自我检测与考试题精选两套训练题.

要点整理

教科书要点的总整理, 放在各节的前面, 对预习、复习和考试最有用.

考点指要

为轻松考试而必须记住的知识点, 考试易出现的问题提示, 得高分的关键指要.

全方位备考

章末附两种类型的套题. 自我检测重在基本内容的理解训练, 考试题精选是综合题的训练, 最高程度的挑战.

9

直线、平面、简单几何体

本章要点整理

1 平面

(1) 平面的概念

可以从以下三个方面理解:

- ① “平面”是平的;
- ② “平面”是无厚度的;
- ③ “平面”可以无限延伸.

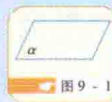


图 9-1

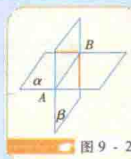


图 9-2

(2) 平面的画法

平面的画法(见图 9-1);

相交平面的画法(见图 9-2).

提高应试能力的指导

1. 运用公理 2 可解决: 点共线或线共点等证明问题.
2. 如何用最少条件判别两个平面重合, 找出符合公理 3 或推论中的条件.

NEW SHORTCUT WAY

1. 本书围绕考试中易出现的种种问题编写, 应考立竿见影.
2. 能立即了解教科书的要点, 每节均有餐桌式的重点整理.
3. 例题丰富, 以基本题、提高题、发展题等类型循序渐进.
4. 解说详细、灵活、易懂, 以加深理解.
5. 解题步骤与解题思路对应, 随文解惑和提示, 有助于解题, 可迅速理解, 提高学习效率.
6. 正文与图解颜色对应, 可以快速了解关联内容.
7. 训练配合学习, 对应的测试能帮助提高实力及应试能力.

例题 28 球面距离的计算

发题题

如图 9-71, 地球 O 的半径是 R , 北纬 45° 圈上有 A, B 两点, A 在东经 20° , B 在东经 110° , 求 A, B 的球面距离.

点拨

由球面距离定义及弧长计算公式可知球面距离 $l = R \cdot \angle AOB$ (R 是球半径, O 是球心, $\angle AOB$ 采取弧度).

解题步骤与思路

用余弦定理 →
计算 AB

由地理上纬度、经度定义可知 $\angle OAO_1 = 45^\circ$, $\angle AO_1B = 90^\circ$.

在 $\triangle OAO_1$ 中, 由截面性质 1 易知 $OO_1 \perp$ 截面 $O_1AB \Rightarrow OO_1 \perp OA$. 又易知 $OA = R$, $\therefore OA_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}R$.

在 $\triangle O_1AB$ 中, 易知 $O_1B = OA_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}R$, 又 $\angle AO_1B = 90^\circ$, $\therefore AB = R$.

在 $\triangle OAB$ 中, 易知 $OA = OB = R$, 又 $AB = R$, $\therefore \angle AOB = \frac{\pi}{3}$.

$\therefore A, B$ 球面距离 $l = \frac{\pi}{3}R$.

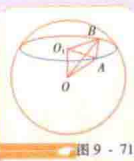


图 9-71

考场注意

球面距离是指经过 A, B 的大圆上夹在 A, B 间弧长, 故 $l \neq OA \cdot \angle AOB$.

同步训练 28

若需见本书第 262 页

1. 半径为 R 的球面上两点 P, Q 的球面距离是 $\frac{\pi}{2}R$, 求线段 PQ 的长.
2. 设地球半径为 R , 在北纬 60° 圈上有甲、乙两点, 它们经度相差 60° , 则这两地的纬度长为 ().
A. $\frac{\pi}{6}R$ B. $\frac{\sqrt{3}}{6}\pi R$ C. $\frac{4}{3}\pi R$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi R$

例题和解法

将解题思路和解题步骤同解题过程分栏综合表述, 清晰指要, 例题简单明了.

边文解惑

为了及时解惑, 两侧配有边文, 补充正文内容, 包括详细解说、应知应会、考试注意、另解、图解及得分指要.

同步训练

同类题的同步训练, 配在例题与解法之后, 是必须自己完成的且有助于理解例题的具有挑战力的题目. 题目少而重要.

《新捷径》丛书主审委员会

- 申士昌 [全国中小学教材审定委员会语文审查委员、特级教师]
 史宁中 [国家基础教育实验中心主任、东北师范大学校长、博士生导师]
 杨 忠 [教育部外语专业指导委员会委员、东北师范大学副校长、博士生导师]
 赵永年 [中国物理学会光反射专业委员会副主任、吉林大学教授、博士生导师]
 吴通好 [中国化学会理事、吉林大学化学系主任、博士生导师]

《新捷径》丛书编撰委员会

- 王竞前 [长春市实验中学高级教师]
 李双山 [吉林省实验中学高级教师]
 韩素兰 [北京市海淀区教师进修学校语文教研员、高级教师]
 万庆炎 [江苏省教育厅教研室数学教研员、高级教师]
 李克大 [南京市人民中学高级教师]
 周 凯 [镇江市教育局教研室数学教研员、高级教师]
 周建勋 [无锡市教研中心中学理科室主任、高级教师]
 王良调 [天津市南开中学特级教师]
 孙惠玲 [天津实验中学特级教师]
 蒋佩佩 [天津市实验中学高级教师]
 张学文 [长春市实验中学高级教师]
 黄仲霞 [北京大学附属中学高级教师]
 王 京 [北京大学附属中学高级教师]
 李 桢 [东北师范大学附属中学特级教师]
 张天若 [江苏省高邮中学特级教师]

《新捷径》丛书撰稿人

- | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 周 凯 | 万庆炎 | 李克大 | 于红平 | 凌 玲 | 张于明 | 王海朋 | 林 芬 |
| 毛文兵 | 李昊文 | 杨 洁 | 应长兵 | 靳淑玲 | 马闽丽 | 吴 晴 | 周建勋 |
| 崔恩源 | 张力波 | 孙 冬 | 冯自强 | 宋怡明 | 黄新功 | 宋洁槐 | 苏丽娜 |
| 王竞前 | 王晓前 | 董翠翠 | 刘 静 | 李永峰 | 海立荣 | 孙 莹 | 王 欣 |
| 梁 维 | 董 岩 | 杜俊成 | 韩 雨 | 张宏丽 | 唐 云 | 贾树栋 | 王喜忠 |
| 张向宇 | 张海川 | 黄仲霞 | 丁敬忠 | 王 京 | 潘志娴 | 聂雅文 | 曹全福 |
| 李庆敏 | 刘庚营 | 李秀美 | 陈秀玲 | 陆锦富 | 米小明 | 陈爱民 | 张天若 |

目录

CONTENTS

第6章



不等式

1 不等式的性质	7
2 算术平均数与几何平均数	12
3 不等式的证明	18
4 不等式的解法举例	25
5 含有绝对值的不等式	38
自我检测	41
考试题精选	48

第7章



直线和圆的方程

1 直线的倾斜角和斜率	52
2 直线的方程	56
3 两条直线的位置关系	64
4 简单的线性规划	69
5 曲线和方程	75
6 圆的方程	80
自我检测	91
考试题精选	98

第 8 章

圆锥曲线方程

95



1 椭圆	100
2 双曲线	110
3 抛物线	118
自我检测	128
考试题精选	131

第 9 章

直线、平面、简单几何体

133



1 平面	140
2 空间直线——位置关系、平行直线	143
3 空间直线——异面直线	146
4 直线与平面平行的判定和性质	149
5 直线与平面垂直的判定和性质	154
6 两个平面平行的判定和性质	159
7 两个平面垂直的判定和性质	163
8 棱 柱	168
9 棱 锥	172
10 球	179
自我检测	184
考试题精选	187

第10章

排列、组合和概率

189

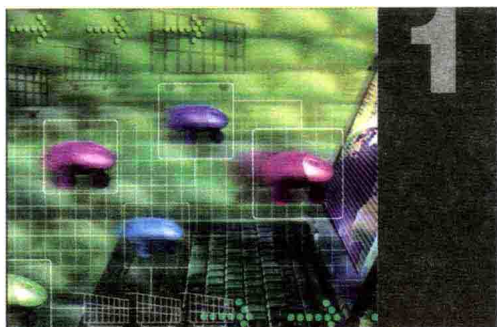


1 分类计数原理与分步计数原理	198
2 排 列	195
3 组 合	199
4 二项式定理	204
5 随机事件的概率	210
6 互斥事件有一个发生的概率	213
7 相互独立事件同时发生的概率	217
自我检测	221
考试题精选	228

参 考 答 案

225

New *Shortcut* Way



1

I LOVE THIS BOOK

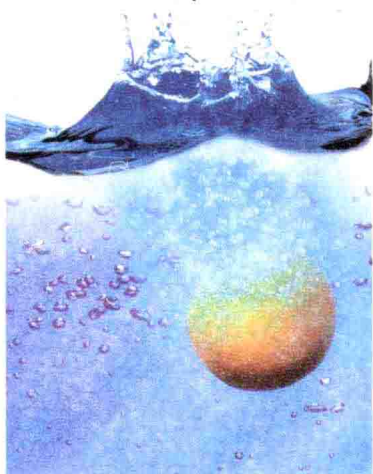


2

总有一种捷径让
我们梦寐以求.....

新捷径

3



NEW
SHORTCUT
WAY

4



高中数学

6

不 等 式

本章要点整理

总有一种捷径让我们梦寐以求

1 不等式的性质

1 比较实数大小的两种方法

(1) 作差法

通过作差、变形,然后根据差的符号作出判断.

(2) 作商法

通过作商、变形,然后与 1 进行比较,进而作出判断.

2 相关性质中条件与结论之间的逻辑关系

(1) 用“ $\Rightarrow$ ”表述的性质

推出关系,即条件是结论的充分条件,多用于证明不等式成立,对不等式施行推出变换.

(2) 用“ $\Leftrightarrow$ ”表示的性质

等价关系,即条件是结论的充要条件,多用于解不等式,对不等式施行一系列等价变换.

3 不等式的性质及其成立的条件

(1) 性质1

$a > b \Leftrightarrow b < a$ ($a, b \in \mathbf{R}$), 对称性.

(2)性质2

$$\left. \begin{array}{l} a > b \\ b > c \end{array} \right\} \Rightarrow a > c \quad (a, b, c \in \mathbf{R}), \text{传递性}.$$

(3)性质3

$$a > b \Rightarrow a + c > b + c \quad (a, b, c \in \mathbf{R}).$$

$$\text{推论 } a > b, c > d \Rightarrow a + c > b + d \quad (a, b, c, d \in \mathbf{R}).$$

(4)性质4

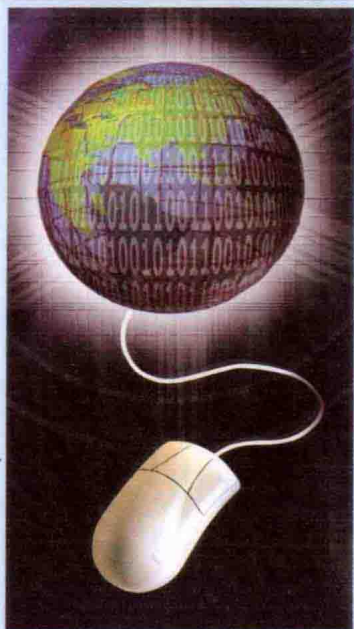
$$\begin{aligned} a > b, c > 0 &\Rightarrow ac > bc, \\ a > b, c < 0 &\Rightarrow ac < bc, \end{aligned} \quad a, b, c \in \mathbf{R}.$$

$$\text{推论1: } \left. \begin{array}{l} a > b > 0 \\ c > d > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow ac > bd \quad (a, b, c, d \text{ 均是正数}).$$

$$\text{推论2: } a > b > 0 \Rightarrow an > bn \quad (a, b \text{ 均为正数}, n \in \mathbf{Z}, n > 1).$$

(5)性质5

$$a > b > 0 \Rightarrow \sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b} \quad (a, b \text{ 均为正数}, n \in \mathbf{Z}, n > 1).$$



2 算术平均数与几何平均数

(1)如果 $a, b \in \mathbf{R}$, 那么 $a^2 + b^2 \geq 2ab$, 反之, $ab \leq \frac{a^2 + b^2}{2}$ 也成立.

当且仅当 $a = b$ 时取“=”号.

(2)如果 $a > 0, b > 0$, 那么 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$. 反之, $2\sqrt{ab} \leq a+b$ 及 $ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$ 也成立.

当且仅当 $a = b$ 时取“=”号.

(3)如果 $x > 0, y > 0, xy = p$ (定值), 那么, 当 $x = y$ 时, $x + y$ 有最小值 $2\sqrt{p}$.
即积定, 和有最小值.

(4)如果 $x > 0, y > 0, x + y = S$ (定值), 那么, 当 $x = y$ 时, $x \cdot y$ 有最大值 $\frac{1}{4}S^2$.

即和定, 积有最大值.

3 不等式的证明

1 比较法

(1) 比差: 根据 $a > b \Leftrightarrow a - b > 0$.

(2) 比商: 根据 $a > 0, b > 0$ 时, $a > b > 0 \Leftrightarrow \frac{a}{b} > 1$.

步骤: 作差(或商) $\rightarrow$ 变形 $\rightarrow$ 判断.

2 综合法

利用某些已经证明过的不等式作为基础, 再运用不等式的性质推出所要求证的不等式, 这种证明方法叫综合法. 这是一种由因导果的方法. 常用关系:

(1) $a^2 \geq 0$, 或 $(a \pm b)^2 \geq 0$;

(2) $a^2 + b^2 \geq 2ab$, $a^2 + b^2 \geq -2ab$, 即 $a^2 + b^2 \geq 2|ab|$.

(3) 对于 $a > 0, b > 0, c > 0$, 有 $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ (当且仅当 $a = b$ 时取等号), $a + b + c \geq 3\sqrt[3]{abc}$ (当且仅当 $a = b = c$ 时取等号).

3 分析法

从求证的不等式出发, 分析使该不等式成立的条件, 把证明不等式转化为判定这些条件是否具备的问题. 如果能够确定这些条件都已具备, 那么就可以判定原不等式成立, 这种证明方法叫分析法. 这是一种执果索因的证明方法.

4 不等式的解法举例

1 代数不等式的解法

(1) 一元不等式 $ax > b$.

$$ax > b \Rightarrow \begin{cases} a > 0 \text{ 时, } x > \frac{b}{a}; \\ a = 0 \text{ 时, } \begin{cases} b \geq 0, \text{ 无解,} \\ b < 0, x \in \mathbf{R}; \end{cases} \\ a < 0 \text{ 时, } x < \frac{b}{a}. \end{cases}$$

(2) 一元二次不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ (或 < 0).

变形为 $a > 0$, 研究判别式 Δ .



① $\Delta > 0$ 时,对应的方程有二根 x_1, x_2 ,若 $x_1 < x_2$,则解集为 (x_1, x_2) ,或 $(-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty)$.

② $\Delta = 0$ 时,根为 $-\frac{b}{2a}$,不等式的解集为 $x \in \mathbf{R}$,且 $x \neq -\frac{b}{2a}$,或 $x \in \phi$.

③ $\Delta < 0$ 时,解集为 $x \in \mathbf{R}$ 或 $x \in \phi$.

(3)一元高次不等式

将不等式的一边变为零,另一边分解因式变为各个因式的积,通过降次求出不等式的解集. 利用数轴标根法.

(4)分式不等式.

① $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$ (或 < 0) $\Leftrightarrow f(x) \cdot g(x) > 0$ (或 < 0).

② $\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$ (或 ≤ 0) $\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \cdot g(x) \geq 0, \\ g(x) \neq 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} f(x) \cdot g(x) \leq 0, \\ g(x) \neq 0. \end{cases}$

(5)无理不等式.

① $\sqrt{f(x)} > \sqrt{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0, \\ g(x) \geq 0, \\ f(x) > g(x). \end{cases}$

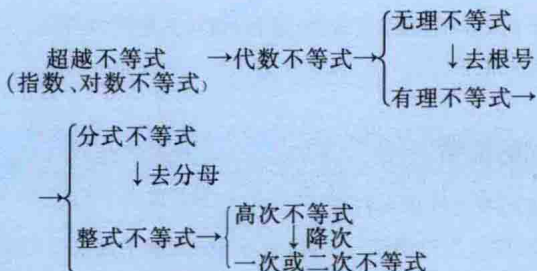
② $\sqrt{f(x)} < \sqrt{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) > 0, \\ f(x) \geq 0, \\ f(x) < [g(x)]^2. \end{cases}$

对于 $\sqrt{f(x)} > g(x)$ 或 $\sqrt{f(x)} < g(x)$,只有在 $g(x) \geq 0$ 时两边才能平方.

(3) $\sqrt{f(x)} > g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) < 0, \\ f(x) \geq 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} g(x) \geq 0, \\ f(x) > 0, \\ f(x) > [g(x)]^2. \end{cases}$

2 解不等式的基本方法

化归法



5 含绝对值的不等式

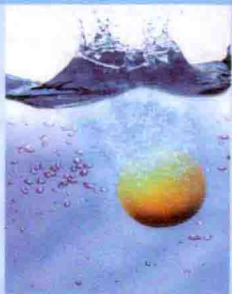
1 含有绝对值的等式

$$(1) |a| = \begin{cases} a & (a > 0), \\ 0 & (a = 0), \\ -a & (a < 0); \end{cases}$$

$$(2) a \in \mathbf{R} \text{ 时, } |a|^2 = |a^2| = a^2;$$

$$(3) |a \cdot b| = |a| \cdot |b|, |-a| = |a|, |a^n| = |a|^n;$$

$$(4) \left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|} \quad (b \neq 0).$$



2 含有绝对值的不等式

$$(1) |a| \geq 0 \text{ (当且仅当 } a=0 \text{ 时, 取等号).}$$

$$(2) |a| \geq a \text{ (当且仅当 } a \geq 0 \text{ 时, 取等号).}$$

$$(3) |a| - |b| \leq |a \pm b| \leq |a| + |b|.$$

$$① |a+b| \leq |a| + |b| \text{ 中等号成立的条件: } a, b \text{ 同号或其中至少有一个为零.}$$

$$|a-b| \leq |a| + |b| \text{ 中等号成立的条件: } a, b \text{ 异号或其中至少有一个为零.}$$

$$② ||a| - |b|| \leq |a+b| \text{ 中等号成立的条件: } a, b \text{ 异号或其中至少有一个为零.}$$

$$||a| - |b|| \leq |a-b| \text{ 中等号成立的条件: } a, b \text{ 同号或其中至少有一个为零.}$$

$$③ |a| - |b| \leq |a+b| \text{ 中等号成立的条件: } a, b \text{ 异号且 } |a| \geq |b|, \text{ 或 } b=0, \text{ 或 } \begin{cases} a=0, \\ b=0. \end{cases}$$

$$|a| - |b| \leq |a-b| \text{ 中等号成立的条件: } a, b \text{ 同号且 } |a| \geq |b|, \text{ 或 } b=0, \text{ 或 } \begin{cases} a=0, \\ b=0. \end{cases}$$

3 含有绝对值不等式的解法

$$(1) \text{ 若 } a > 0, \text{ 则 } |x| < a \Leftrightarrow -a < x < a; |x| > a \Leftrightarrow x < -a \text{ 或 } x > a.$$

$$(2) \text{ 按绝对值符号内的式子的值, 根据正、负分类, 进行讨论, 去绝对值符号.}$$

$$(3) \text{ 采用平方的方法去掉绝对值符号.}$$

4 含有绝对值的不等式的证明

$$(1) \text{ 直接运用绝对值不等式的有关性质进行证明.}$$

$$(2) \text{ 利用实数的绝对值的概念, 脱去绝对值符号, 再应用不等式的相关性质进行证明.}$$

第一节 不等式的性质

■ 考试中经常出现的本节最重点

总有一种捷径让我们梦寐以求

1. 比较实数大小的两种方法.

方法	适用范围	具体步骤	关键	变形形式
作差法	任意两实数	作差→变形→定符号→结论	判断差的符号	合并同类项、配方 或因式分解等
作商法	两个正实数	作商→变形→与1比→结论	与1作出比较	

2. 理清各性质中条件与结论的逻辑关系.

性质类型	条件与结论的逻辑关系	应用
用“ $\Rightarrow$ ”表述的性质	推出关系,即条件是结论的充分条件	证明不等式成立,对不等式施行推出变换
用“ $\Leftrightarrow$ ”表述的性质	等价关系,即条件是结论的充要条件	解不等式,对不等式施行一系列等价变换

3. 各性质成立的条件及作用.

性质	内容	成立条件	作用
性质 1	$a > b \Leftrightarrow b < a$	$a, b \in \mathbf{R}$	对 称
性质 2	$\left. \begin{array}{l} a > b \\ b > c \end{array} \right\} \Rightarrow a > c$	$a, b, c \in \mathbf{R}$	传 递
性质 3	$a > b \Rightarrow a + c > b + c$	$a, b, c \in \mathbf{R}$	移项的依据
推论	$a > b, c > d \Rightarrow a + c > b + d$	$a, b, c, d \in \mathbf{R}$	同向不等式相加
性质 4	$\left. \begin{array}{l} a > b, c > 0 \Rightarrow ac > bc \\ a > b, c < 0 \Rightarrow ac < bc \end{array} \right\}$	$a, b, c \in \mathbf{R}, \begin{array}{l} c > 0 \\ c < 0 \end{array}$	正数的同向不等式相乘的依据
推论 1	$\left. \begin{array}{l} a > b > 0 \\ c > d > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow ac > bd$	a, b, c, d 均为正数	
推论 2	$a > b > 0 \Rightarrow a^n > b^n$	a, b 均为正数 $\begin{array}{l} n \in \mathbf{Z} \\ n > 1 \end{array}$	
性质 5	$a > b > 0 \Rightarrow \sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b}$	a, b 均为正数 $\begin{cases} n \in \mathbf{Z} \\ n > 1 \end{cases}$	开 方